

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

THONGDENG PATHOUMMA

DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH
Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NƯỚC CỘNG HÒA
DÂN CHỦ NHÂN DÂN LÀO THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN
TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN - 2025

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

THONGDENG PATHOUMMA

**DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH
Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NƯỚC CỘNG HÒA
DÂN CHỦ NHÂN DÂN LÀO THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN
TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH**

Ngành: Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán học
Mã số: 9.14.01.11

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Người hướng dẫn khoa học: 1. PGS.TS. ĐỖ THỊ TRINH
2. TS. TRẦN LUẬN

THÁI NGUYÊN - 2025

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các số liệu, kết quả nghiên cứu của luận án là khách quan, trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ một công trình nào khác.

Thái Nguyên, tháng 7 năm 2025

Tác giả luận án

Thongdeng Pathoumma

LỜI CẢM ƠN

Luận án được hoàn thành tại Bộ môn Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán học, khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên. Trong quá trình nghiên cứu, tác giả đã nhận được nhiều sự giúp đỡ quý báu của các tập thể và cá nhân.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến PGS.TS. Đỗ Thị Trinh và TS. Trần Luận đã tận tình hướng dẫn tác giả trong suốt quá trình nghiên cứu và thực hiện luận án.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, các phòng, ban chức năng; tập thể các thầy giáo, cô giáo khoa Toán; các thầy giáo, cô giáo chuyên ngành Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán học trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tác giả trong suốt thời gian học tập, nghiên cứu tại trường.

Tác giả cũng xin cảm ơn các thầy giáo, cô giáo, các nhà nghiên cứu sư phạm đã gửi ý kiến đóng góp để luận án được hoàn thiện hơn.

Cuối cùng, tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè, đồng nghiệp đã luôn động viên, khích lệ trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, tháng 7 năm 2025

Tác giả luận án

Thongdeng Pathoumma

BẢNG DANH MỤC TỪ, CỤM TỪ VIẾT TẮT

STT	Chữ viết tắt	Đọc là
1.	BP	Biện pháp
2.	BPT	Bất phương trình
3.	CHDCND	Cộng hòa Dân chủ Nhân dân
4.	DH	Dạy học
5.	ĐC	Đối chứng
6.	ĐG	Đánh giá
7.	ĐK	Điều kiện
8.	ĐKXD	Điều kiện xác định
9.	GD	Giáo dục
10.	GQVĐ	Giải quyết vấn đề
11.	GV	Giáo viên
12.	HBPT	Hệ bất phương trình
13.	HĐ	Hoạt động
14.	HPT	Hệ phương trình
15.	HS	Học sinh
16.	KN	Khả năng
17.	KS	Khảo sát
18.	KQ	Kết quả
19.	NL	Năng lực
20.	NXB	Nhà xuất bản
21.	PB	Phản biện
22.	PP	Phương pháp
23.	PT	Phương trình
24.	QT	Quá trình
25.	SGK	Sách giáo khoa
26.	ST	Sáng tạo
27.	TD	Tư duy
28.	TDPB	Tư duy phản biện
29.	TDPP	Tư duy phê phán
30.	TDST	Tư duy sáng tạo
31.	TH	Trường hợp
32.	THCS	Trung học cơ sở
33.	THPT	Trung học phổ thông
34.	TN	Thực nghiệm

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
BẢNG DANH MỤC TỪ, CỤM TỪ VIẾT TẮT	iii
MỤC LỤC	iv
DANH MỤC CÁC BẢNG	vii
DANH MỤC BIỂU ĐỒ.....	viii
DANH MỤC SƠ ĐỒ	ix
MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài	1
2. Tổng quan về vấn đề nghiên cứu	3
3. Mục đích nghiên cứu	8
4. Nhiệm vụ nghiên cứu.....	8
5. Khách thể, đối tượng nghiên cứu, phạm vi nghiên cứu.....	8
6. Giả thuyết khoa học	8
7. Phương pháp nghiên cứu	8
8. Những luận điểm đưa ra bảo vệ.....	9
9. Những đóng góp của luận án	10
10. Cấu trúc của luận án.....	10
CHƯƠNG 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN	11
1.1. Một số vấn đề về tư duy phản biện và tư duy sáng tạo	11
1.1.1. Tư duy phản biện	11
1.1.2. Tư duy sáng tạo.....	18
1.1.3. Mối quan hệ của tư duy phản biện và tư duy sáng tạo	26
1.1.4. Biểu hiện và các mức độ của TDPB và TDST	29
1.2. Dạy học theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo	36
1.2.1. Dạy học theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo	36
1.2.2. Phương pháp dạy học cụ thể để phát triển TDPB và TDST	39
1.2.3. Đánh giá tư duy phản biện và sáng tạo của học sinh.....	40
1.2.4. Cơ hội dạy học phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh THPT của Lào thông qua nội dung Phương trình và Bất phương trình	42

1.3. Thực trạng dạy học môn Toán theo hướng phát triển TDPB và TDST cho học sinh THPT ở nước CHDCND Lào.....	49
1.3.1. Mô tả quá trình điều tra, khảo sát	49
1.3.2. Kết quả điều tra, khảo sát	50
1.3.3. Kết luận về thực trạng vấn đề phát triển TDPB và TDST trong dạy học môn Toán THPT nước CHDCND Lào hiện nay.....	62
Kết luận chương 1	64
CHƯƠNG 2. BIỆN PHÁP DẠY HỌC PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH	65
2.1. Định hướng xây dựng biện pháp dạy học theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh	65
2.2. Một số biện pháp dạy học phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh.....	66
2.2.1. Biện pháp 1: Tạo cơ hội cho học sinh đưa ra các phán đoán, tranh luận	67
2.2.2. Biện pháp 2: Khuyến khích HS chia sẻ những hoài nghi tích cực thông qua các tình huống có chứa những khó khăn, sai lầm	71
2.2.3. Biện pháp 3: Phát triển TDST cho học sinh nhờ hoạt động nhìn lại một cách toàn diện vấn đề và cách thức GQVĐ đã thực hiện, từ đó tìm ra cách thức GQVĐ mới.....	81
2.2.4. Biện pháp 4: Phát triển TDST cho học sinh thông qua các hoạt động xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh khác nhau.....	86
2.2.5. Biện pháp 5: Tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc thông qua nội dung phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh	99
Kết luận chương 2.....	125
CHƯƠNG 3. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM	126
3.1. Mục đích thực nghiệm	126
3.2. Nhiệm vụ thực nghiệm	126
3.3. Tổ chức và nội dung thực nghiệm	126
3.3.1. Tổ chức thực nghiệm	126
3.3.2. Cách thức tiến hành thực nghiệm	128
3.3.3. Xây dựng phương thức và tiêu chí đánh giá.....	129

3.3.4. Nội dung thực nghiệm	129
3.3.5. Hướng dẫn giáo viên dạy thực nghiệm.....	147
3.4. Kết quả thực nghiệm.....	148
3.4.1. Tính hiệu quả và khả thi của các biện pháp.....	148
3.4.2. Phân tích khả năng tư duy phản biện và tư duy sáng tạo của học sinh	151
3.4.3. Phân tích kết quả thực nghiệm.....	154
Kết luận chương 3.....	162
KẾT LUẬN.....	163
DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ CÔNG BỐ LIÊN QUAN	
ĐẾN ĐỀ TÀI.....	165
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	166
PHỤ LỤC	

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1. Biểu hiện của TDPB trong dạy học Toán cho HS THPT	15
Bảng 1.2. Biểu hiện TDPB của HS trong dạy học PT và BPT.....	16
Bảng 1.3. Biểu hiện của TDST trong dạy học toán cho HS THPT	23
Bảng 1.4. Biểu hiện TDST của HS trong dạy học PT và BPT	24
Bảng 1.5. Các biểu hiện của TDPB và TDST trong học PT và BPT	33
Bảng 2.1. Hoạt động hình thành và phát biểu khái niệm.....	102
Bảng 2.2. Hoạt động củng cố khái niệm.....	102
Bảng 3.1. Cách thức tiến hành thực nghiệm.....	128
Bảng 3.2. Kết quả ý kiến đánh giá tính khả thi của các biện pháp	149
Bảng 3.3. Phân tích đánh giá khả năng TDPB và TDST của HS lớp TN	151
Bảng 3.4. Đánh giá khả năng TDPB và TDST của HS sau thực nghiệm.....	152
Bảng 3.5. Phân bố tần số kết quả của bài kiểm tra lớp thực nghiệm và lớp đối chứng ...	154
Bảng 3.6. Phân bố tần số (ghép lớp) kết quả của bài kiểm tra lớp TN và lớp ĐC	157

DANH MỤC BIỂU ĐỒ

Biểu đồ 3.1. Kết quả học tập của HS lớp TN và ĐC THPT NguaĐeng.....	127
Biểu đồ 3.2. Kết quả học tập của HS lớp TN và ĐC THPT PhonThong	128
Biểu đồ 3.3. Kết quả ý kiến đánh giá tính khả thi của các biện pháp.....	150
Biểu đồ 3.4. Phân bố tần số điểm bài kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường THPT NguaĐeng	155
Biểu đồ 3.5. Phân bố tần số điểm bài kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường THPT Phonthong	156
Biểu đồ 3.6. Phân bố tần suất điểm kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường NguaĐeng.	157
Biểu đồ 3.7. Phân bố tần suất điểm kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường Phonthong.	158

DANH MỤC SƠ ĐỒ

Sơ đồ 1.1. Các thành tố của tư duy phản biện và tư duy sáng tạo	27
---	----

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Nghị quyết Đại hội lần thứ XI của Đảng Nhân dân Cách mạng Lào đã xác định rõ định hướng chiến lược: “Nâng cao năng lực lãnh đạo và tính tiên phong của Đảng, tăng cường đại đoàn kết toàn dân, kiên định đường lối đổi mới toàn diện và có nguyên tắc, bảo vệ và phát triển Tổ quốc theo hướng bền vững tới mục đích xã hội chủ nghĩa” [127]. Trong đó, phát triển hệ thống GD quốc gia theo hướng hiện đại, chất lượng, đổi mới toàn diện được xem là một trong những nhiệm vụ trọng tâm. Khi khoa học và công nghệ trở thành lực lượng sản xuất trực tiếp, giáo dục càng đóng vai trò then chốt trong việc nâng cao chất lượng nguồn nhân lực, thúc đẩy sự phát triển kinh tế - xã hội, giúp nước CHDCND Lào hội nhập và bắt kịp xu thế phát triển của thế giới.

Theo đó, GD cần đảm bảo hai phương diện song song: vừa bồi dưỡng tư tưởng chính trị, lý tưởng xã hội chủ nghĩa, ý thức pháp luật và kỷ luật, vừa chú trọng đào tạo chuyên môn, khoa học – kỹ thuật, đáp ứng yêu cầu về nhân lực có trình độ cao trong thời đại mới. Luật Giáo dục CHDCND Lào năm 2015 (Chương 1, Điều 5, Khoản 2)[123], cũng đã thể chế hóa phương pháp GD phổ thông trên cơ sở phát huy tính tích cực, chủ động của người học, dựa vào “Năm chỉ tiêu GD” (đạo đức tốt, trình độ khoa học – kỹ thuật tốt, lao động tốt, sức khỏe tốt, văn nghệ – thể thao tốt) và “Ba nguyên lý GD” (truyền thống văn hóa dân tộc, khoa học và quần chúng).

Từ định hướng đó, việc bồi dưỡng và phát triển TDPB và TDST cho HS trở thành một yêu cầu cấp thiết, vừa là mục tiêu chiến lược, vừa là nhiệm vụ thường trực của ngành GD. Đây là những năng lực nền tảng cần thiết cho thế hệ công dân có phẩm chất đạo đức, trí tuệ khoa học, năng lực suy luận và khả năng đổi mới sáng tạo – những yếu tố góp phần hình thành nguồn nhân lực chất lượng cao trong tương lai.

Trong những năm gần đây, hoạt động dạy học môn Toán ở các trường phổ thông tại CHDCND Lào đã có nhiều chuyển biến tích cực, từng bước tiếp cận các xu hướng giáo dục tiên tiến. Tuy nhiên, trong thực tế, việc tổ chức hoạt động phát triển tư duy – đặc biệt là những hoạt động phát triển TDPB và TDST – vẫn còn mang tính tự phát, thiếu sự định hướng hệ thống và chưa thực sự hiệu quả. Nguyên nhân chính là do GV chưa chủ động thiết kế các biện pháp sư phạm phù hợp nhằm thường xuyên rèn luyện và phát triển năng lực tư duy cho HS một cách hiệu quả, đồng bộ với nội dung chương trình và đặc điểm nhận thức theo lứa tuổi.

Trong chương trình Toán THPT hiện hành của CHDCND Lào, chủ đề PT và BPT là một trong những nội dung trọng tâm, được phân bố đều ở cả ba khối lớp (10, 11, 12), bao gồm nhiều dạng toán: phương trình đại số, phương trình tham số, hệ phương trình, bất phương trình và hệ bất phương trình. Theo SGK Toán lớp 10–12 (Bộ GD&TT Lào, 2015) [125], mạch kiến thức này không chỉ độc lập mà còn có sự liên hệ chặt chẽ với các chủ đề khác như hàm số, đạo hàm, logarit, bất đẳng thức,... tạo thành hệ thống logic trong dạy học đại số và giải tích.

Không những có giá trị về mặt kiến thức, chủ đề PT và BPT còn có tiềm năng lớn trong việc phát triển năng lực tư duy cho HS, đặc biệt là TDPB và TDST. Những bài toán trong chủ đề này thường đa dạng về phương pháp giải, tạo điều kiện để HS phát huy tư duy logic, đưa ra nhiều cách tiếp cận, so sánh, đánh giá và phản biện lời giải. Lưu Văn Sử (2020) đã nhận định rằng: “việc thiết kế hoạt động giải PT theo hướng mở sẽ thúc đẩy khả năng tư duy logic và phản biện” [46]. Tương tự, Nguyễn Đức Huy (2022) cũng cho rằng: “nếu tổ chức dạy học theo định hướng sáng tạo, HS sẽ có điều kiện đề xuất nhiều con đường giải khác nhau và rèn luyện khả năng linh hoạt trong tư duy” [17].

Do đó, lý do lựa chọn chủ đề PT và BPT là vì đây là mạch kiến thức cốt lõi, xuyên suốt trong chương trình Toán THPT, đóng vai trò là công cụ và nền tảng để giải quyết nhiều dạng bài toán khác nhau. Nội dung này không chỉ phù hợp để rèn luyện tư duy một cách hệ thống mà còn thể hiện rõ tiềm năng phát triển năng lực TDPB và TDST – hai yêu cầu quan trọng trong định hướng đổi mới GD hiện nay. Mặt khác, đây cũng là phần kiến thức thường gây khó khăn cho HS, đòi hỏi người học phải vận dụng linh hoạt các kiến thức, kỹ năng và chiến lược tư duy, do đó rất phù hợp để triển khai các biện pháp dạy học theo hướng phát triển năng lực.

Từ những lý do trên, đề tài ***“Dạy học chủ đề Phương trình và bất phương trình ở trường trung học phổ thông nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh”***, được lựa chọn nhằm tìm kiếm và đề xuất các biện pháp sư phạm khả thi, trên cơ sở kế thừa kinh nghiệm trong và ngoài nước, để tổ chức hiệu quả hoạt động dạy học toán học, chủ động phát triển năng lực tư duy cho HS, góp phần thực hiện các mục tiêu đổi mới GD một cách toàn diện.

2. Tổng quan về vấn đề nghiên cứu

2.1. Tổng quan những nghiên cứu ở các nước trên thế giới về tư duy phân biện và tư duy sáng tạo

TDPB và TDST là hai yếu tố cốt lõi trong việc phát triển năng lực TD toàn diện cho HS, đặc biệt trong lĩnh vực Toán học. Edward de Bono (2017)[10] đã chỉ ra rằng “tư duy đa chiều, bao gồm cả TDPB, chính là nền tảng cần thiết để kích thích phát triển các ý tưởng mới trong quá trình giải quyết các vấn đề học tập; ở đó, TDPB được xem như kỹ năng quan trọng giúp con người thách thức các giả định, mở rộng lựa chọn và phát triển suy nghĩ mang tính xây dựng”. Các nghiên cứu của Robert J. Sternberg (1980)[106], Raymond S. Nickerson (1987)[104], Robert H. Ennis (1993)[105], cùng với Paul & Elder (2014)[103] cũng tập trung làm rõ các đặc điểm, kỹ năng và ứng dụng của TDPB, nhấn mạnh vai trò của nó trong việc đưa ra quyết định và GQVĐ một cách hợp lý và hệ thống.

Trong khi đó, TDST được định nghĩa bởi Weisberg (2006)[120] “là quá trình tạo ra sản phẩm mới có tính đột phá và mục đích rõ ràng”. G. Dam (2004)[82] thêm vào rằng “TDST có vai trò thúc đẩy sự khám phá, sáng chế, và phát triển năng lực trí tuệ cùng với nhân cách HS”. Maharani, R. (2014) làm rõ “TDST có các đặc điểm như tính lưu loát, tính linh hoạt và tính độc đáo, giúp HS theo đuổi các giả thuyết mới và cái nhìn đa chiều để tìm ra nhiều cách giải quyết cho bài toán” [99]. Những năng lực này rất quan trọng khi HS tiếp cận các chủ đề Toán học phức tạp như PT và BPT, đòi hỏi sự kết hợp giữa phân tích logic và sáng tạo giải pháp.

Các nghiên cứu trong giáo dục Toán học như của Aizikovitsh-Udi, E., & Amit, M. (2015), Sanders, M. (2016)[109], Hidayat, A. S. et al. (2017)[89], và Dhaanti, H. et al. (2018) đã chỉ ra rõ ràng “việc áp dụng các phương pháp dạy học tích cực, dựa trên vấn đề, khám phá và ứng dụng công nghệ giúp phát triển đồng thời TDPB và TDST cho HS, nâng cao năng lực GQVĐ thực tiễn và toán học” [131]. Bên cạnh đó, nghiên cứu của Bora (2020) nhấn mạnh “vai trò lập luận so sánh, phân tích trong việc hỗ trợ phát triển TDPB và TDST, đặc biệt thông qua mô hình học tập đặt vấn đề” [65].

Tuy nhiên, tại nước CHDCND Lào, việc áp dụng những phương pháp GD này trong dạy học chủ đề PT và BPT vẫn còn hạn chế và thiếu các nghiên cứu chuyên sâu.

Theo khảo sát, chưa có công trình cụ thể nào tập trung đề xuất biện pháp dạy học tích hợp phát triển đồng thời TDPB và TDST trong một nội dung Toán học cụ thể dành cho HS THPT, đây là cơ hội và mục tiêu quan trọng của nghiên cứu này.

Bên cạnh đó, các công trình nghiên cứu quốc tế, như của Baker, M., & Rudd, R. D. (2001)[66], Lawson, A. E. (2001)[134], Paul, R., & Elder, L (2004)[103], Chiam, C. L. (2014)[71], và Birgili, B. (2015)[69] cũng đồng thuận về vai trò thiết yếu của việc tích hợp TDPB và TDST vào chương trình giảng dạy, làm nổi bật sự cần thiết của môi trường học tập hỗ trợ và những phương pháp dạy học sáng tạo nhằm phát triển toàn diện năng lực tư duy của HS. Các mô hình học tập tích cực như học tập dựa trên vấn đề, tìm tòi – khám phá cũng được khẳng định là những yếu tố kích thích phát triển hiệu quả kỹ năng TD của HS, phù hợp với bối cảnh GD hiện đại.

Có thể khẳng định rằng, trên thế giới đã có nhiều công trình nghiên cứu chuyên sâu về tư duy, TDPB và TDST, cũng như các phương pháp dạy học nhằm phát triển những loại tư duy này. Những nghiên cứu đó đã mang lại những kết quả có giá trị và được vận dụng hiệu quả trong giảng dạy các nội dung toán học cụ thể. Tuy nhiên, qua quá trình khảo sát và tổng quan tài liệu, chúng tôi nhận thấy vẫn còn khoảng trống trong nghiên cứu: chưa có công trình nào tập trung xây dựng và đề xuất các biện pháp dạy học một nội dung toán học cụ thể theo hướng kết hợp phát triển đồng thời cả TDPB và TDST cho học sinh trung học phổ thông.

Xuất phát từ nhu cầu đó, đồng thời kế thừa những thành tựu của các nghiên cứu trước, chúng tôi tiến hành xây dựng một số biện pháp phát triển riêng biệt cho từng loại tư duy, làm nền tảng để đề xuất biện pháp tiếp cận tích hợp, hướng đến việc phát triển đồng thời cả tư duy phản biện và tư duy sáng tạo trong quá trình dạy học. Đặc biệt, nghiên cứu này được triển khai trong bối cảnh nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào – một môi trường giáo dục còn ít được khai thác trong các nghiên cứu tương tự – từ đó mở ra cả cơ hội và ý nghĩa thực tiễn cho đề tài của chúng tôi.

2.2. Tổng quan nghiên cứu tại Việt Nam và Lào

Tại Việt Nam, nghiên cứu về TDPB và TDST trong GD, đặc biệt là trong dạy học Toán, đã được nhiều nhà khoa học và nhà GD Việt Nam quan tâm trong nhiều thập niên qua. Đáng chú ý là xu hướng tiếp cận tích hợp, xem TDPB và TDST không tách biệt mà có mối quan hệ hỗ trợ và thúc đẩy lẫn nhau trong quá trình học tập và GQVĐ.

Ngay từ những năm cuối thế kỷ XX, các tác giả như Hoàng Chúng (1969)[3], Tôn Thân (1995)[58], Trần Luận (1996)[27], Nguyễn Huy Tú (1996)[54], Nguyễn Cảnh Toàn (1997, 2004)[52],[53] đã nhấn mạnh vai trò của tư duy độc lập, năng lực phân tích và khả năng phát hiện vấn đề trong việc hình thành và phát triển khả năng sáng tạo toán học. Các phương pháp như đặc biệt hóa, tổng quát hóa, tương tự hóa, phân tích – tổng hợp được xác định vừa là nền tảng của TDST, vừa đòi hỏi ở người học khả năng phản biện sâu sắc trước khi sáng tạo giải pháp.

Hướng tiếp cận này được kế thừa và mở rộng trong các nghiên cứu đầu thế kỷ XXI. Chẳng hạn, Nguyễn Cảnh Toàn và cộng sự (2004) cho rằng “TDST nảy sinh từ TDPB – một quá trình tư duy độc lập, khách quan, có khả năng đánh giá và lựa chọn hướng đi mới” [53]. Lê Tấn Huỳnh Cẩm Giang (2011)[11] cùng với Đỗ Kiên Trung (2012)[49], Nguyễn Thành Thi (2013)[56], Nguyễn Gia Cầu (2013)[4], Nguyễn Phương Thảo (2015)[55], Lê Trung Tín (2016)[51], Dương Thị Hoàng Oanh (2017)[35], Ngô Vũ Thu Hằng (2018)[14], Đỗ Thị Trinh và cộng sự (2019)[50], Nguyễn Thị Kiều (2020)[23], Nguyễn Thị Kim Thoa và Bùi Đức Phương (2020)[57] đều đồng thuận rằng “TDPB không chỉ là hoạt động nhận định, đánh giá đơn thuần mà là bước đệm quan trọng cho TDST phát triển – nơi người học không chỉ nghi ngờ tích cực và đặt câu hỏi mà còn hình thành được những ý tưởng mới dựa trên suy xét đa chiều”.

Các nghiên cứu thực nghiệm tiêu biểu như của Trần Thị Bích Liễu (2013)[28], Dương Hữu Tòng và cộng sự (2020)[75], Nguyễn Thiện Chí (2018)[5], Phan Thị Kim Chi và cộng sự (2019)[6], Đặng Thị Thu Huệ (2019)[12], Nguyễn Thị Trúc Minh (2022)[31], và Đỗ Ngọc Miên (2014)[30] đã chứng minh rằng “việc thiết kế bài học nhằm phát triển đồng thời TDPB và TDST là khả thi và hiệu quả. Các hình thức tổ chức dạy học như lớp học đảo ngược, dạy học qua đối thoại, theo dự án, theo tình huống gợi vấn đề, đều cho thấy rằng khi HS được khuyến khích phản biện, đánh giá và tự điều chỉnh TD, thì cũng chính là lúc năng lực sáng tạo của các em được kích hoạt và phát triển rõ rệt”.

Ngoài ra, các công trình của Phan Thị Luyến (2008)[26] và Trần Vui(2005)[61] cũng nhấn mạnh vai trò của việc xây dựng hệ thống câu hỏi và tình huống toán học mở – nơi đan xen giữa nhu cầu phân tích, đánh giá (TDPB) với khả năng đưa ra các phương án giải quyết mới mẻ, linh hoạt (TDST). Việc rèn luyện cho HS kỹ năng đặt câu hỏi, lựa chọn hướng giải, phản biện lẫn nhau và kiểm chứng giả thuyết là con đường thiết thực để hình thành tư duy bậc cao.

Các nghiên cứu tại Việt Nam đã góp phần hình thành cơ sở lý luận và thực tiễn cho việc dạy học phát triển TD. Các tác giả đều thống nhất rằng TDPB và TDST không thể tách rời, mà gắn bó chặt chẽ trong một quá trình tư duy toàn diện: từ nhận thức vấn đề, đánh giá hiện trạng, đến việc đề xuất giải pháp mới. Tuy nhiên, vẫn cần thêm các nghiên cứu ứng dụng sâu trong dạy học môn Toán ở phổ thông để minh chứng hiệu quả của các mô hình và biện pháp cụ thể nhằm tích hợp phát triển cả hai năng lực này một cách bền vững và phù hợp với thực tiễn GD.

Tại nước CHDCND Lào, hoạt động nghiên cứu khoa học trong lĩnh vực GD đã có những bước phát triển nhất định. Một số tạp chí như *Vientiane Times*, *Vientiane Mai* và tạp chí *Giáo dục và Thể thao* đã đăng tải nhiều bài viết liên quan đến GD. Tuy nhiên, kết quả khảo sát các ấn phẩm của tạp chí *Giáo dục và Thể thao* từ năm 1991 đến nay cho thấy chưa có công trình nào nghiên cứu cụ thể về việc phát triển TDPB và TDST cho HS trong dạy học chủ đề PT và BPT. Điều này phản ánh một khoảng trống rõ rệt trong nghiên cứu GD tại Lào, đặc biệt là trong lĩnh vực dạy học Toán theo định hướng phát triển tư duy.

Mặc dù vậy, một số nghiên cứu liên quan đã được thực hiện bởi học viên Lào trong quá trình học tập và nghiên cứu tại Việt Nam. Tiêu biểu là luận văn thạc sĩ của Senglati Thongsane (2023) với đề tài “Phát triển tư duy sáng tạo cho sinh viên ngành giáo viên tiểu học nước CHDCND Lào qua dạy học chủ đề Hệ phương trình và Hệ bất phương trình” [45]. Ngoài ra, còn có các luận văn khác như: Viêng Say Xulachit (2002) nghiên cứu “phát triển TDST cho HS THPT thông qua dạy học phương trình, bất phương trình vô tỉ” [59], Khăm Khoong (2005) với đề tài “Khai thác tư duy sáng tạo qua giải quyết vấn đề Đại số lớp 10 theo chương trình của Lào” [24], Jab Vongthavy (2007) với nghiên cứu: “Tập trung vào phát triển tư duy thuật toán và TDST thông qua dạy học phương trình lượng giác lớp 11” [19].

Những công trình này, mặc dù mang lại những đóng góp bước đầu, chủ yếu tiếp cận từ hướng phát triển TDST, chưa chú trọng nhiều đến TDPB – một thành tố quan trọng trong tư duy bậc cao và GD hiện đại.

Ở các lĩnh vực khác ngoài Toán học, một số nghiên cứu quốc tế gần đây tại Lào cũng bắt đầu đề cập đến TDPB. Chẳng hạn, nghiên cứu của Mayumi Hashimoto và cộng sự (2023) về “công cụ đánh giá TDPB cho sinh viên điều dưỡng” đã chỉ ra vai trò then chốt của TDPB trong hiệu suất nghề nghiệp và hiệu quả chăm sóc bệnh nhân. Tuy nhiên, nhóm nghiên cứu cũng nhấn mạnh những khó khăn trong việc xây dựng công cụ đánh giá phù hợp với bối cảnh văn hóa – GD của Lào [100].

Tương tự, nhóm tác giả Say Phonekeo và cộng sự (2021) nghiên cứu về “Văn hóa tư duy” trong dạy học tiếng Anh cho thấy PP giảng dạy dựa trên TD giúp cải thiện kỹ năng đọc hiểu và thúc đẩy TDPB trong HS [110]. Những kết quả này phần nào chứng minh được khả năng phát triển TDPB thông qua GD, nhưng lại chưa được áp dụng vào dạy học Toán – một môn học có nhiều tiềm năng để rèn luyện TD.

Từ những phân tích trên, có thể thấy: các nghiên cứu tại Lào về TD – đặc biệt là về TDPB và TDST trong dạy học Toán – còn rất hạn chế, cả về số lượng lẫn phạm vi tiếp cận. Điều này dẫn đến vấn đề về năng lực TD của HS chưa được khai thác và phát triển hiệu quả, đã phần nào ảnh hưởng đến chất lượng GD phổ thông cũng như đào tạo nguồn nhân lực. Vì vậy, những công trình nghiên cứu tập trung vào việc phát triển TDPB và TDST thông qua dạy học Toán, đặc biệt là các chủ đề then chốt như PT và BPT, là hết sức cần thiết và mang ý nghĩa thiết thực đối với nền GD Lào hiện nay.

2.3. Đánh giá chung

Từ việc nghiên cứu, tổng hợp các công trình khoa học trong và ngoài nước, có thể rút ra một số nhận định quan trọng như sau:

1) Trên thế giới và tại Việt Nam đã có nhiều công trình nghiên cứu liên quan đến TDPB và TDST, cũng như các PP dạy học nhằm phát triển hai loại TD này. Những nghiên cứu đó mang lại những kết quả thiết thực, được ứng dụng rộng rãi trong dạy học các nội dung toán học cụ thể.

2) Tuy nhiên, qua khảo sát, cho thấy chưa có công trình nào tập trung đề xuất các biện pháp dạy học một nội dung toán cụ thể theo hướng kết hợp phát triển đồng thời TDPB và TDST cho HS THPT. Đặc biệt, chưa có nghiên cứu nào được thực hiện với đối tượng HS tại nước CHDCND Lào.

3) Tại nước CHDCND Lào, việc nghiên cứu về TD và phát triển TD cho HS trong quá trình dạy học còn rất ít. Điều này tạo ra những hạn chế nhất định đến chất lượng GD và thể thao của quốc gia này. Do đó, nghiên cứu về phát triển TDPB và TDST trong dạy học toán học, cụ thể là nội dung PT và BPT, là cần thiết, có tính thời sự, đáp ứng yêu cầu đổi mới GD của nước CHDCND Lào.

4) Trên cơ sở đó, luận án xác định rõ mục đích nghiên cứu: làm rõ cơ sở lý luận và thực tiễn về TDPB, TDST; đồng thời đề xuất một số biện pháp phát triển riêng biệt cho từng loại tư duy, làm nền tảng để đề xuất biện pháp tiếp cận tích hợp, hướng đến việc phát triển đồng thời cả TDPB và TDST trong quá trình dạy học chủ đề PT và BPT cho HS THPT ở nước CHDCND Lào, góp phần nâng cao chất lượng dạy học và phát triển năng lực toàn diện cho HS.

3. Mục đích nghiên cứu

Góp phần làm rõ hơn cơ sở lý luận và thực tiễn về TDPB, TDST; chỉ ra mối quan hệ giữa TDPB và TDST, từ đó đề xuất một số BP DH chủ đề PT, BPT theo hướng phát triển từng loại hình tư duy này; làm nền tảng để đề xuất biện pháp tiếp cận tích hợp, hướng đến việc dạy học chủ đề PT và BPT theo hướng phát triển đồng thời cả TDPB và TDST cho HS THPT nước CHDCND Lào.

4. Nhiệm vụ nghiên cứu

Để thực hiện mục đích đó, cần thực hiện bốn nhiệm vụ nghiên cứu sau đây:

4.1. Nghiên cứu cơ sở lý luận về TDPB và TDST, cấu trúc và những biểu hiện của TDPB, TDST, mối quan hệ giữa TDPB và TDST.

4.2. Tìm hiểu thực trạng DH chủ đề PT, BPT theo hướng phát triển TDPB, TDST cho HS THPT ở một số trường THPT nước CHDCND Lào.

4.3. Đề xuất một số BP DH chủ đề PT, BPT theo hướng phát triển từng loại hình tư duy này; làm nền tảng để đề xuất biện pháp tiếp cận tích hợp, hướng đến việc dạy học chủ đề PT và BPT theo hướng phát triển đồng thời cả TDPB và TDST cho HS THPT nước CHDCND Lào.

4.4. Thực nghiệm sư phạm để đánh giá tính đúng đắn của giả thuyết khoa học; đánh giá hiệu quả của các BP DH được đề xuất trong luận án.

5. Khách thể, đối tượng nghiên cứu, phạm vi nghiên cứu

5.1 Khách thể nghiên cứu: QT DH môn Toán ở trường THPT.

5.2 Đối tượng nghiên cứu: BP DH chủ đề PT, BPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS trường THPT nước CHDCND Lào.

5.3. Phạm vi nghiên cứu: Luận án tập trung nghiên cứu những biểu hiện đặc trưng TDPB và TDST của HS THPT trong học tập môn Toán và một số biện pháp sư phạm trong dạy học môn toán theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS THPT.

6. Giả thuyết khoa học

Nếu xác định được các biểu hiện TDPB, TDST của HS trong DH PT và BPT, đồng thời vận dụng và khai thác các BP DH theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS thông qua DH PT và BPT thì góp phần phát triển TDPB và TDST cho HS trường THPT nước CHDCND Lào.

7. Phương pháp nghiên cứu

Để thực hiện các nhiệm vụ nghiên cứu đặt ra trong luận án, chúng tôi sử dụng bốn nhóm PP chính: PP nghiên cứu lý luận, các PP nghiên cứu thực tiễn, PP thực nghiệm sư phạm, PP chuyên gia.

7.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận

PP nghiên cứu lý luận được áp dụng để thu thập, phân tích và hệ thống hóa các tài liệu, quan điểm khoa học liên quan đến TDPB và TDST, các biểu hiện của TDPB và TDST. Việc này nhằm làm rõ cơ sở lý luận về phát triển TDPB và TDST trong giảng dạy Toán ở bậc THPT. Kết quả nghiên cứu lý luận sẽ là nền tảng cho việc xây dựng các biện pháp sư phạm nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS thông qua dạy học PT và BPT tại nước CHDCND Lào.

7.2. Các phương pháp nghiên cứu thực tiễn: Nghiên cứu thực tiễn được thực hiện thông qua các PP như phỏng vấn, khảo sát bằng phiếu hỏi và quan sát sư phạm. Mục tiêu là đánh giá thực trạng giảng dạy PT và BPT trong các trường THPT tại CHDCND Lào, đồng thời xác định mức độ rèn luyện và phát triển TDPB và TDST của HS thông qua các bài học này. Kết quả thu được sẽ là cơ sở thực tiễn giúp đề xuất và hoàn thiện các biện pháp sư phạm phù hợp.

7.3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm: Để đánh giá hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất, đặc biệt là việc rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho HS qua dạy học PT và BPT trường THPT nước CHDCND Lào, chúng tôi sẽ tổ chức triển khai các tình huống dạy học vào thực tiễn nhằm điều chỉnh, đánh giá coi như là những tác động quan trọng trong quá trình nghiên cứu.

7.4. Phương pháp chuyên gia: Xin ý kiến của các chuyên gia là những nhà khoa học thuộc chuyên ngành Lý luận và PPDH bộ môn Toán bao gồm các nhà nghiên cứu, các giảng viên toán đang làm việc tại một số viện nghiên cứu và một số trường Đại học Sư phạm ở nước Cộng hòa xã hội chủ nghĩa Việt Nam và nước CHDCND Lào, đặc biệt là các GV đang trực tiếp giảng dạy môn Toán ở một số trường THPT nước CHDCND Lào bằng cách phỏng vấn, trao đổi trực tiếp hoặc phát phiếu xin ý kiến.

8. Những luận điểm đưa ra bảo vệ

8.1. Việc DH môn Toán trong trường THPT ở nước CHDCND Lào theo hướng rèn luyện, phát triển TDPB và TDST cho HS là cần thiết, có ý nghĩa quan trọng trong việc thực hiện đổi mới GD hướng tới các mục tiêu GD của thế kỷ XXI ở nước CHDCND Lào.

8.2. Những BP DH môn Toán THPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS đã đề xuất trong luận án có tính khả thi và hiệu quả. Nếu các BP đó được thực hiện một cách đồng bộ, hệ thống, thường xuyên, tương thích với nội dung bài học và phù hợp với đặc điểm nhận thức của HS thì sẽ góp phần phát triển TD cho HS, nâng cao chất lượng GD toán học ở trường phổ thông nước CHDCND Lào.

9. Những đóng góp của luận án

9.1. Về mặt lý luận

- Xác định được các thành tố và mức độ biểu hiện của TDPB và TDST, đồng thời chỉ ra được mối quan hệ giữa TDPB và TDST trong DH PT, BPT.

9.2. Về mặt thực tiễn

- Khảo sát và phân tích thực trạng việc phát triển TDPB và TDST cho HS trong DH PT và BPT ở nước CHDCND Lào.

- Tổ chức thực hiện một số biện pháp dạy học PT, BPT ở trường THPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS, phù hợp với thực tiễn nhà trường, trên cơ sở kế thừa các bài học kinh nghiệm quốc tế, trong ĐK tôn trọng chương trình và SGK môn Toán hiện hành của nước CHDCND Lào.

10. Cấu trúc của luận án

Ngoài phần Mở đầu, Kết luận, nội dung của luận án được trình bày trong ba chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2: Biện pháp dạy học PT và BPT ở trường THPT nước CHDCND Lào theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

Trong chương này, chúng tôi trình bày cơ sở lý luận của đề tài, bao gồm các kết quả nghiên cứu trong và ngoài nước liên quan đến việc phát triển TDPB và TDST. Đồng thời, chúng tôi đề cập đến các kết quả điều tra thực tiễn về việc sử dụng phương pháp dạy học, mức độ yêu thích môn Toán nói chung và chủ đề PT và BPT nói riêng; cũng như mối liên hệ giữa hoạt động dạy – học với việc hình thành và phát triển TDPB và TDST. Nhằm cung cấp một cái nhìn tổng thể và làm rõ cơ sở khoa học cho việc đề xuất các biện pháp, chương này cũng trình bày một số vấn đề có liên hệ mật thiết với phương pháp phát triển tư duy, như: bản chất và biểu hiện của TDPB và TDST; các hoạt động trí tuệ trong học tập; sự phát triển tư duy trong dạy học; năng lực sư phạm của GV; cùng các yếu tố ảnh hưởng đến quá trình dạy học như mức độ hứng thú, thái độ và cảm xúc của HS. Những nội dung trên được xem là cơ sở lý luận và thực tiễn quan trọng để chúng tôi đề xuất các biện pháp trong chương 2.

1.1. Một số vấn đề về tư duy phản biện và tư duy sáng tạo

1.1.1. Tư duy phản biện

1.1.1.1. Khái niệm tư duy phản biện

TDPB là một khái niệm được nhiều nhà nghiên cứu đề cập và định nghĩa dưới nhiều góc nhìn khác nhau. Các nhà khoa học như Beyer (1995), Moore & Parker (1994), Scriven & Paul (1996), Richard Paul (1996), Diane F. Halpern (2003), Chance (1986), Richard & Linda Elder (2012), Runisah et al. (2017), Zoe Mckey (2018), Albert Rutherford (2019), Trần Thúc Trình (2003), Phan Thị Luyện (2008), Nguyễn Phương Thảo (2015), Ngô Vũ Thu Hằng (2018), Đỗ Thị Trinh & Trần Thị Thu Uyên (2019), Nguyễn Thị Kim Thoa & cộng sự (2020) đã đưa ra nhiều quan niệm về khái niệm này.

Các quan niệm về TDPB bao gồm:

Beyer (1995) cho rằng: “TDPB là quá trình tạo ra những phán đoán có cơ sở” [68].

Theo Scriven & Paul (1996) thì “TDPB là khả năng và hành động nhằm thấu hiểu và đánh giá dữ liệu thu thập từ quan sát, giao tiếp, truyền thông và tranh luận” [110].

Moore & Parker (1994) khẳng định: “TDPB là quá trình quyết định một cách cẩn thận và có tính toán về việc chấp nhận, bác bỏ hoặc tạm ngừng đánh giá một vấn đề” [dẫn theo 81, Fisher A., 2001)].

Theo Hatcher thì “TDPB là nỗ lực để đưa ra phán đoán sau khi đã đánh giá mọi khía cạnh của bằng chứng và luận cứ” [dẫn theo, 81].

Chance (1986) cho rằng: “TDPB bao gồm khả năng phân tích, tổng hợp, đánh giá, so sánh, và GQVĐ” [dẫn theo, 81].

Paul & Elder (2004) quan niệm: “TDPB là quá trình tăng cường chất lượng TD bằng việc điều khiển các cấu trúc TD có sẵn và áp dụng các tiêu chuẩn trí tuệ”[103].

Theo Halpern & Roiggio (2003) thì “TDPB là quá trình suy luận mở, không bị hạn chế, bao gồm nhiều giải pháp khác nhau”[88].

Phan Thị Luyến (2008) [26]: “TDPB là quá trình suy xét, đánh giá và liên hệ các nguồn thông tin với thái độ hoài nghi tích cực, dựa trên tiêu chuẩn hợp lý nhằm tìm ra giải pháp tối ưu cho vấn đề”.

Nguyễn Phương Thảo (2015) [55]: “TDPB là cách suy nghĩ có chủ định, hoàn thiện với thái độ hoài nghi tích cực”.

Runisah và cộng sự (2016) [108]: “TDPB là khả năng suy nghĩ một cách logic và có hệ thống trong việc định giá, GQVĐ và nghiên cứu”.

Nguyễn Thị Kiều Nga (2019) [33]: “TDPB dựa trên bằng chứng, kinh nghiệm, và sự liên hệ các nguồn thông tin”.

Zoe Mckey (2018) [62]: “TDPB là TD có mục đích, trình bày logic và hướng tới đạt mục tiêu”.

Ngô Vũ Thu Hằng (2018) [14]: “TDPB bao gồm các kỹ năng phân tích, suy luận, đánh giá, và tự điều chỉnh”.

Đỗ Thị Trinh và cộng sự (2019) [50]: “TDPB là sự vận dụng trí tuệ để phân tích, tổng hợp và đánh giá thông tin một cách có hệ thống, giúp xác định đúng - sai, hợp lý - không hợp lý, từ đó đưa ra quyết định và hành động phù hợp”.

Nguyễn Thị Kim Thoa và cộng sự (2020) [57]: “TDPB là quá trình nhận diện, phân tích và đánh giá một thông tin dưới nhiều góc nhìn”.

Từ các quan điểm trên cho thấy TDPB là một quá trình phân tích, đánh giá có hệ thống, dựa trên bằng chứng, với mục tiêu GQVĐ và ra quyết định hợp lý. Sự khác biệt chủ yếu nằm ở mức độ nhấn mạnh vào từng khía cạnh như hoài nghi tích cực, kỹ năng tư duy cụ thể hay khả năng sáng tạo trong GQVĐ.

Trong luận án này, chúng tôi quan niệm rằng: “TDPB là một quá trình tư duy có chủ đích, trong đó cá nhân sử dụng các kỹ năng phân tích, đánh giá, suy luận và tự điều

chỉnh để xem xét thông tin một cách logic, có hệ thống và khách quan. Tư duy này dựa trên bằng chứng, lập luận chặt chẽ và thái độ hoài nghi tích cực nhằm đưa ra các kết luận hợp lý, GQVĐ hiệu quả và nâng cao chất lượng tư duy”.

1.1.1.2. Một số biểu hiện đặc trưng của tư duy phản biện

Trong các nghiên cứu của R.S. Nickerson (2002) [34], K.B. Beyer (1995) [68] và M. Lipman (2003) [97] thì “TDPB được đánh giá từ nhiều khía cạnh khác nhau như kiến thức, năng lực, thái độ, PP tư duy và thói quen hành vi”. Dù có sự khác biệt trong cách diễn đạt, các tác giả đều nhấn mạnh những đặc điểm quan trọng của TDPB, bao gồm:

- Khả năng tổ chức và trình bày tư tưởng một cách rõ ràng, mạch lạc;
- Sử dụng bằng chứng để đưa ra nhận định khách quan, tránh thiên lệch.
- Phân biệt rõ ràng giữa suy luận logic và phi logic;
- Đưa ra phán đoán khi chưa đủ bằng chứng, đồng thời nỗ lực dự đoán các khả năng xảy ra trước khi đưa ra quyết định;
- Biết lắng nghe và tìm hiểu quan điểm của người khác, thường xuyên đặt câu hỏi, tìm hiểu giả định và hàm ý trong quan điểm đó;
- Có khả năng tranh luận, nhận diện và điều chỉnh sai lầm trong lập luận của bản thân và người khác;
- Nhạy cảm với bối cảnh, linh hoạt điều chỉnh và áp dụng các kỹ thuật GQVĐ vào những tình huống hoặc lĩnh vực mới”.

Wade (1995) đã chỉ ra “8 thành tố của TDPB: Đặt câu hỏi; Xác định vấn đề; Khảo sát chứng cứ; Phân tích giả định và định kiến; Tránh lập luận cảm tính; Tránh đơn giản hóa quá mức; Xem xét các cách diễn giải khác nhau; Chấp nhận sự hàm hồ (ambiguity) - tức là sẵn sàng để mở nhiều cách hiểu khác nhau về một vấn đề” [dẫn theo Chu Cẩm Thơ 47, tr. 56].

Việc chấp nhận sự hàm hồ được coi là một phần thiết yếu của TDPB. Strohm và cộng sự (1995) nhấn mạnh rằng “sự hàm hồ và sự hoài nghi đều đóng vai trò quan trọng trong quá trình TDPB và là một phần tất yếu của nó” [dẫn theo 44, tr. 47].

Siêu nhận thức trong TDPB. Một đặc điểm quan trọng khác của TDPB là siêu nhận thức (metacognition) - tức là TD về chính TD của mình. Jones & Ratcliff (1993), định nghĩa: “Siêu nhận thức là nhận thức về TD của bản thân khi đang thực hiện một nhiệm vụ cụ thể, từ đó kiểm soát và điều chỉnh quá trình TD một cách hiệu quả” [dẫn theo 47, tr. 10].

Các yếu tố cốt lõi của TDPB theo K.B. Beyer [dẫn theo 44, tr. 12]:

“- Tâm thế (Disposition): Những người có TDPB thường có thái độ hoài nghi, cởi mở, công bằng, tôn trọng bằng chứng và lập luận, đánh giá vấn đề rõ ràng và chính xác. Họ luôn xem xét nhiều góc nhìn khác nhau và sẵn sàng thay đổi quan điểm khi có cơ sở hợp lý.

- Tiêu chí đánh giá: Một lập luận có tính phản biện cần dựa trên bằng chứng xác thực, nguồn tin cậy, tính chính xác, không thiên vị, tránh các nguy biện logic và đảm bảo tính nhất quán về mặt logic.

- Luận chứng: Là quá trình tìm hiểu, đánh giá và xây dựng các lập luận dựa trên bằng chứng.

- Lập luận: Khả năng suy luận để rút ra kết luận từ các tiền đề, đòi hỏi phải phân tích các mối quan hệ logic giữa các dữ kiện.

- Điểm nhìn: Cách tiếp cận thế giới từ nhiều góc độ khác nhau, giúp hình thành quan điểm đa chiều.

- Quy trình áp dụng các tiêu chí: TDPB không chỉ dựa vào một quy trình cố định mà bao gồm nhiều bước như đặt câu hỏi, đánh giá lập luận, nhận diện giả thuyết, v.v...”

Tóm lại, TDPB là một kỹ năng phức hợp, bao gồm khả năng lập luận logic, phân tích thông tin, đánh giá quan điểm, và điều chỉnh TD để phù hợp với bằng chứng thực tế. Việc rèn luyện TDPB không chỉ giúp nâng cao khả năng suy luận mà còn cải thiện khả năng ra quyết định và GQVĐ trong nhiều lĩnh vực của cuộc sống.

Qua phân tích các nghiên cứu trên, chúng tôi nhận thấy TDPB có một số biểu hiện đặc trưng như sau: 1) *Có khả năng phân tích và tổng hợp thông tin*; 2) *Có khả năng đặt câu hỏi và tìm kiếm giải pháp*; 3) *Có khả năng suy luận logic và tư duy hệ thống*; 4) *Có tư duy phản biện mở và hoài nghi tích cực*; 5) *Biết lập luận và ra quyết định*; 6) *Có khả năng tự đánh giá và điều chỉnh*; 7) *Biết trừu tượng hóa và sáng tạo trong GQVĐ*.

1.1.1.3. Một số biểu hiện của tư duy phản biện trong dạy học toán cho học sinh THPT

Trên cơ sở tổng hợp nhận định của các tác giả K. B. Beyer, M. Lipman, R. S. Nickerson, M. Scriven, R. Paul, D. F. Halpern... [68, 97, 34, 111, 103, 88] và qua những nghiên cứu thực tiễn của tác giả trong QT giảng dạy Toán cho HS THPT, có thể tóm tắt một số biểu hiện đặc trưng của TDPB trong dạy học Toán cho HS THPT như sau:

Bảng 1.1. Biểu hiện của TDPB trong dạy học Toán cho HS THPT

Biểu hiện	Mô tả biểu hiện
Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề	1. HS có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập từ tình huống, nhận biết và lọc bỏ dữ liệu không liên quan để tập trung vào bản chất vấn đề.
	2. HS biết đặt các câu hỏi rõ ràng nhằm tìm kiếm thông tin và phương hướng giải quyết tình huống.
Khả năng liên kết đánh giá, xử lý thông tin	3. HS biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm, phương pháp giải toán, xem xét vấn đề từ nhiều góc độ khác nhau, tìm mối quan hệ logic giữa dữ liệu.
	4. HS sẵn sàng tiếp nhận và xem xét ý kiến khác, có thái độ hoài nghi tích cực, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra phương án hợp lý nhất.
	5. HS có khả năng lập luận, đưa ra phán đoán, quyết định và tìm kiếm cách tiếp cận mới cho các tình huống phức tạp.
	6. HS có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận biết những sai sót trong cách đặt vấn đề và cách thức xử lý, đồng thời sửa chữa và bổ sung kịp thời.
Khả năng phản ánh	7. HS có khả năng đặt và xử lý các tình huống phức tạp, trừu tượng hóa và khái quát hóa vấn đề, phát triển các tình huống mới.

Những biểu hiện trên không đứng riêng tách rời mà đan xen và lồng vào nhau trong mối quan hệ mật thiết. Vì vậy, chúng tôi cho rằng, sự phân chia như trên chỉ mang tính tương đối.

Ví dụ 1.1. Dạy học hàm số mũ (Môn Toán lớp 11 Sách giáo khoa Lào, chương 4, bài 15). (Xin xem PL 5, 21)

1.1.1.4. Biểu hiện tư duy phản biện của học sinh trong dạy học Phương trình và Bất phương trình

Nội dung phương trình và bất phương trình trong chương trình giáo dục trung học phổ thông nước CHDCND Lào.

Trong chương trình toán THPT của nước CHDCND Lào, chủ đề về PT và BPT được giảng dạy xuyên suốt từ lớp 10 đến lớp 12. Tổng số bài học bao gồm: **(xem PL 3, tr 14).**

Chương trình toán THPT của nước CHDCND Lào dành nhiều thời gian để giảng dạy các nội dung về PT và BPT. Các bài học được sắp xếp từ cơ bản đến nâng cao, phù hợp với năng lực của HS từng khối lớp.

Lớp 10 tập trung vào PT và BPT bậc hai, lớp 11 mở rộng với PT và BPT mũ, logarit, lượng giác, trong khi lớp 12 nâng cao kiến thức với phương trình tuyến tính và phương trình vi phân.

Chương trình này giúp HS phát triển tư duy toán học và khả năng GQVĐ, tạo nền tảng vững chắc để tiếp tục học tập ở bậc cao hơn.

Dựa trên các biểu hiện ở mục 1.1.1.2, 1.1.1.3 và nội dung PT và BPT chúng ta có thể đưa ra một số biểu hiện TDPB của HS trong dạy học PT và BPT sau:

Bảng 1.2. Biểu hiện TDPB của HS trong dạy học PT và BPT

Biểu hiện	Mô tả biểu hiện
Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề	1. Có khả năng phân tích, so sánh, liên hệ giữa các giả thiết có trong tình huống liên quan đến PT và BPT với kiến thức đã học và yêu cầu đặt ra để tìm phương án giải quyết.
	2. Có khả năng đặt câu hỏi để tìm kiếm thông tin và xác định hướng giải quyết tình huống liên quan đến PT và BPT.
Khả năng liên kết đánh giá, xử lý thông tin	3. Có khả năng tìm kiếm những căn cứ trong các lập luận khi chứng minh hoặc phương án giải quyết tình huống liên quan đến PT và BPT; từ đó phát hiện và tìm tòi đề ra nhiều phương án xử lý khác nhau cho cùng một tình huống.
	4. Luôn sẵn sàng xem xét, hoài nghi và tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết hợp lý nhất cho tình huống liên quan đến PT và BPT.
	5. Có khả năng lập luận để đưa ra các phán đoán và quyết định cho các tình huống liên quan đến PT và BPT; biết tìm kiếm cách tiếp cận khác cho các tình huống phức tạp hơn.
	6. Biết nhận ra những thiếu sót, sai lầm trong các lập luận không chính xác; đề ra phương án sửa chữa, bổ sung để loại bỏ sai sót trong cách xử lý tình huống liên quan đến PT và BPT.
Khả năng phản ánh	7. Có khả năng đặt và giải quyết các tình huống liên quan đến PT và BPT phức tạp hơn; biết phân tích, liên hệ, mở rộng và phát triển thành tình huống mới.

Các dấu hiệu trên có mối quan hệ tương quan với nhau. Trong quá trình giảng dạy môn Toán ở trường trung học, các kiểu tư duy không tồn tại một cách độc lập mà có sự liên kết chặt chẽ, bổ trợ lẫn nhau. Sự kết hợp này đóng vai trò quan trọng trong việc thúc đẩy sự phát triển của tư duy. Mức độ kết hợp giữa các loại tư duy phụ thuộc vào nhiều yếu tố, bao gồm nội dung giảng dạy, cách tổ chức hoạt động của GV và HS, điều kiện môi trường học tập cũng như PP dạy học tích cực được áp dụng. Những yếu tố này góp phần quyết định hiệu quả của quá trình phát triển tư duy trong dạy học.

Để minh họa cho các biểu hiện của TDPB, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1.2: Giải PP sau: $(x^2 - 4) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$ (**Xin xem PL 6, tr 28**)

Qua bài toán này, HS có thể thể hiện nhiều biểu hiện của TDPB: phân tích, đặt câu hỏi, đưa ra cách giải khác nhau, tranh luận về PP tối ưu, kiểm tra sai sót và mở rộng bài toán. Điều này giúp phát triển tư duy toán học sâu sắc hơn.

Ví dụ 1.3: Dạy học quy tắc giải BPT lượng giác (SGK 11- Chương 8- Bài 32)
(**Xin xem chi tiết PL 7, tr 30**)

Từ bảng tổng hợp các biểu hiện TDPB trong chủ đề PT và BPT, có thể nhận thấy rõ sự kế thừa có chọn lọc từ những biểu hiện TDPB chung đã được xác lập trong dạy học Toán nói chung. Các biểu hiện như tái tạo và tổ chức thông tin, xử lý và đánh giá dữ liệu, hay phản ánh và điều chỉnh lập luận vẫn giữ vai trò nòng cốt, tuy nhiên đã được cụ thể hóa và phát triển sâu hơn, phù hợp với đặc trưng riêng của mạch kiến thức PT và BPT. Điểm nổi bật trong biểu hiện TDPB ở nội dung này chính là việc HS phải vận dụng linh hoạt và có ý thức phản biện ngay từ bước xác định điều kiện xác định, lựa chọn phương pháp giải phù hợp, cũng như đánh giá tính đúng đắn và đầy đủ của nghiệm sau khi giải. Đây là những biểu hiện đặc thù, mang tính chuyên biệt cao, không chỉ phản ánh khả năng TDPB mà còn cho thấy mức độ hiểu sâu và làm chủ kiến thức toán học của HS. Kết quả nghiên cứu này cho thấy rằng, các biểu hiện TDPB không chỉ có thể nhận diện một cách rõ ràng trong một nội dung toán học cụ thể, mà còn có thể được phát triển theo hướng hiệu quả hơn khi có sự định hướng dạy học phù hợp. Điều này không chỉ góp phần làm rõ bản chất TDPB trong môn Toán, mà còn tạo tiền đề quan trọng cho việc đề xuất các biện pháp dạy học nhằm phát triển TDPB cho HS một cách có hệ thống, bền vững và gắn liền với đặc thù của từng nội dung kiến thức.

1.1.2. Tư duy sáng tạo

1.1.2.1. Khái niệm tư duy sáng tạo

TDST là khả năng tạo ra những ý tưởng mới, phát hiện và giải quyết vấn đề theo những phương thức độc đáo, khác biệt so với tư duy tái tạo. Dưới đây là những định nghĩa và quan điểm của các nhà nghiên cứu về TDST:

Theo I. Lerner (1977) thì “TDST là hình thức tư duy tạo ra tri thức mới về thế giới tự nhiên và phương thức hoạt động, phân biệt rõ ràng với tư duy tái tạo” [29].

J. DanTon (1985) cho rằng “TDST là quá trình tìm ra những ý nghĩa mới, mối quan hệ giữa các yếu tố, kết hợp giữa kiến thức, trí tưởng tượng và sự đánh giá” [72].

P. E. Torrance (1995) nhấn mạnh “TDST là sự nhạy bén trong việc nhận ra vấn đề, dự đoán và đề xuất giả thuyết giải quyết” [119].

Theo Tôn Thân (1995) thì “TDST là tư duy độc lập, tạo ra ý tưởng mới độc đáo và hiệu quả trong giải quyết vấn đề” [58].

Nguyễn Cảnh Toàn (1997) khẳng định “TDST là quá trình vận động tư duy từ những hiểu biết đã có đến những nhận thức mới, mang tính biện chứng”[52].

Phạm Đức Quang và cộng sự (2007), xem “TDST là sự kết hợp giữa tư duy tích cực và độc lập, nhằm giải quyết vấn đề một cách hiệu quả”[31].

Vũ Dũng (2008) nhấn mạnh “TDST là quá trình sản sinh sản phẩm mới và tổ chức hoạt động nhận thức một cách độc đáo”[9].

Nguyễn Bá Kim (2009), nhấn mạnh “tính linh hoạt, độc lập và phê phán là những yếu tố cốt lõi của TDST”[21].

Đỗ Ngọc Miên (2014), xem “TDST là khuynh hướng phát hiện và giải thích sự vật theo lối mới”[30].

Chu Cẩm Thơ (2015), định nghĩa “TDST là cách nghĩ mới về sự vật và cách giải quyết mới”[47].

Nguyễn Thị Kiều Nga (2019) đề xuất “TDST như sự phát hiện và giải thích bản chất sự vật theo cách mới”[33].

Phan Thị Kim Chi và cộng sự (2019), nhấn mạnh “TDST là tư duy có tính linh hoạt, độc lập và phê phán, giúp tạo ra ý tưởng độc đáo và hiệu quả”[6].

Từ các quan điểm trên cho thấy TDST không chỉ là sự đổi mới, sáng tạo, mà còn là quá trình tư duy mang tính hệ thống, linh hoạt, và biện chứng, góp phần tạo ra những giải pháp có giá trị trong những bối cảnh khác nhau.

Trong luận án này, chúng tôi quan niệm “TDST là quá trình tư duy độc lập, linh hoạt và phản biện, trong đó cá nhân tìm ra những ý tưởng mới, giải pháp mới hoặc cách tiếp cận mới đối với vấn đề. TDST không chỉ giúp phát hiện và GQVĐ theo những cách chưa từng có mà còn gắn liền với trí tưởng tượng, sự đổi mới và khả năng ứng dụng thực tiễn. Đây là một dạng tư duy có thể rèn luyện và phát triển thông qua quá trình học tập, trải nghiệm và khám phá”.

1.1.2.2. Các đặc trưng cơ bản của tư duy sáng tạo

Khi nghiên cứu về TDST, J.P. Guilford cho rằng: “TDST có các đặc trưng: linh hoạt, nhuần nhuyễn, độc đáo và hoàn thiện”. Theo Guilford, TDST về bản chất là “tìm kiếm và thể hiện những PP logic trong tình huống có vấn đề, tìm kiếm những PP khác nhau và mới của việc giải GQVĐ, giải quyết nhiệm vụ”. Do đó ST là một thuộc tính của TD, là một phẩm chất của quá trình TD. Ông cũng khẳng định năng khiếu ST có sẵn ở các mức độ biến thiên ở mọi cá thể bình thường (tức mọi cá nhân bình thường đều có khả năng ST). Đồng thời cho rằng quá trình ST có thể tái tạo tự giác (tức có thể dạy và học được với một số lớn cá thể)[84].

Chúng tôi đồng quan điểm với các học giả như Guilford (1979)[84] và Torrance (1963)[117] rằng “TDST được đặc trưng bởi những yếu tố cốt lõi, bao gồm tính linh hoạt (flexibility), tính lưu loát (fluency), tính độc đáo (originality), tính hoàn thiện (elaboration) và sự nhạy bén với vấn đề (problem sensibility)” theo Loowenfeld (1962)[98]. Cụ thể:

a) Tính mềm dẻo (Flexibility)

Tính mềm dẻo của TDST thể hiện ở khả năng linh hoạt chuyển đổi giữa các hoạt động và thao tác tư duy như phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa, quy nạp, suy diễn, tưởng tượng. Đặc trưng của tính mềm dẻo gồm:

- Dễ dàng thay đổi giải pháp, điều chỉnh hướng suy nghĩ khi gặp khó khăn.
- Nhanh chóng thay đổi quan điểm, định nghĩa lại sự vật, loại bỏ lối tư duy cũ và xây dựng cách nghĩ mới, sẵn sàng thích ứng với hoàn cảnh và mối quan hệ mới.
- Suy nghĩ linh hoạt, không rập khuôn, biết vận dụng kiến thức, kinh nghiệm vào tình huống mới và phát hiện vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc.

Tính mềm dẻo là yếu tố quan trọng của TDST, cần được rèn luyện thông qua các hoạt động dạy học phù hợp.

Ví dụ 1.4: GV nêu nhiệm vụ cho HS thông qua phiếu học tập sau:

1. Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để đưa ra cách giải phương trình sau:

$$\sqrt[m]{f(x)+a} - \sqrt[n]{f(x)-b} = c \quad (m, n \in \mathbb{N}, m, n \geq 2)$$

2. Áp dụng cách giải đó để giải các phương trình, bất phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1-x} = 1$; b) $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$

GV tổ chức cho HS thực hiện nhiệm vụ học tập (**xin xem PL 8, tr 36**).

Phân tích:

Thông qua hoạt động dạy học trên, HS đã phải vận dụng linh hoạt các hoạt động trí tuệ như: phân tích (tổng của các biểu thức trong dấu căn là hằng số); khái quát hóa (cách giải PT dạng $\sqrt[m]{f(x)+a} - \sqrt[n]{f(x)-b} = c$); tương tự hóa (cách giải BPT $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$ giống cách giải PT $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1-x} = 1$); HS được rèn luyện suy nghĩ không rập khuôn máy móc, mà biết vận dụng sáng tạo các tri thức, kinh nghiệm đã có (ở đây là cách giải PT $\sqrt[m]{f(x)+a} - \sqrt[n]{f(x)-b} = c$) vào một tình huống mới đã có yếu tố thay đổi (là BPT $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$). Như vậy HS đã được rèn luyện tính mềm dẻo của tư duy.

b) Tính nhuần nhuyễn (Fluency)

Tính nhuần nhuyễn của tư duy thể hiện ở khả năng nhanh chóng kết hợp các yếu tố riêng lẻ để đưa ra giả thuyết và ý tưởng mới. Đây là khả năng tìm được nhiều giải pháp từ nhiều góc độ và tình huống khác nhau. Số lượng ý tưởng càng nhiều thì khả năng xuất hiện ý tưởng độc đáo càng cao.

Đặc trưng của tính nhuần nhuyễn gồm:

Thứ nhất: Tính đa dạng trong xử lý vấn đề: Khả năng đề xuất nhiều phương án khác nhau và tìm ra phương án tối ưu.

Thứ hai: Khả năng xem xét vấn đề toàn diện: Nhìn nhận sự vật, hiện tượng dưới nhiều góc độ, thấy được vị trí của nó trong hệ thống, tránh cách nhìn phiến diện và cứng nhắc.

Ví dụ 1.5. Giải bất phương trình sau: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 5$

Với bài toán này, học sinh có thể tiếp cận từ nhiều góc độ khác nhau và tìm ra được nhiều cách giải khác nhau.

Cách 1: Bình phương hai vế và rút gọn trực tiếp

Cách 2: Đặt điều kiện xác định

Cách 3: Xét hàm số (xin xem chi tiết PL 8, tr 38)

Thông qua hoạt động giải phương trình trên, HS được rèn luyện khả năng xem xét đối tượng dưới nhiều góc độ. Từ đó, các em nhanh chóng tìm được nhiều giải pháp khác nhau và tìm ra cách giải tối ưu nhất. (Ví dụ: Cách 1 sử dụng phương pháp bình phương hai vế, đồng thời khai thác mối liên hệ giữa các căn thức. Cách 2 sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ, chuyển đổi đại số linh hoạt, cách 3 xét tính đơn điệu của hàm số, ngắn gọn và trực quan). Như vậy, HS đã được rèn luyện tính nhuần nhuyễn của tư duy.

c) Tính độc đáo (Originality):

Thể hiện ở khả năng tìm kiếm và giải quyết vấn đề bằng phương pháp lạ, độc đáo hoặc duy nhất. Tính độc đáo của tư duy sáng tạo thể hiện qua cách giải quyết vấn đề.

Tính độc đáo của tư duy có các đặc trưng sau:

- Khả năng tìm ra những hiện tượng và những kết hợp mới
- Khả năng nhìn ra những mối liên hệ trong những sự kiện mà bên ngoài tưởng như không có liên hệ với nhau
- Khả năng tìm ra những giải pháp hay, lạ tuy đã biết những giải pháp khác.

Ví dụ 1.6. $(x^2 - 4x + 2)(2x^2 + 3x - 5) = (x^2 + 5x + 3)(2x^2 - 5x - 1)$ (1)

Khi gặp bài toán không ở dạng quen thuộc HS thường hay lúng túng về cách chọn phương án giải, tuy nhiên một số học sinh khá hơn thì có thể tư duy theo các cách sau:

Cách 1. Thói quen thông thường là nhân các số hạng với nhau, sau đó mới đơn giản rồi giải. Ở PT này ta không thể dùng được phương pháp đó vì quá phức tạp và PT bậc quá cao. Do đó ta phải sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để hạ bậc của PT xuống.

Cách 2. Đặt $x^2 + 5x + 3 = a$ (2) và $2x^2 - 5x - 1 = b$ (3)

Cách 3. Từ dạng tích biến đổi thành dạng tỉ lệ $\frac{x^2 + 5x + 3}{x^2 + 5x + 3} = \frac{x^2 - 5x - 1}{x^2 + 5x - 1}$

(xin xem chi tiết phụ lục 8, trang 40)

Trong 3 cách giải trên, Cách 3 thể hiện tính độc đáo và ngắn gọn, giúp tìm nghiệm nhanh mà không cần biến đổi phức tạp.

d) Tính hoàn thiện (Elaboration)

Tính hoàn thiện là khả năng lập kế hoạch, kết hợp suy nghĩ với hành động, mở rộng và phát triển ý tưởng, đồng thời kiểm tra và chứng minh tính khả thi của chúng. Quá trình này giúp TD vận hành theo một chuỗi bước logic, từ xác định vấn đề, huy động kiến thức và kinh nghiệm để giải quyết, đến việc tìm ra phương án tối ưu và đánh

giá kết quả đạt được. Điều này nhấn mạnh rằng ý tưởng ST cần được cụ thể hóa thành những sản phẩm quan sát được, chẳng hạn như một phát minh khoa học, một tác phẩm văn học, một nguyên lý hay một PP thực tiễn.

Ví dụ 1.7. Cho PT $3x^2 + 15x + \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$ (1)

- GV yêu cầu HS nhận xét về lời giải sau: **(xin xem chi tiết PL 8, trang 41)**

Phân tích: Thông qua hoạt động dạy học trên HS đã được rèn luyện khả năng phát triển ý tưởng, kiểm chứng ý tưởng và tìm cách giải mới hoàn thiện hơn cách giải cũ. Như vậy HS đã được rèn luyện tính hoàn thiện của tư duy.

e) Tính nhạy cảm vấn đề (Problem Sensibility)

Tính nhạy cảm vấn đề thể hiện ở khả năng nhanh chóng phát hiện vấn đề, tức là thấy cái sai lầm, cái thiếu logic để hoàn thiện; nhìn thấy cái mâu thuẫn để thay đổi, để cấu trúc lại, để phát triển ý tưởng mới; nhìn thấy chưa tối ưu để tìm ra phương pháp tối ưu.

Ví dụ 1.8. Cho PT sau: $\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + 2} = 2\sqrt{x^2}$ (1)

- GV đưa ra lời giải và yêu cầu HS phát hiện sai lầm: **(xin xem PL 8, trang 42)**

Nhận xét: Qua việc phát hiện sai lầm và sửa chữa sai lầm trong lời giải bài toán trên, HS đã được rèn luyện tính nhạy cảm vấn đề của tư duy.

Như vậy các đặc trưng cơ bản trên của tư duy sáng tạo không tách rời nhau mà trái lại chúng có quan hệ mật thiết với nhau, hỗ trợ bổ sung cho nhau. Khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác (tính mềm dẻo) tạo điều kiện để cho việc tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ khác nhau và khía cạnh khác nhau (tính nhuần nhuyễn) và nhờ đó đề xuất được nhiều phương án khác nhau mà có thể tìm được giải pháp lạ đặc sắc (tính độc đáo). Tất cả các yếu tố đặc trưng trên góp phần tạo nên tư duy sáng tạo, đỉnh cao nhất trong các hoạt động trí tuệ của con người.

Các yếu tố cốt lõi có mối quan hệ chặt chẽ, hỗ trợ và bổ sung lẫn nhau. Khả năng chuyển đổi linh hoạt giữa các hoạt động trí tuệ (tính mềm dẻo) giúp mở rộng góc nhìn và tìm ra nhiều giải pháp khác nhau (tính nhuần nhuyễn). Việc đề xuất đa dạng phương án cũng tạo điều kiện để khám phá những ý tưởng độc đáo, mới lạ (tính độc đáo). Những yếu tố này đồng thời liên kết mật thiết với tính chính xác, tính hoàn thiện và khả năng nhạy bén trong việc nhận diện vấn đề. Sự kết hợp hài hòa giữa các yếu tố trên góp phần hình thành TDST.

1.1.2.3. Một số biểu hiện đặc trưng của tư duy sáng tạo trong học toán của HS THPT

Trên cơ sở tổng hợp nhận định của các tác giả P. E.Torrance (1963)[117], J.P. Guilford(1979)[84], Loowenfeld [98], I. Lerner [29], Tôn Thân [58]... cùng với những nghiên cứu thực tiễn, chúng tôi nhận thấy TDST trong dạy học Toán cho HS THPT có một số biểu hiện đặc trưng của như sau:

Bảng 1.3. Biểu hiện của TDST trong dạy học toán cho HS THPT

Biểu hiện	Mô tả biểu hiện
Biểu hiện của tính linh hoạt (Flexibility)	1. HS linh hoạt chuyển đổi giữa các hoạt động trí tuệ, vận dụng hiệu quả các thao tác như phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa, suy luận quy nạp và suy diễn.
	2. Thay đổi linh hoạt các giải pháp và điều chỉnh cách tiếp cận khi gặp khó khăn trong tình huống.
	3. Vượt qua lối tư duy khuôn mẫu, biết vận dụng kiến thức, kinh nghiệm đã học vào các tình huống khác nhau, tìm hướng đi mới khi cần.
Biểu hiện của Tính nhuần nhuyễn (Fluency)	4. Đề xuất được nhiều phương án giải khác nhau cho cùng một tình huống, từ đó chọn ra giải pháp tốt nhất.
	5. Quan sát và đánh giá tình huống từ nhiều góc độ khác nhau, không nhìn nhận một cách phiến diện hoặc cứng nhắc.
Biểu hiện của Tính độc đáo (Originality)	6. Khám phá mối liên hệ mới và tạo ra các sự kết hợp độc đáo giữa các khái niệm, định lí, qui tắc hoặc công thức toán học.
	7. Phát hiện các mối liên hệ tiềm ẩn giữa các sự kiện hay hiện tượng toán học tưởng chừng không liên quan.
	8. Sáng tạo ra giải pháp mới, độc đáo ngay cả khi đã biết nhiều phương án giải khác.
Biểu hiện của Tính hoàn thiện (Elaboration)	9. Thực hiện toàn bộ quá trình giải bài toán sáng tạo: từ xác định vấn đề, lập kế hoạch, vận dụng kiến thức, trình bày giải pháp, kiểm tra kết quả, đến mở rộng và phát triển vấn đề thêm.
Biểu hiện của tính nhạy cảm vấn đề (Problem sensitivity)	10. Nhận diện được mâu thuẫn, sai sót, thiếu logic trong quá trình lập luận, giải toán, từ đó có sự chỉnh sửa, sắp xếp hợp lý và phát triển ý tưởng mới.

Những biểu hiện trên không đứng riêng lẻ hay tách rời mà chúng đan xen và lồng vào nhau trong mối quan hệ mật thiết. Tuy nhiên, với sự phân chia như trên chỉ mang tính tương đối.

Ví dụ 1.9. Dạy học định lý PT mũ (trong SGK Toán lớp 11– Chương 4- Bài 16)

(xin xem PL 9, tr 45)

1.1.2.4. Biểu hiện tư duy sáng tạo của học sinh trong dạy học Phương trình và Bất phương trình

Nội dung phương trình và bất phương trình trong chương trình giáo dục trung học phổ thông nước CHDCND Lào **(xin xem PL 3, tr 14)**

Dựa trên các biểu hiện ở mục 1.1.2.2, 1.1.2.3 và nội dung PT và BPT chúng tôi có thể đưa ra một số biểu hiện TDST của HS trong chủ đề PT và BPT sau:

Bảng 1.4. Biểu hiện TDST của HS trong dạy học PT và BPT

Biểu hiện	Mô tả biểu hiện
Tính linh hoạt	1. Có khả năng sử dụng linh hoạt các thao tác tư duy như phân tích điều kiện xác định, tổng hợp dữ kiện, so sánh các phương án giải, trừu tượng hóa và khái quát hóa bài toán. Biết vận dụng suy luận quy nạp và suy diễn để tìm quy luật và kiểm chứng kết quả, thể hiện tư duy logic và hệ thống trong quá trình giải.
	2. Khi gặp trở ngại với một phương pháp giải, HS có khả năng chuyển hướng sang một phương pháp khác (như từ giải đại số sang phương pháp đồ thị, hoặc từ biến đổi tương đương sang xét miền xác định). Điều này thể hiện khả năng thích ứng và điều chỉnh tư duy theo tình huống.
	3. Không rập khuôn theo bài mẫu mà biết vận dụng kiến thức đã học từ các tình huống/dạng toán khác để giải quyết tình huống/bài toán mới. Chủ động tìm kiếm các mối liên hệ liên môn hoặc liên chủ đề, thể hiện tư duy mở và linh hoạt.
Tính nhuần nhuyễn	4. Đề xuất được nhiều phương án giải quyết khác nhau cho một tình huống liên quan đến PT và BPT, từ đó so sánh, chọn lựa phương pháp tối ưu, phát huy tư duy phản biện và phân tích.
	5. Biết phát hiện và khai thác nhiều khía cạnh khác nhau cho một tình huống liên quan đến PT và BPT, nhìn nhận vấn đề đa chiều, tránh tư duy cứng nhắc.

Biểu hiện	Mô tả biểu hiện
Tính độc đáo	6. Tìm ra các cách tiếp cận mới, phương pháp giải sáng tạo, không chỉ giới hạn trong các phương pháp truyền thống.
	7. Khám phá mối liên hệ giữa các dạng tình huống liên quan đến PT và BPT với các kiến thức toán học khác, tạo ra phương thức giải sáng tạo.
Tính hoàn thiện	8. Thực hiện việc trình bày lời giải sáng tạo một cách logic, rõ ràng, chi tiết và thuyết phục.
	9. Tích hợp việc kiểm tra kết quả và phát triển các bài toán mở rộng dựa trên PT và BPT.
Tính nhạy cảm	10. Nhận biết các điều kiện, mâu thuẫn tiềm ẩn trong tình huống về PT và BPT; cảm nhận được các điểm cần chỉnh sửa hoặc khai thác thêm để hoàn thiện lời giải và rút ra bài học.

Từ bảng 1.3 và 1.4, cho thấy TDST nói chung mang tính chất rộng, linh hoạt, thiên về khả năng đổi mới ý tưởng, tưởng tượng, kết nối tri thức và tìm ra cách giải quyết mới mẻ trong nhiều lĩnh vực. Trong khi đó, TDST trong dạy học toán học – cụ thể là với phương trình và bất phương trình – là sự cụ thể hóa những biểu hiện ấy trong khuôn khổ logic chặt chẽ, yêu cầu độ chính xác cao và được triển khai qua các thao tác toán học cụ thể. Nếu TDST nói chung chỉ yêu cầu HS linh hoạt tư duy hoặc đề xuất giải pháp mới, thì trong toán học, những giải pháp đó phải có căn cứ, đảm bảo đúng về mặt quy tắc và kiến thức toán học. Hơn nữa, TDST trong toán còn gắn chặt với quá trình giải quyết vấn đề có hệ thống: từ xác định điều kiện xác định, lựa chọn phương pháp phù hợp, kiểm tra và đánh giá kết quả, đến mở rộng và phát triển tình huống. Do đó, có thể khẳng định rằng: TDST trong dạy học PT và BPT không tách rời TDST nói chung, nhưng có tính đặc thù cao, đòi hỏi sự kết hợp giữa sáng tạo và tư duy logic, phân biện, phân tích – những năng lực mang đặc trưng rõ nét của môn Toán.

Thông qua các biểu hiện này, HS không chỉ thể hiện khả năng TDST mà còn phát triển kỹ năng GQVĐ, điều này rất quan trọng trong quá trình học tập và làm việc sau này. Hơn nữa, với các mức độ này, chúng ta có thể đánh giá khả năng TDST của HS trong việc học tập và áp dụng các kiến thức liên quan đến PT và BPT.

Các dấu hiệu trên có mối quan hệ tương quan với nhau. Trong quá trình giảng dạy môn Toán ở trường trung học, các kiểu tư duy không tồn tại một cách độc lập mà có sự liên kết chặt chẽ, bổ trợ lẫn nhau. Sự kết hợp này đóng vai trò quan trọng trong việc thúc đẩy sự phát triển của tư duy. Mức độ kết hợp giữa các loại tư duy phụ thuộc

vào nhiều yếu tố, bao gồm nội dung giảng dạy, cách tổ chức hoạt động của GV và HS, điều kiện môi trường học tập cũng như PP dạy học tích cực được áp dụng. Những yếu tố này góp phần quyết định hiệu quả của quá trình phát triển tư duy trong dạy học.

Để minh họa cho các biểu hiện của TDST, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1.10. Giải PP sau: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$ (**xin xem PL 10, tr 48**)

Ví dụ 1.11: Giải PP sau: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$ (**xin xem PL 10, tr 50**)

1.1.3. Mối quan hệ của tư duy phản biện và tư duy sáng tạo

TDPB và TDST là hai thành phần thiết yếu của tư duy bậc cao (Higher Order Thinking – HOT), giữ vai trò trung tâm trong quá trình giải quyết vấn đề. TDST giúp đề xuất các ý tưởng mới, linh hoạt, trong khi TDPB đóng vai trò đánh giá, phân tích và điều chỉnh các ý tưởng đó. Hai năng lực này bổ sung lẫn nhau và vận hành theo một chu trình liên tục: sáng tạo – phản biện – sáng tạo mới – phản biện sâu hơn, nhằm nâng cao chất lượng tư duy và hành động.

Mối quan hệ giữa TDPB và TDST không đơn thuần là tương hỗ, mà còn là sự thống nhất nội tại – như “hai mặt của một đồng tiền” (W. Edgar Moore, dẫn theo Tôn Thân) [58]. “TDST là động lực khám phá cái mới; TDPB là cơ chế kiểm chứng và điều chỉnh sự khám phá ấy”. Khi được tích hợp, hai năng lực này không chỉ phát triển độc lập mà còn thúc đẩy nhau phát triển ở mức cao hơn. Quan điểm này cũng phù hợp với nhiều lý thuyết tư duy hiện đại (Sternberg)[dẫn theo Trần Thị Bích Liễu 28, tr. 334], (ACARA)[129], (Paul & Elder, De Bono,...)[dẫn theo Ashim Bora, 65], trong đó nhấn mạnh rằng tư duy hiệu quả luôn cần cả khả năng sáng tạo và phản biện.

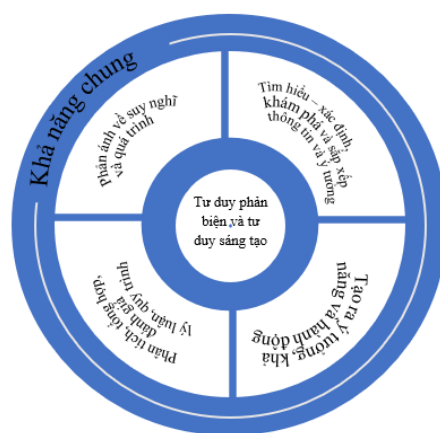
Theo Trần Vui (2005)[dẫn theo Phan Thị Luyến, 26, tr.32], “TDST bao gồm các kỹ năng như: tổng hợp, tổng quát và áp dụng ý tưởng”. Quá trình sáng tạo luôn gắn với việc phân tích – đánh giá để cải tiến và phát triển lên cấp độ cao hơn. Do đó, như Nguyễn Cảnh Toàn và cộng sự (2004)[53] từng nhấn mạnh: “để có óc sáng tạo cần có óc phê phán, và để có óc phê phán cần tư duy độc lập”. TDST, vì thế, không thể tách rời khỏi nền tảng TDPB. Quan điểm này cũng được Nguyễn Bá Kim (2017)[21] củng cố khi ông coi khả năng phát hiện và tạo ra cái mới là biểu hiện tiêu biểu nhất của TDST.

Nhiều học giả đồng thuận rằng TDPB và TDST cần được phát triển song song, bởi chúng vừa độc lập, vừa tương tác. Như Sumner W.G, lưu ý: “cái mới mẻ với người

này có thể không mới với người khác”, nên TDST và TDPB luôn cần gắn với năng lực tự phản tỉnh, đánh giá, điều chỉnh của cá nhân [137].

Theo chương trình giáo dục của Úc “Critical and creative thinking are essential to developing analytical and problem-solving skills and are integral to activities that require students to think broadly and deeply using reason, logic, resourcefulness, imagination and innovation” (ACARA, 2011) thì TDPB và TDST được cấu trúc thành bốn thành tố liên kết [129]:

- (1) Tìm hiểu – xác định, khám phá và sắp xếp thông tin “Inquire – identify, explore, and organize information and ideas”;
- (2) Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động “Inquire – identify, explore, and organize information and ideas”;
- (3) Phản ánh về suy nghĩ và quá trình “Reflecting on thoughts and processes”;
- (4) Phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình “Analysis, synthesis, evaluation of theory and process”.



Sơ đồ 1.1. Các thành tố của tư duy phản biện và tư duy sáng tạo

Đây cũng là bốn trụ cột mà luận án sử dụng để xác lập hệ thống biểu hiện năng lực và thiết kế các biện pháp sư phạm ở chương 2.

Trong dạy học toán, việc rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cũng không thể tách rời. Khi giải toán, quá trình phân tích các dữ kiện đã cho, các yêu cầu của bài toán và tìm các mối liên hệ giữa giả thiết của bài toán với những kiến thức đã học đòi hỏi phải có TDPB. Việc tìm ra, trình bày lời giải, đưa ra các cách giải khác nhau đòi hỏi TDST. Khâu đánh giá, xem xét lời giải, nhận xét từng cách giải đòi hỏi có TDPB.

Trong quá trình dạy học, GV cần tạo điều kiện cho HS trao đổi, bàn bạc, đưa ra những cách giải quyết khác nhau. Cần tạo điều kiện cho HS nhìn nhận, đánh giá các cách giải đó, thấy được cơ sở của từng cách giải, ưu nhược điểm của từng cách, suy nghĩ cách mở rộng cho mỗi cách giải đó. Ta xét mối liên hệ đó qua việc hướng dẫn HS giải bài toán sau:

Ví dụ 1.12. Cho phương trình $mx^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$

Tìm các giá trị của m để PT trên có ít nhất một nghiệm âm.

Ý nghĩa và mục tiêu sư phạm của bài toán:

Đây là một bài toán hay, có khả năng phát triển tư duy cho HS, đặc biệt là TDPB và TDST. **(Xin xem chi tiết ở Phụ lục 11, tr 54)**

TDPB và TDST là hai mặt không thể tách rời trong tư duy toán học. TDST giúp HS dám nghĩ, dám sáng tạo; TDPB giúp HS suy nghĩ chặt chẽ, logic và kiểm chứng lời giải. Khi được rèn luyện cả hai, HS không chỉ học giỏi toán mà còn phát triển kỹ năng tư duy bậc cao, hữu ích trong học tập và cuộc sống.

Từ góc nhìn của luận án này, mối quan hệ giữa TDPB và TDST không chỉ đơn thuần là tương hỗ, mà còn là “một chỉnh thể thống nhất”, là hai năng lực đan xen trong quá trình tư duy và không thể tách rời khi học toán. Chúng tôi tiếp cận TDPB và TDST như một khối năng lực kép – một cấu trúc “hai trong một”, cùng hướng tới mục tiêu chung là GQVĐ toán học một cách sáng tạo, hợp lý và hiệu quả. Chính điều đó làm nên đặc thù khoa học riêng cho cách tiếp cận và định hướng nghiên cứu trong luận án – khác biệt so với các nghiên cứu đơn lẻ về từng loại tư duy.

Trên cơ sở đó, chúng tôi đề xuất bốn thành tố đan xen của hệ thống TDPB và TDST: (1) Tìm hiểu – xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng; (2) Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động; (3) Phản ánh về suy nghĩ và quá trình; (4) Phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình.

Bốn thành tố này làm nền tảng cho các biện pháp dạy học (trình bày tại Chương 2), hướng tới mục tiêu kép là phát triển TDPB và TDST một cách tích hợp, sâu sắc, có hệ thống.

Tuy nhiên, cũng cần khẳng định rằng: trong dạy học toán học, mục tiêu phát triển tư duy không chỉ giới hạn ở TDPB và TDST. Ngoài hai năng lực bậc cao này, tư duy toán học còn bao gồm nhiều dạng thức đặc thù như: Tư duy logic: thể hiện ở khả năng suy luận, lập luận chặt chẽ, diễn giải mạch lạc, và phát hiện mâu thuẫn trong lời giải; Tư duy thuật toán: thể hiện ở khả năng thiết lập, thực hiện quy trình giải bài theo trình tự hợp lý; Tư duy hàm: thể hiện ở khả năng hình dung mối liên hệ biến thiên giữa các đại lượng, nhận diện cấu trúc hàm và biểu diễn dưới nhiều dạng; Tư duy hình học: thể hiện ở năng lực tưởng tượng không gian, trực quan hóa đối tượng hình học; Tư duy thống kê – xác suất: thể hiện ở việc xử lý dữ liệu, phân tích kết quả thực nghiệm, và ra quyết định dựa trên dữ kiện không chắc chắn.

TDPB và TDST không phủ định các loại tư duy toán học này, mà bổ sung, định hướng và làm sâu sắc quá trình vận hành của chúng. Trong quá trình giải quyết một bài toán, các loại tư duy toán học đặc thù (logic, thuật toán, hàm, hình học,...) là công cụ, trong khi TDPB và TDST là động lực và cơ chế điều hành – giúp HS không chỉ thực hiện mà còn phê phán – cải tiến – sáng tạo trong cách thực hiện.

Ví dụ: khi giải một bài toán bất phương trình bậc hai, HS cần tư duy logic để phân tích giả thiết – kết luận, vận dụng tư duy thuật toán để giải PT tương ứng và lập bảng xét dấu. Nhưng nếu chỉ dừng ở đó, lời giải dễ trở nên máy móc. TDPB sẽ giúp HS nhận ra cách làm nào hợp lý hơn, tránh nhầm lẫn ở chỗ đổi dấu khi chia cả hai vế cho số âm. TDST sẽ gợi mở cho các em cách trình bày ngắn gọn hơn, thậm chí mở rộng bài toán bằng cách thay đổi hệ số hoặc tìm điều kiện để bất phương trình có nghiệm đúng với mọi x .

Do đó, trong luận án này, chúng tôi không xem TDPB và TDST là hai năng lực “tối thượng” đứng trên các tư duy toán học khác. Ngược lại, chúng tôi đặt TDPB và TDST vào mối quan hệ tương tác hài hòa với các dạng thức tư duy toán học, nhằm giúp HS phát triển tư duy một cách toàn diện, tích hợp và linh hoạt.

Chính mối quan hệ này là nền tảng để chúng tôi xây dựng hệ thống biểu hiện cụ thể của TDPB và TDST (mục 1.1.4), cũng như thiết kế các biện pháp sư phạm trong chương 2, góp phần phát triển đồng thời cả năng lực tư duy toán học lẫn tư duy bậc cao cho HS THPT.

1.1.4. Biểu hiện và các mức độ của TDPB và TDST

Trong dạy học theo hướng phát triển năng lực tư duy, việc xác định các biểu hiện đặc trưng và mức độ cụ thể của từng thành tố TDPB và TDST là cơ sở quan trọng để GV tổ chức hoạt động dạy học, cũng như đánh giá sự tiến bộ của HS. Tuy nhiên, luận án này không tiếp cận TDPB và TDST như hai năng lực riêng biệt song song, mà nhìn nhận chúng như hai mặt bổ sung – tương tác lẫn nhau trong một mục tiêu chung: giải quyết vấn đề toán học một cách hiệu quả và sáng tạo. Cách tiếp cận này được gọi là mô hình “hai trong một – mục tiêu kép”.

Trong khuôn khổ luận án, chúng tôi cho rằng: TDPB và TDST là hai năng lực nhận thức có mối quan hệ nội tại chặt chẽ, bổ sung và thúc đẩy lẫn nhau trong tiến trình học Toán. Khi đối diện với một vấn đề toán học, người học cần TDPB để phân tích, đánh giá, xác định điểm mạnh – yếu của các cách hiểu và cách giải có sẵn. Chính quá

trình đó thúc đẩy nhu cầu sáng tạo: tìm kiếm hướng đi mới, cải tiến phương pháp cũ, đưa ra giả thuyết độc đáo hơn. Ngược lại, mỗi ý tưởng mới được tạo ra đều cần được phân biện để đánh giá tính hợp lý, khả thi và mức độ hiệu quả. Trong dòng chảy tư duy đó, TDPB và TDST không tách biệt mà đan xen, chuyển hóa lẫn nhau, tạo nên một chuỗi liên tục của hành vi nhận thức có định hướng và điều tiết rõ ràng. Mô hình tương tác này chính là nền tảng lý luận để xây dựng các biểu hiện cụ thể và mức độ phát triển của TDPB và TDST trong học toán.

Căn cứ vào các phân tích ở các mục 1.1.1.2, 1.1.1.3, 1.1.1.4, 1.1.2.2, 1.1.2.3, 1.1.2.4 và 1.1.3, chúng tôi xác định bốn thành tố chính xuyên suốt quá trình TDPB và TDST gồm:

1. *Tìm hiểu – xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng “Inquire – identify, explore, and organize information and ideas”.*

Giai đoạn này là nền tảng khởi đầu cho cả TDPB và TDST. Với TDPB, bước này đòi hỏi sự thu thập thông tin một cách có chọn lọc, đánh giá tính xác thực và độ tin cậy của nguồn, cũng như xác định rõ vấn đề cần giải quyết. Ví dụ, khi đối mặt với một vấn đề phức tạp, chúng ta cần tìm hiểu kỹ lưỡng các dữ liệu liên quan, phân loại thông tin chính và phụ để có cái nhìn toàn diện. Song song đó, TDST cũng cần giai đoạn này để thu nạp các kiến thức, kinh nghiệm, và các ý tưởng đa dạng từ nhiều nguồn khác nhau. Sự "khám phá" ở đây mang tính mở rộng, không giới hạn, nhằm tạo ra một kho dữ liệu phong phú để phục vụ cho việc nảy sinh ý tưởng mới. Việc sắp xếp thông tin một cách logic cũng giúp liên kết các mảnh ghép rời rạc, từ đó mở ra những góc nhìn mới mẻ.

Mối quan hệ khăng khít thể hiện ở chỗ: TDPB giúp chúng ta chất lọc thông tin đầu vào chất lượng cho TDST, đảm bảo rằng những ý tưởng sáng tạo được xây dựng trên nền tảng thông tin chính xác và phù hợp. Ngược lại, TDST khuyến khích chúng ta khám phá những nguồn thông tin không theo lối mòn, từ đó cung cấp những dữ liệu độc đáo mà TDPB có thể bỏ qua nếu chỉ tập trung vào các nguồn quen thuộc.

2. *Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động “Generate ideas, possibilities and actions”.*

Thành tố này được coi là sân khấu chính của TDST. Đây là lúc chúng ta kích hoạt khả năng tư duy đột phá, thoát ra khỏi những khuôn mẫu cũ để sản sinh ra những giải pháp độc đáo, những cách tiếp cận mới hoặc những sản phẩm mang tính đột phá. Ví dụ, trong một buổi động não (brainstorming), mục tiêu là tạo ra càng nhiều ý tưởng

càng tốt, bất kể tính khả thi ban đầu. Tuy nhiên, TDPB đóng vai trò không thể thiếu trong việc định hướng và sàng lọc những ý tưởng này. Sau khi một loạt ý tưởng được tạo ra, TDPB sẽ được áp dụng để đánh giá tính khả thi, hiệu quả và tiềm năng của từng ý tưởng. Chẳng hạn, một ý tưởng có vẻ độc đáo nhưng nếu không có tính thực tiễn hoặc không giải quyết được vấn đề cốt lõi, TDPB sẽ giúp loại bỏ hoặc điều chỉnh nó.

Sự tương tác mật thiết ở đây được thể hiện: TDST mở rộng không gian ý tưởng, cung cấp "nguyên liệu thô" đa dạng. TDPB sau đó sẽ "chế biến" những nguyên liệu này, tinh chỉnh chúng thành những ý tưởng có giá trị và khả thi hơn, đồng thời biến những khả năng thành những hành động cụ thể và có chiến lược.

3. *Phản ánh về suy nghĩ và quá trình “Reflecting on thoughts and processes”*

Thành tố này là một điểm hội tụ quan trọng, nơi cả TDPB và TDST cùng được rèn giũa và hoàn thiện. TDPB ở giai đoạn này đòi hỏi sự tự vấn, nhìn nhận lại cách chúng ta đã tư duy, đánh giá các giả định, lập luận và kết luận đã đưa ra. Ví dụ, sau khi đưa ra một quyết định, chúng ta tự hỏi liệu có những yếu tố nào đã bị bỏ qua, liệu có cách tiếp cận nào tốt hơn không. Điều này giúp chúng ta rút ra bài học và cải thiện năng lực tư duy. Đối với TDST, sự phản ánh này lại tập trung vào việc xem xét lại quá trình sáng tạo, những nguồn cảm hứng, những rào cản đã gặp phải và cách chúng ta vượt qua chúng. Nó giúp chúng ta nhận diện những chiến lược sáng tạo hiệu quả, những phương pháp kích thích ý tưởng mới và những điều cần cải thiện trong lần sáng tạo tiếp theo.

Mối liên hệ sâu sắc được thể hiện là: TDPB giúp chúng ta nhận diện và khắc phục những sai sót trong quá trình tư duy, từ đó nâng cao chất lượng của cả ý tưởng sáng tạo lẫn quá trình đưa ra quyết định. Ngược lại, sự phản ánh về quá trình sáng tạo (một khía cạnh của TDST) có thể khơi gợi những câu hỏi phản biện mới, dẫn đến việc xem xét lại các giả định ban đầu hoặc tìm kiếm những giải pháp chưa từng nghĩ tới.

4. *Phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình “Analysis, synthesis, evaluation of theory and process”*

Thành tố này thể hiện sự đỉnh cao của TDPB. Đây là lúc chúng ta tiến hành mổ xẻ các vấn đề, nhìn nhận các mối quan hệ nhân quả, tổng hợp các thông tin đã thu thập và đánh giá một cách khách quan, có hệ thống. Chẳng hạn, một nhà khoa học phân tích dữ liệu thí nghiệm, tổng hợp các kết quả và đánh giá tính hợp lệ của giả thuyết. Trong

khi đó, TDST cũng không nằm ngoài quy trình này. Sau khi tạo ra các ý tưởng, TDST cần sự phân tích để hiểu rõ hơn về cấu trúc của ý tưởng, tổng hợp các thành phần khác nhau để tạo ra một tổng thể hoàn chỉnh, và đánh giá tiềm năng ứng dụng của nó.

Mối quan hệ chặt chẽ thể hiện ở chỗ: TDPB cung cấp khuôn khổ và công cụ để phân tích sâu sắc các ý tưởng sáng tạo, đảm bảo chúng không chỉ độc đáo mà còn có cơ sở lý luận vững chắc và tính khả thi cao. Ngược lại, TDST cung cấp những cách tiếp cận mới lạ để phân tích và tổng hợp thông tin, giúp chúng ta nhìn nhận vấn đề từ nhiều góc độ khác nhau, vượt ra ngoài những khuôn khổ truyền thống, từ đó nâng cao chất lượng của quá trình đánh giá.

Đặc điểm nổi bật của cách tiếp cận này là: mỗi thành tố không thuần túy thuộc về TDPB hoặc TDST, mà là sự kết hợp có định hướng giữa hai loại tư duy. Ví dụ: việc tạo ra ý tưởng mới (TDST) luôn cần được phản ánh và đánh giá (TDPB); việc phân tích một phương pháp (TDPB) cũng có thể dẫn đến việc phát hiện một cách tiếp cận khác biệt (TDST).

Khi HS giải quyết một bài toán, nhất là các PT, BPT có tính mới lạ, TDPB thường khởi phát trước, giúp HS nhận diện vấn đề, phát hiện mâu thuẫn hoặc giới hạn của cách giải thông thường. Sau đó, TDST được huy động để tạo ra hướng tiếp cận mới. Song, để lựa chọn được phương án tốt nhất, HS lại quay về vận dụng TDPB ở cấp độ cao hơn. Như vậy, quá trình phát triển tư duy trong học toán chính là sự vận động xoắn ốc giữa TDPB và TDST, trong đó mỗi bước đi đều cần được phản ánh, điều chỉnh và làm sâu sắc thông qua sự tự giám sát tư duy của cá nhân.

Từ cơ sở lý luận đó, chúng tôi xây dựng Bảng 1.5 – hệ thống hóa các biểu hiện đặc trưng của TDPB và TDST, theo bốn thành tố nói trên, được phân chia ba mức độ phát triển (thấp, trung bình, cao). Các biểu hiện này không chỉ mô tả hành vi nhận thức, mà còn là công cụ sư phạm giúp GV nhận diện, định hướng và phát triển năng lực tư duy của HS một cách chủ động, có kế hoạch. Đồng thời, đây cũng là nền tảng để thiết kế các biện pháp dạy học cụ thể ở chương 2, với mục tiêu kép: phát triển đồng thời TDPB và TDST trong HS phổ thông.

Bảng 1.5. Các biểu hiện của TDPB và TDST trong học PT và BPT

Thành tố	Biểu hiện	Mức độ đánh giá		
		M1	M2	M3
Tìm hiểu - xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng	1. Đặt câu hỏi rõ ràng và cụ thể HS biết cách đặt câu hỏi về PT và BPT, chẳng hạn như "PT này có thể giải quyết bằng phương pháp nào?" hoặc "Liệu PT này có nghiệm thực tế không?".	- HS gặp khó khăn trong việc đặt câu hỏi hoặc phân tích thông tin. - Chưa xác định được các yếu tố quan trọng trong bài toán.	- HS có thể đặt một số câu hỏi hoặc nhận diện một phần thông tin cần thiết nhưng chưa đi vào phân tích sâu. - Việc tổ chức thông tin và lựa chọn PP giải quyết còn chưa rõ ràng.	- HS có thể phân tích bài toán một cách rõ ràng, xác định đúng các yếu tố quan trọng. - Đặt được những câu hỏi phù hợp để làm sáng tỏ vấn đề và tìm ra PP giải quyết hiệu quả.
	2. Xác định và làm rõ thông tin HS có thể nhận diện các khái niệm quan trọng như "nghiệm của PT ", "biến số", "hệ số", và hiểu mối liên hệ giữa chúng.			
	3. Tổ chức và xử lý thông tin HS có thể sắp xếp các thông tin cần thiết (dữ liệu bài toán) và tìm cách giải quyết thông qua các công thức, kỹ thuật đã học.			
Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động	4. Tưởng tượng các khả năng và kết nối các ý tưởng HS có thể tưởng tượng ra nhiều cách giải khác nhau cho một PT hoặc	- HS chỉ áp dụng một PP giải duy nhất, quen thuộc mà không xem xét hoặc thử nghiệm các	- HS có thể tìm ra một PP giải hợp lý nhưng chưa tích cực tìm kiếm hoặc thử nghiệm các	- HS có khả năng đưa ra nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán. - Biết đánh giá

Thành tố	Biểu hiện	Mức độ đánh giá		
		M1	M2	M3
	BPT, và kết nối chúng với các lý thuyết toán học đã học.	phương án thay thế.	phương án thay thế.	ưu nhược điểm của từng PP và lựa chọn phương án tối ưu nhất.
	5. Xem xét các lựa chọn thay thế HS biết lựa chọn phương pháp giải quyết bài toán hiệu quả (ví dụ: phương pháp thay thế, phương pháp cộng đại số, hoặc phương pháp đồ thị).	- Chưa thể kết nối cách giải với các kiến thức toán học đã học.	- Đôi khi có kết nối với kiến thức toán học, nhưng chưa khai thác hết khả năng của nhiều PP khác nhau.	- Linh hoạt kết nối các phương pháp giải với kiến thức toán học để nâng cao hiệu quả giải toán.
	6. Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động HS thử nghiệm với các phương pháp giải khác nhau và thực hiện phép toán theo cách tối ưu nhất.			
Phản ánh về suy nghĩ và quá trình	7. Nghĩ về suy nghĩ (siêu nhận thức) HS có thể nhận xét về quá trình giải bài toán của mình, tự hỏi "Tại sao tôi chọn phương pháp này?" hoặc "Có cách nào khác giải quyết bài toán không?".	- HS thực hiện giải toán theo cách quen thuộc mà không tự đặt câu hỏi về quy trình hoặc tính hợp lý của PP đã chọn. - Không nhận diện được các bước quan trọng trong quá trình giải hoặc chỉ làm theo hướng dẫn	- HS bắt đầu đặt câu hỏi về PP giải nhưng chưa có sự phân tích sâu hoặc chưa so sánh nhiều phương án khác nhau. - Có thể nhận diện các bước giải nhưng chưa đánh giá được mức độ hiệu quả của từng bước.	- HS thường xuyên tự đánh giá và điều chỉnh PP giải của mình, đặt ra những câu hỏi mang tính phân tích và cải thiện cách tiếp cận vấn đề. - Nhận diện rõ ràng từng bước giải, đánh giá mức độ hiệu quả
	8. Phản ánh về các quy trình HS có thể nhận diện các bước giải, từ việc chuyển PT đến PT đơn giản hơn			

Thành tố	Biểu hiện	Mức độ đánh giá		
		M1	M2	M3
	đến việc kiểm tra nghiệm. 9. Chuyển kiến thức vào bối cảnh mới HS có thể áp dụng các kỹ năng đã học từ bài toán này vào các bài toán khác hoặc tình huống thực tế, như sử dụng PT để giải quyết bài toán về tối ưu hóa.	mà không có sự phản ánh sâu sắc. - Gặp khó khăn trong việc áp dụng kiến thức vào các bối cảnh mới.	- Có khả năng áp dụng kiến thức vào các tình huống mới nhưng chưa linh hoạt trong việc điều chỉnh cách tiếp cận.	và tìm ra cách tối ưu nhất. - Linh hoạt trong việc áp dụng kiến thức toán học vào các bài toán khác hoặc tình huống thực tế, đồng thời có thể sáng tạo ra cách giải mới.
Phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình	10. Áp dụng logic và lý luận HS có thể chỉ ra các lý do rõ ràng đằng sau lựa chọn phương pháp giải quyết bài toán và áp dụng các quy trình đúng đắn.	- HS thực hiện giải toán theo thói quen mà không giải thích được lý do lựa chọn PP. - Chỉ làm theo các bước giải có sẵn mà không tự đánh giá hoặc phân tích kết quả. - Ít hoặc không kiểm tra lại nghiệm của bài toán để xác nhận tính chính xác.	- HS có thể giải thích lý do lựa chọn PP nhưng còn thiếu sự phân tích sâu. - Có thể rút ra kết luận từ các phép toán nhưng chưa đánh giá kỹ tính tối ưu của từng cách giải. - Bắt đầu kiểm tra lại kết quả nhưng chưa thực hiện một cách có hệ thống hoặc chưa liên hệ nhiều với tình huống thực tế.	- HS có khả năng lập luận rõ ràng về PP giải quyết bài toán, vận dụng logic chặt chẽ để giải thích lựa chọn của mình. - Chủ động phân tích các PP giải khác nhau, rút ra kết luận và lựa chọn cách tiếp cận tối ưu nhất. - Thực hiện đánh giá kết quả một cách toàn diện, kiểm tra nghiệm một cách hệ thống và liên hệ với các tình huống thực tế để xác nhận độ chính xác.
	11. Rút ra kết luận và thiết kế một quá trình hành động HS có thể đưa ra kết luận từ các phép toán đã thực hiện và chọn phương án giải tối ưu nhất.			
	12. Đánh giá các thủ tục và kết quả HS đánh giá được tính hợp lý của kết quả, chẳng hạn như kiểm tra nghiệm của PT trong các tình huống thực tế.			

Trong quá trình dạy học toán, đặc biệt là học PT và BPT, TDPB và TDST của HS có thể được đánh giá qua các biểu hiện trên, từ việc HS đặt câu hỏi, khám phá và xử lý thông tin, đến việc tưởng tượng và kết nối các ý tưởng mới, phân tích, đánh giá các phương pháp giải và cuối cùng là phản ánh về quá trình học tập của mình. Mức độ phát triển TDPB và TDST của HS có thể được phân loại từ thấp đến cao dựa trên khả năng tự suy nghĩ, phân tích, và áp dụng kiến thức vào các tình huống thực tế.

1.2. Dạy học theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo

1.2.1. Dạy học theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo

Dạy học theo hướng phát triển TDPB và TDST là một phương pháp giảng dạy không chỉ tập trung vào truyền đạt kiến thức, mà còn nhấn mạnh việc giúp học sinh hình thành, rèn luyện và phát triển kỹ năng tư duy quan trọng. Trong bối cảnh GD hiện đại, thay vì tiếp thu kiến thức một cách thụ động, HS cần được trang bị khả năng đánh giá, phân tích thông tin một cách logic (TDPB) và tạo ra những giải pháp mới mẻ, độc đáo (TDST).

TDPB: Là khả năng suy luận một cách có hệ thống, phân tích, đánh giá các vấn đề, lập luận và giải pháp một cách logic, từ đó đưa ra những quyết định hợp lý và có cơ sở. HS có TDPB sẽ không chấp nhận thông tin một cách thụ động mà biết đặt câu hỏi, kiểm tra tính hợp lý của lập luận, tìm kiếm bằng chứng và xác định các giả định tiềm ẩn trong một vấn đề.

TDST: Là khả năng tạo ra những ý tưởng mới, cách tiếp cận độc đáo hoặc kết hợp thông tin theo những cách mới mẻ để đưa ra giải pháp sáng tạo. HS có TDST sẽ linh hoạt trong việc tiếp cận vấn đề, dám thử nghiệm những hướng đi chưa từng có và có khả năng đưa ra nhiều giải pháp thay thế.

Dạy học theo hướng phát triển TDPB và TDST có nghĩa là tổ chức hoạt động học tập sao cho HS không chỉ hiểu bài mà còn biết cách suy luận, đánh giá và sáng tạo trong quá trình học. Điều này đòi hỏi GV phải thiết kế các hoạt động giảng dạy khuyến khích HS đặt câu hỏi, tranh luận, tìm kiếm nhiều cách GQVĐ, và ứng dụng toán học vào các tình huống thực tiễn.

Sự tương đồng và khác biệt giữa dạy học toán theo hướng phát triển TDPB, TDST và đồng thời cả TDPB và TDST cách tiếp cận dạy học toán

Tiêu chí	Dạy học toán theo hướng phát triển TDPB	Dạy học toán theo hướng phát triển TDST	Dạy học toán phát triển đồng thời cả TDPB và TDST
Mục tiêu chính	Phát triển khả năng phân tích, lập luận, phản biện và đánh giá thông tin một cách logic, có hệ thống.	Khuyến khích HS tưởng tượng, đưa ra các cách tiếp cận và giải pháp mới, sáng tạo.	Kết hợp cả hai: vừa giúp HS phân tích vấn đề chặt chẽ, vừa khuyến khích sáng tạo trong cách giải quyết.
Phương pháp trọng tâm	- Đặt câu hỏi phản biện. - Tạo tình huống có nhiều quan điểm trái chiều để HS phân tích. - Khuyến khích tranh luận, đánh giá các giải pháp toán học khác nhau.	- Đặt câu hỏi mở, không có một lời giải duy nhất. - Yêu cầu HS tự tìm ra các cách giải khác nhau. - Khuyến khích HS đề xuất tình huống/ bài toán mới dựa trên tình huống/bài toán đã học.	Kết hợp cả hai phương pháp trên: HS vừa phải phân tích logic vừa phải sáng tạo cách tiếp cận.
Ví dụ minh họa	Khi giải PT bậc hai, yêu cầu HS đánh giá các phương pháp giải khác nhau (dùng công thức nghiệm, phân tích thành nhân tử, sử dụng đồ thị) để tìm ra phương pháp tối ưu.	Cho một PT bậc hai và yêu cầu HS tìm nhiều cách giải khác nhau, thậm chí sáng tạo ra phương trình mới có tính chất tương tự.	Đặt một bài toán yêu cầu HS vừa phân tích tính hợp lý của từng phương pháp giải, vừa tìm cách giải quyết sáng tạo (như biểu diễn hình học hoặc dùng công cụ phần mềm).
Kết quả mong đợi	HS có tư duy sắc bén, biết đặt câu hỏi, lập luận chặt chẽ, không dễ bị thuyết phục bởi các thông tin chưa được kiểm chứng.	HS linh hoạt, dám nghĩ khác, có khả năng tạo ra các giải pháp độc đáo và áp dụng kiến thức theo nhiều cách khác nhau.	HS có tư duy toàn diện: vừa logic vừa sáng tạo, vừa biết đánh giá vừa biết đề xuất giải pháp mới.
Hạn chế nếu chỉ áp dụng một cách tiếp cận	HS có thể giỏi phân tích nhưng thiếu sáng tạo, không mạnh trong việc tìm kiếm giải pháp mới.	HS có thể sáng tạo nhưng thiếu kỹ năng đánh giá tính hợp lý, tính khả thi của giải pháp.	Cần sự linh hoạt từ GV để cân bằng hai loại tư duy, tránh tình trạng HS bị thiên về một hướng.

Dạy học toán theo hướng phát triển TDPB và TDST đều có những lợi ích riêng, nhưng việc kết hợp cả hai sẽ giúp HS phát triển toàn diện hơn. Một HS có TDPB mạnh sẽ có khả năng đánh giá thông tin chính xác, tránh mắc sai lầm logic, còn một HS có TDST tốt sẽ có khả năng tìm ra những cách tiếp cận mới, giải quyết vấn đề hiệu quả hơn.

Do đó, trong giảng dạy toán học, GV cần xây dựng những bài học không chỉ yêu cầu HS suy nghĩ logic mà còn tạo điều kiện để các em phát huy trí tưởng tượng và sự sáng tạo. Điều này sẽ giúp HS không chỉ nắm chắc kiến thức mà còn có thể vận dụng chúng một cách linh hoạt trong thực tế.

Giảng dạy theo hướng phát triển TDPB và TDST không chỉ đơn thuần là truyền đạt kiến thức, mà còn tập trung vào việc rèn luyện kỹ năng tư duy, GQVĐ và sáng tạo cho HS. Đây là một phương pháp giáo dục hiện đại, giúp HS không chỉ nắm vững và vận dụng kiến thức mà còn nâng cao khả năng phân tích, phản biện và đề xuất những ý tưởng mới.

TDPB được thể hiện qua khả năng phân tích, đánh giá thông tin, ý tưởng, lý thuyết hoặc hành động một cách khách quan, logic và có căn cứ. Điều này bao gồm việc đặt câu hỏi, xác định giả định, nhận diện mối quan hệ giữa các yếu tố trong một vấn đề. Không chỉ giúp HS phát hiện sai sót trong lập luận, TDPB còn hỗ trợ họ trong việc tìm ra và lựa chọn giải pháp tối ưu.

TDST là năng lực tưởng tượng, đổi mới và đề xuất những ý tưởng độc đáo. Nó đòi hỏi khả năng tiếp cận vấn đề từ nhiều góc độ, liên kết thông tin từ các lĩnh vực khác nhau để tạo ra giải pháp sáng tạo. TDST không chỉ dừng lại ở việc nảy sinh ý tưởng mới mà còn giúp HS biến chúng thành hành động cụ thể, có tính ứng dụng cao trong thực tế.

Để phát triển TDPB và TDST cho HS, phương pháp dạy học cần tuân theo một số nguyên tắc sau:

+ *Khuyến khích học sinh đặt câu hỏi*

Học sinh không chỉ tiếp thu kiến thức mà cần phải được khuyến khích đặt câu hỏi để hiểu rõ bản chất vấn đề. Việc đặt câu hỏi là nền tảng của TDPB, giúp HS khám phá vấn đề sâu sắc và nhìn nhận các khía cạnh khác nhau của nó.

Chẳng hạn: Trong bài học về phương trình bậc hai, thay vì chỉ giải phương trình, GV có thể yêu cầu HS đặt câu hỏi như "Nếu hệ số của phương trình thay đổi, nghiệm của phương trình sẽ thay đổi như thế nào?" hoặc "Có cách nào khác để giải phương trình này mà không dùng công thức?"

+ Khuyến khích sáng tạo và tưởng tượng

Để phát triển TDST, GV cần tạo môi trường mở, nơi HS có thể tự do tưởng tượng và sáng tạo. GV có thể đưa ra những bài toán mở, bài tập yêu cầu HS tìm ra nhiều cách giải khác nhau hoặc thậm chí là những cách giải không chính thống nhưng hợp lý.

Chẳng hạn: Khi giải quyết một bài toán toán học, thay vì chỉ áp dụng một công thức duy nhất, GV có thể yêu cầu HS tìm thêm các cách giải khác, hoặc tự tạo ra các bài toán tương tự với những yếu tố mới để làm phong phú thêm cách tiếp cận.

+ Dạy học thông qua các vấn đề thực tiễn

Dạy học thông qua việc giải quyết các vấn đề thực tiễn giúp HS kết nối kiến thức với cuộc sống, đồng thời phát triển khả năng phản biện và sáng tạo. Việc áp dụng lý thuyết vào thực hành giúp HS không chỉ hiểu vấn đề mà còn có thể giải quyết chúng một cách hiệu quả.

Ví dụ: Trong bài học về hệ phương trình, GV có thể yêu cầu HS áp dụng hệ phương trình để giải quyết một tình huống thực tiễn, như bài toán về việc tối ưu hóa ngân sách trong một dự án hoặc tìm kiếm điểm cắt giữa các đường thẳng trong không gian.

+ Tạo môi trường học tập tích cực và khuyến khích sự giao tiếp

Một trong những yếu tố quan trọng trong việc phát triển TDPB và TDST là khuyến khích HS giao tiếp, thảo luận và tranh luận với nhau. HS cần được tạo cơ hội để chia sẻ ý tưởng, lắng nghe ý kiến của người khác và phản hồi một cách xây dựng.

Chẳng hạn: GV có thể tổ chức các hoạt động nhóm, nơi HS trao đổi về các cách giải bài toán, đưa ra lý lẽ và bảo vệ quan điểm của mình. Họ cũng có thể yêu cầu HS đánh giá các giải pháp khác nhau và chỉ ra ưu nhược điểm của từng cách tiếp cận.

Việc giảng dạy theo hướng phát triển TDPB và TDST không chỉ giúp HS tiếp thu kiến thức một cách chủ động mà còn trang bị cho họ những kỹ năng quan trọng để thành công trong học tập và cuộc sống. GV cần sử dụng các PP giảng dạy phù hợp như khuyến khích đặt câu hỏi, kích thích sáng tạo, dạy học qua các vấn đề thực tiễn và tạo môi trường học tập tích cực để giúp HS phát triển toàn diện khả năng TD của mình.

1.2.2. Phương pháp dạy học cụ thể để phát triển TDPB và TDST

Việc giảng dạy theo hướng phát triển TDPB và TDST đòi hỏi áp dụng các PP dạy học linh hoạt, giúp HS không chỉ tiếp thu kiến thức mà còn rèn luyện kỹ năng phân tích, đánh giá, lập luận và sáng tạo. Dưới đây là một số PP dạy học hiệu quả:

a. Phương pháp học dựa trên vấn đề (Problem-Based Learning - PBL)

PBL là phương pháp học tập giúp HS phát triển khả năng TDPB và ST thông qua việc giải quyết các vấn đề thực tế. HS sẽ nghiên cứu, phân tích và GQVĐ theo nhóm, từ đó phát triển kỹ năng nghiên cứu, TDPB, sáng tạo và hợp tác.

Ví dụ: GV có thể giao cho HS một bài toán thực tế, như tối ưu hóa chi phí trong một dự án xây dựng, và yêu cầu HS sử dụng các phương pháp toán học để tìm ra giải pháp.

b. Phương pháp thảo luận và tranh luận (Debate)

Phương pháp tranh luận giúp HS phát triển TDPB và khả năng biện luận. Khi tham gia tranh luận, HS phải đưa ra lý lẽ, chứng minh quan điểm của mình và đánh giá các quan điểm khác. Điều này không chỉ phát triển kỹ năng lý luận mà còn giúp học HS cách làm việc nhóm, thuyết phục người khác và cải thiện kỹ năng giao tiếp.

Ví dụ: GV có thể tổ chức một cuộc tranh luận về một chủ đề liên quan đến toán học, như "Phương pháp giải phương trình nào là tốt nhất?" và yêu cầu HS bảo vệ ý tưởng của mình bằng các luận điểm vững vàng.

c. Dạy học kết hợp công nghệ và các công cụ hỗ trợ

Sử dụng các công cụ công nghệ như phần mềm tính toán, mô phỏng, và các nền tảng học trực tuyến có thể giúp HS phát triển khả năng sáng tạo và TDPB. Các công cụ này giúp HS dễ dàng khám phá, thử nghiệm và đánh giá các ý tưởng một cách trực quan.

Chẳng hạn: Sử dụng phần mềm Geogebra để minh họa phương trình và bất phương trình, giúp HS dễ dàng trực quan hóa các mối quan hệ giữa các đại lượng và tìm kiếm các giải pháp thay thế.

Việc áp dụng linh hoạt các phương pháp trên sẽ giúp HS không chỉ nắm vững kiến thức mà còn phát triển TDPB và TDST, từ đó nâng cao năng lực GQVĐ và thích ứng với những thử thách trong học tập cũng như cuộc sống.

1.2.3. Đánh giá tư duy phản biện và sáng tạo của học sinh

Việc đánh giá TDPB và TDST không chỉ dừng lại ở việc xem xét kết quả cuối cùng mà cần tập trung vào cả quá trình học tập của HS. Đánh giá cần đảm bảo tính khách quan, khuyến khích HS phát triển khả năng tự nhận thức và cải thiện TD của mình. Các PP đánh giá có thể bao gồm:

Đánh giá quá trình học tập:

Phương pháp này giúp đánh giá tư duy của học sinh không chỉ dựa trên kết quả cuối cùng mà còn trên cách các em tiếp cận, xử lý và GQVĐ trong suốt quá trình học tập. Điều này đảm bảo một cái nhìn toàn diện hơn về sự phát triển tư duy của HS.

- + Quan sát HS trong quá trình tham gia các hoạt động nhóm, thảo luận và QGVĐ.
- + Đánh giá cách HS đặt câu hỏi, phân tích vấn đề, tranh luận và đưa ra giải pháp.
- + Xem xét mức độ tích cực và khả năng hợp tác của HS trong các hoạt động.

Ví dụ: Trong một buổi học toán về hệ phương trình, GV có thể quan sát cách HS làm việc nhóm, trao đổi ý kiến, thử nghiệm các cách giải khác nhau và tranh luận về độ chính xác của từng PP.

Đánh giá sáng tạo qua các sản phẩm học tập:

Các sản phẩm học tập phản ánh rõ nét cách HS tư duy và thể hiện sự sáng tạo của mình. Bằng cách đánh giá các sản phẩm này, GV có thể nhận diện được mức độ sáng tạo và khả năng áp dụng kiến thức của HS vào thực tiễn.

- + Xem xét các sản phẩm học tập của HS như bài báo cáo, bài thuyết trình, dự án nghiên cứu hoặc sản phẩm sáng tạo khác.

- + Đánh giá mức độ độc đáo, sự linh hoạt trong cách tiếp cận vấn đề và khả năng ứng dụng kiến thức vào thực tế.

- + Khuyến khích HS trình bày các ý tưởng mới hoặc đề xuất giải pháp thay thế.

Ví dụ: Khi học về đồ thị hàm số, thay vì chỉ vẽ đồ thị trên giấy, HS có thể sử dụng phần mềm Geogebra để tạo ra các mô hình trực quan và thử nghiệm cách thay đổi hệ số ảnh hưởng đến đồ thị.

Đánh giá TDPB thông qua phản hồi và tự đánh giá:

Phản hồi và tự đánh giá giúp HS nhìn nhận lại quá trình học tập của mình một cách chủ động, từ đó phát triển khả năng tự nhận thức và điều chỉnh tư duy để tiến bộ hơn.

- + Khuyến khích HS tự đánh giá bài làm của mình, phân tích điểm mạnh và điểm yếu trong cách tiếp cận vấn đề.

- + Tổ chức các hoạt động phản biện, trong đó HS nhận xét về giải pháp của nhóm bạn, đặt câu hỏi về tính hợp lý của các phương án.

- + Đánh giá cách HS điều chỉnh TD của mình sau khi nhận phản hồi.

Ví dụ: Trong một bài toán mở yêu cầu tìm nhiều cách giải khác nhau, HS có thể so sánh các PP, nhận xét về ưu và nhược điểm của từng cách tiếp cận, từ đó chọn ra phương án tối ưu nhất.

Việc kết hợp các PP đánh giá này không chỉ giúp GV có cái nhìn toàn diện hơn về khả năng TD của HS mà còn tạo động lực để HS phát triển TDPB và TDST một cách chủ động, hiệu quả hơn.

1.2.4. Cơ hội dạy học phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh THPT của Lào thông qua nội dung Phương trình và Bất phương trình

1.2.4.1. Đặc điểm tâm sinh lý, nhận thức của học sinh Trung học phổ thông nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào

**** Đặc điểm tâm sinh lý của học sinh Trung học phổ thông***

HS THPT hầu hết đang ở độ tuổi từ 15 đến 18. Ở giai đoạn này các em đang hoàn thiện về tâm lý, trí tuệ và nhận thức; ý thức, động cơ học tập đã bộc lộ khá rõ ràng, sự chú ý tập trung, khả năng ghi nhớ đã có tính chọn lọc, tính khái quát; có đầu óc phê phán, phẩm chất TDST và khả năng tự điều chỉnh, tự đánh giá cũng bộc lộ rõ hơn so với HS THCS (12 đến 14 tuổi). Tư duy logic, tư duy trừu tượng, khả năng phán đoán, nhu cầu hoàn thiện, hiểu biết và học tập của HS đang tiếp tục hình thành và phát triển mạnh. Ý thức, động cơ đối với học tập của HS THPT đã được bộc lộ rõ hơn; tính chủ định trong quá trình nhận thức đã phát triển; có năng lực phân tích, phê phán, nhận định khi phải đối mặt với các sự kiện, hiện tượng hoặc các vấn đề; ham hiểu biết, có trình độ TD phát triển, đã hình thành và phát triển những kỹ năng học tập nhất định từ cấp THCS (Cruchetxki V. A. (1980, Lê Văn Hồng, Petrovski, Piaget.J)[7][13][38][39].

Sự ổn định dần về tâm lý cùng với tri giác có mục đích tăng dần làm cho các quan sát trở nên có mục đích, có hệ thống và toàn diện hơn; óc quan sát tích cực đã tạo khả năng cho lứa tuổi này biết cách tự học, tự suy nghĩ và lĩnh hội tri thức một cách tối ưu. Năng lực tư duy trừu tượng, khái quát hóa, hệ thống hóa, tư duy lý luận độc lập đã khá phát triển, ghi nhớ chủ định giữ vai trò chủ đạo trong quá trình học (Trần Bá Hoàn, Lê Văn Hồng)[16][13]. Vì vậy, ở giai đoạn này HS cần được tạo điều kiện tốt nhất để phát triển các loại hình TD, trong đó có TDPB và TDST.

Về quan hệ xã hội, HS đang từng bước làm chủ các mối quan hệ xã hội, phát triển nhân cách với tư cách là chủ thể xã hội.

Về học tập, HS chú ý hơn tới tính rõ ràng, tính cơ sở, tính có thể chứng minh được của các luận điểm (Lê Văn Hồng, Sacđacôp)[13][44]. Quá trình nhận thức của các em khác về chất so với các lứa tuổi trước, cảm giác, tri giác đạt tới độ tinh nhạy cao, chú ý, ghi nhớ có chủ định chiếm ưu thế. Các thao tác trí tuệ như phân tích, tổng hợp, trừu tượng hóa, khái quát hóa được hoàn thiện hơn. Tính tự trọng và tự ý thức của HS phát triển đến trình độ cao, do đó HS có thể tự đánh giá bản thân một cách toàn diện hơn. Định hướng giá trị và tính tích cực là những đặc điểm nhân cách quan trọng nhất ở lứa tuổi này. HS đã ý thức được cần phải tích cực hơn, thái độ học tập đối với các môn học cũng thay đổi, có tính lựa chọn, HS có thể lựa chọn theo hứng thú hoặc do định hướng nghề nghiệp (Cruchetxki V. A. (1980), Cruchetxki .V. A. (1981), Phạm Minh Hạc (1992)[7][8][15].

** Đặc điểm nhận thức của học sinh Trung học phổ thông nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào*

Tìm hiểu đặc điểm hoạt động nhận thức của HS THPT sẽ là một trong những cơ sở quan trọng trong việc nghiên cứu lý luận để tổ chức hoạt động học tập cho HS THPT một cách có hiệu quả. Nhận thức là hoạt động đặc trưng của con người. Trong việc nhận thức thế giới, con người có thể đạt tới những mức độ nhận thức khác nhau, từ thấp đến cao, từ đơn giản đến phức tạp. Mức độ thấp là nhận thức cảm tính, cao hơn nữa là nhận thức lý tính, hai mức độ này có quan hệ chặt chẽ với nhau, bổ sung và chi phối lẫn nhau. Quá trình nhận thức của HS về cơ bản cũng diễn ra theo quy luật nhận thức chung của loài người. V.I. Lênin từng khẳng định (dẫn theo Ammone Phomphiban(2022): "Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng và từ tư duy trừu tượng trở về thực tiễn, đó là con đường biện chứng của sự nhận thức chân lý, của sự nhận thức thực tại khách quan"[2]. Tuy nhiên, nhận thức của HS có những đặc điểm riêng do diễn ra trong môi trường GD và được định hướng bởi các điều kiện sư phạm nhất định. Mục tiêu không phải là khám phá tri thức mới cho nhân loại mà là tiếp thu, tái tạo và vận dụng tri thức vào bản thân.

Theo Ammone[2], để hiểu rõ quá trình nhận thức của HS trong học tập Đại số ở bậc THPT, cần xác định các đặc trưng cơ bản của nó, bao gồm:

+ *Khả năng cảm giác và tri giác*: HS THPT đã đạt mức phát triển cao về cảm giác và tri giác. Khả năng tri giác có chủ đích được nâng cao, thể hiện qua việc tự xác định mục tiêu, lập kế hoạch và thực hiện nhiệm vụ quan sát có hệ thống. Các em biết phân tích, tổng hợp thông tin một cách định hướng và nhận biết sự khác biệt một cách tinh tế trên nhiều phương diện.

+ *Khả năng tư duy*: Nhận thức trong toán học là quá trình TD giúp HS tiếp thu và hiểu tri thức. Điều này bao gồm xác định các mối quan hệ nhân quả, liên kết giữa các đối tượng toán học như khái niệm, quan hệ và quy luật. HS có xu hướng tò mò, ham học hỏi và chủ động tìm hiểu, đồng thời biết vận dụng kiến thức để GQVĐ toán học.

+ *Khả năng ngôn ngữ*: Ở lứa tuổi này, vốn từ của HS tăng rõ rệt, ngôn ngữ trở nên logic và có cấu trúc chặt chẽ hơn. HS có thể diễn đạt nhận thức của mình bằng ngôn ngữ riêng, tuy nhiên vẫn có những hạn chế như khả năng dùng từ để biểu đạt ý nghĩ còn chưa hoàn thiện, dễ mắc lỗi diễn đạt.

+ *Khả năng ghi nhớ*: HS THPT có trí nhớ có chủ định phát triển cao. Các em biết lựa chọn nội dung cần ghi nhớ và áp dụng các PP ghi nhớ hiệu quả. Trong học tập Đại số, HS có thể viết lại công thức, ký hiệu, nhận diện và mô tả lại các quy tắc toán học một cách logic và chính xác, giúp áp dụng ngay vào giải bài tập trên lớp.

+ *Khả năng thông hiểu*: HS có thể diễn đạt kiến thức theo cách hiểu của mình và vận dụng khi gặp tình huống tương tự. Các em nhanh chóng nhận diện vấn đề, xây dựng kế hoạch hợp lý để giải quyết, liên kết kiến thức mới với nền tảng đã có và đánh giá tính chính xác của phương án đề xuất.

+ *Khả năng vận dụng*: HS không chỉ hiểu kiến thức mà còn có thể sử dụng linh hoạt các khái niệm và quy tắc toán học vào các vấn đề mới. Các em có xu hướng tìm nhiều cách giải khác nhau, đánh giá để tìm lời giải tối ưu, hợp tác và học hỏi lẫn nhau. Ngoài ra, HS thường đặt ra các câu hỏi ST, sẵn sàng đối mặt với thách thức và không ngừng tìm tòi, khám phá kiến thức.

Như vậy, quá trình nhận thức của HS THPT trong học tập Đại số không chỉ là tiếp thu tri thức mà còn là sự phát triển TD, ngôn ngữ, trí nhớ, khả năng thông hiểu và vận dụng, tạo tiền đề vững chắc cho việc học tập hiệu quả và ST.

1.2.4.2. Nội dung Phương trình và Bất phương trình trong chương trình và sách giáo khoa môn Toán ở trường Trung học phổ thông nước CHDCND Lào

SGK môn Toán lớp 10 (໖໑໑ ໓5)[122] của nước CHDCND Lào được biên soạn theo chương trình môn Toán học cấp THPT được chỉnh lí hợp nhất năm 2014. Nội dung môn Toán lớp 10 bao gồm các nội dung kiến thức sau đây: “*Lôgic, kiến thức cơ bản về tập hợp, tập số, quan hệ và hàm số, hàm số cơ bản, giới hạn và sự liên tục của hàm số, đạo hàm và ứng dụng, nguyên hàm và tích phân, lượng giác, vector và hình học phẳng*”.

SGK môn Toán lớp 11 (໖໑໑ ໓6)[126] được chỉnh lí hợp nhất năm 2015. Nội dung môn Toán lớp 11 bao gồm các nội dung kiến thức sau đây: *Đa thức một biến và phân thức đơn giản, Chứng minh quy nạp, bất đẳng thức và sử dụng, Hàm số hữu tỷ, Hàm số mũ, Hàm số logarit, Quy tắc đếm và khai triển nhị thức, Thống kê, Lượng giác, Trọng tâm, Hệ trục tọa độ trong không gian*.

SGK môn Toán lớp 12 (໖໑໑ ໓7)[128] được chỉnh lí hợp nhất năm 2016. Nội dung môn Toán lớp 12 bao gồm các nội dung kiến thức sau đây: *Phương trình $ax+by=c$, Dãy số và ứng dụng, Ma trận, định thức và hệ phương trình tuyến tính, Thống kê dẫn chứng, Hàm lượng giác, Hàm Hyperbolic, Hàm nghịch (Inverse Function), Phương trình vi phân, Hình học giải tích trong không gian*.

Nói chung SGK môn Toán THPT được biên soạn theo định hướng giúp cho HS có thể tự học và tự khám phá kiến thức, vận dụng toán học trong giải quyết những vấn đề của cuộc sống hàng ngày. Đồng thời, toán học cũng được coi là môn học công cụ cho các môn học khác. Để giúp cho HS có cơ hội tự học, tự khám phá

nhiều hơn, SGK được biên soạn bao gồm hoạt động hướng dẫn tự học và hướng dẫn giải bài tập ở cuối mỗi cuốn sách.

PT và BPT là một chủ đề chính trong SGK môn Toán THPT, nội dung chương trình cung cấp cho HS kiến thức như: Toán lớp 10 bao gồm các kiến thức sử dụng phép tính PT bậc nhất và BPT bậc nhất, PT bậc hai và BPT bậc hai; các công thức phép cộng và phép nhân và vận dụng quy tắc Vi-ét vào trong phép tính một số bài toán. Lớp 11 bao gồm các kiến thức sử dụng phép tính PT và BPT bậc hai bằng, tính chất cơ bản của biểu thức hoặc biểu thức lũy thừa, BPT lũy thừa có 2 trường hợp. Nhất là trường hợp $a > 1$, trường hợp hai là $0 < a < 1$, sự thay đổi, chọn lọc và nên thành hệ PT tuyến tính, công thức, quy tắc và nguyên tắc. Lớp 12 bao gồm các kiến thức sử dụng Các khái niệm, định lý, tính chất, quy tắc và phương pháp phép tính của PT bậc nhất, PT bậc hai, BPT vào giải quyết bài toán.

Dưới đây là các nội dung PT và BPT trong chương trình SGK môn Toán THPT nước CHDCND Lào gồm có các nội dung cụ thể (Xin xem ở phụ lục 4).

Để thực hiện những định hướng về đổi mới nội dung và PP DH môn Toán theo tinh thần phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của HS, nội dung chủ đề “PT, BPT” trong chương trình SGK môn Toán lớp 10, lớp 11, lớp 12 của nước CHDCND Lào đã có những thay đổi so với SGK cũ như sau:

- Tăng cường luyện tập tại lớp, thêm một số bài tập về nhà (chủ yếu là bài tập mức độ dễ), bỏ những bài toán khó và mẹo mực.
- Bổ sung một số bài toán ứng dụng thực tế, bài toán tổng hợp, ôn tập được nhiều kiến thức đã học ở lớp 10, lớp 11 và lớp 12.

Nội dung SGK môn Toán THPT có nhiều tiềm năng trong việc phát huy năng lực, nhận thức, phản biện và sự sáng tạo của HS. “PT, BPT” là một chủ đề hay và khó ở trường THPT với hệ thống lý thuyết và bài tập phong phú, đa dạng, độc đáo trong các phương pháp giải. Các kiến thức về PT và BPT ở lớp THPT được áp dụng để giải quyết một số vấn đề trong cuộc sống thực tế. Như vậy, các kiến thức trong SGK môn Toán lớp THPT được áp dụng để giải quyết khá nhiều bài toán trong chương trình môn Toán phổ thông.

Việc phát triển tư duy phản biện (TDPB) và tư duy sáng tạo (TDST) cho học sinh trung học phổ thông (HS THPT) thông qua dạy và học phương trình (PT) và bất phương trình (BPT) không chỉ giúp HS nắm vững kiến thức toán học, mà còn giúp rèn luyện các kỹ năng tư duy quan trọng như giải quyết vấn đề (GQVĐ), phân tích thông tin, sáng tạo giải pháp mới và cải thiện khả năng phản biện.

1.2.4.3. Cơ hội phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học nội dung Phương trình và Bất phương trình ở trường Trung học phổ thông

Việc phát triển TDPB và TDST cho HS THPT thông qua dạy và học PT và BPT không chỉ giúp HS nắm vững kiến thức toán học, mà còn giúp rèn luyện các kỹ năng tư duy quan trọng như GQVĐ, phân tích thông tin, sáng tạo giải pháp mới và cải thiện khả năng phản biện. Đặc biệt, trong bối cảnh GD hiện đại, việc chú trọng đến phát triển TDPB và TDST sẽ góp phần nâng cao năng lực tư duy độc lập, khả năng phân tích đa chiều và sự linh hoạt trong giải quyết bài toán thực tiễn của HS.

Trong bối cảnh GD đang ngày càng mở rộng và hội nhập, HS Lào cần được trang bị các kỹ năng tư duy nhằm tăng cường hiệu quả học tập và kỹ năng ứng dụng kiến thức vào thực tiễn. Toán học, đặc biệt là nội dung PT và BPT, không chỉ dừng lại ở việc học công thức và áp dụng vào giải bài tập mà còn là công cụ để HS rèn luyện khả năng lập luận, phát triển tư duy logic và khám phá những phương án GQVĐ khác nhau. Do đó, phát triển TDPB và TDST trong dạy học PT và BPT là một cơ hội quan trọng để giúp HS không chỉ nắm vững kiến thức toán học, mà còn nâng cao khả năng đề xuất và kiểm chứng các phương án GQVĐ, hình thành thói quen suy nghĩ có hệ thống, biết đặt câu hỏi và không ngừng tìm kiếm cách tiếp cận mới.

Chính vì vậy, từ việc nghiên cứu và phân tích nội dung chương trình, sách giáo khoa của Lào, cũng như khảo sát thực trạng dạy học nội dung PT và BPT ở một số trường THPT ở Lào, chúng tôi bước đầu có một số nhận định như sau:

a. Phát triển tư duy phản biện qua dạy và học phương trình và bất phương trình

TDPB là khả năng phân tích, đánh giá và đưa ra các quyết định hợp lý về các ý tưởng, phương pháp GQVĐ. Trong dạy học PT và BPT, TDPB có thể được phát triển qua các hoạt động sau:

+ Khám phá và phân tích các phương pháp giải khác nhau

Khi HS làm quen với các PT và BPT, họ cần phải biết cách phân tích bài toán, chọn lựa phương pháp giải phù hợp và đánh giá các phương pháp này. Việc yêu cầu HS so sánh giữa các phương pháp giải (ví dụ: phương pháp thế, phương pháp cộng đại số, hoặc phương pháp đồ thị) giúp HS phát triển khả năng phản biện.

Chẳng hạn: Trong bài toán hệ phương trình, GV có thể yêu cầu HS đưa ra ít nhất hai cách giải khác nhau (sử dụng phương pháp thế và phương pháp cộng đại số), từ đó so sánh tính hiệu quả và độ phức tạp của từng phương pháp.

+ Đặt câu hỏi và lý giải kết quả

Để HS phát triển TDPB, GV cần khuyến khích HS đặt câu hỏi về kết quả đạt được, kiểm tra tính hợp lý của nghiệm trong các bài toán PT và BPT. Việc yêu cầu HS

tự giải thích lý do tại sao một phương trình có nghiệm hoặc không có nghiệm sẽ giúp HS phát triển khả năng đánh giá và phản biện.

Ví dụ: Sau khi giải một bài toán phương trình bậc hai, HS cần kiểm tra nghiệm và giải thích vì sao nghiệm lại hợp lý (hoặc không hợp lý) trong một tình huống thực tế.

+ *Đánh giá các giả định và điều kiện của bài toán*

Khi làm việc với PT và BPT, HS cũng cần phải đánh giá các giả định và điều kiện trong bài toán. Điều này đặc biệt quan trọng trong các bài toán có điều kiện (như BPT), nơi các giả định như giá trị âm của một đại lượng có thể ảnh hưởng đến tính đúng đắn của lời giải.

Ví dụ: Trong bài toán BPT, GV có thể yêu cầu HS phân tích xem liệu có những điều kiện nào bị bỏ qua khi giải quyết bài toán, và những điều kiện này có ảnh hưởng đến kết quả hay không.

b. Phát triển tư duy sáng tạo qua dạy và học phương trình và bất phương trình

TDST là khả năng tạo ra những ý tưởng mới, kết nối các thông tin một cách độc đáo và ứng dụng chúng để GQVĐ. TDST có thể được phát triển trong quá trình dạy và học PT và BPT thông qua các hoạt động sau:

+ *Khám phá các cách giải sáng tạo và không truyền thống*

HS cần được khuyến khích tìm kiếm các cách giải không phải lúc nào cũng theo một phương pháp chuẩn mực. Điều này giúp HS phát triển khả năng sáng tạo trong việc lựa chọn phương pháp và giải quyết bài toán theo cách của riêng mình.

Ví dụ: GV có thể yêu cầu HS tìm ra nhiều cách giải cho một bài toán về BPT, chẳng hạn như sử dụng đồ thị để trực quan hóa các điều kiện hoặc sử dụng phương pháp đại số kết hợp với các khái niệm hình học.

+ *Tưởng tượng các tình huống thực tiễn ứng dụng phương trình và bất phương trình*

Một cách để phát triển TDST là yêu cầu HS áp dụng các PT và BPT trong các tình huống thực tế. HS có thể tưởng tượng ra những tình huống trong đời sống mà các công thức toán học có thể giúp giải quyết, từ đó phát triển khả năng sáng tạo trong việc ứng dụng kiến thức vào thực tế.

Ví dụ: Khi học về phương trình bậc hai, GV có thể yêu cầu HS tạo ra các tình huống thực tế có thể áp dụng phương trình này, chẳng hạn như tính toán diện tích hình chóp hay mô phỏng một tình huống tối ưu hóa trong kinh tế.

+ Khuyến khích học sinh thiết kế bài toán

Một phương pháp sáng tạo khác là yêu cầu HS tự thiết kế một bài toán có liên quan đến PT và BPT. Điều này không chỉ giúp HS hiểu sâu về các khái niệm mà còn khuyến khích họ sáng tạo ra các bài toán thú vị và đầy thử thách.

Ví dụ: GV có thể giao cho HS nhiệm vụ tạo ra một bài toán về BPT, trong đó HS phải xác định các yếu tố, điều kiện và cách giải, và sau đó chia sẻ bài toán với các bạn để cùng giải quyết.

c. Cơ hội phát triển tư duy phản biện và sáng tạo cho học sinh Lào

Đối với HS Lào, dạy và học nội dung PT và BPT mang lại một số cơ hội đặc biệt trong việc phát triển TDPB và ST:

+ Tăng cường khả năng giải quyết vấn đề thực tiễn

Ở Lào, với môi trường GD đang dần chuyển mình theo hướng tích cực, việc áp dụng các bài toán thực tế giúp HS rèn luyện khả năng GQVĐ một cách linh hoạt. Các bài toán không chỉ có tính lý thuyết mà còn liên quan đến các vấn đề trong đời sống hàng ngày.

+ Khuyến khích học sinh tự học và hợp tác

Trong bối cảnh GD Lào, HS có thể không có nhiều cơ hội để thảo luận sâu sắc trong lớp học. Tuy nhiên, khi học về PT và BPT, GV có thể tạo ra các hoạt động nhóm để HS trao đổi, hợp tác và đưa ra các giải pháp sáng tạo.

Ví dụ: GV có thể chia lớp thành các nhóm nhỏ và yêu cầu HS cùng giải quyết một bài toán về HPT, sau đó trình bày và phản biện cách giải của các nhóm khác.

+ Ứng dụng công nghệ vào dạy học

Với sự phát triển của công nghệ, HS Lào có thể được hỗ trợ bởi các công cụ học tập trực tuyến, phần mềm mô phỏng và các ứng dụng toán học để nâng cao khả năng sáng tạo và phản biện. Việc sử dụng công nghệ giúp HS dễ dàng tìm kiếm thông tin, thử nghiệm các phương pháp và đánh giá kết quả.

Ví dụ: GV có thể sử dụng phần mềm Geogebra hoặc các công cụ tính toán trực tuyến để minh họa và giải quyết các bài toán PT và BPT.

Vậy dạy học nội dung PT và BPT không chỉ giúp HS hiểu sâu về toán học mà còn là một cơ hội tốt để phát triển TDPB và TDST. Việc khuyến khích HS đặt câu hỏi, sáng tạo ra các cách giải mới và áp dụng toán học vào thực tế sẽ giúp HS không chỉ giỏi toán mà còn có khả năng GQVĐ và tư duy độc lập trong mọi lĩnh vực. Phát triển các kỹ năng này sẽ mang lại lợi ích lâu dài cho HS Lào trong việc học tập và trong tương lai nghề nghiệp của họ.

1.3. Thực trạng dạy học môn Toán theo hướng phát triển TDPB và TDST cho học sinh THPT ở nước CHDCND Lào

1.3.1. Mô tả quá trình điều tra, khảo sát

- Mục đích: Khảo sát thực trạng giảng dạy môn Toán theo định hướng phát triển TDPB và TDST cho HS THPT, đồng thời bước đầu kiểm tra một số biểu hiện của TDPB và TDST trong quá trình học tập môn Toán của các em.

- Đối tượng: Trong quá trình khảo sát lần này, chúng tôi đã chọn đối tượng khảo sát là GV và HS ở một số trường THPT nước CHDCND Lào, lấy mẫu khảo sát là GV dạy cấp 3 và HS lớp 10 của các trường THPT.

- Nội dung: Nhận thức của GV và HS về các biểu hiện của TDPB và TDST trong quá trình học Toán ở bậc THPT; các hoạt động, phương thức tổ chức và kỹ thuật giảng dạy môn Toán theo định hướng phát triển TDPB và TDST; một số biện pháp đánh giá quá trình nhằm thúc đẩy sự phát triển của TDPB và TDST ở HS THPT.

- Hình thức: Để tìm hiểu các vấn đề nêu trên, chúng tôi đã tiến hành phát ra phiếu khảo sát cho GV Toán và HS THPT; trò chuyện, phỏng vấn một số GV Toán đang dạy trực tiếp ở một số trường THPT; sử dụng phiếu phỏng vấn GV và HS.

- Thời điểm điều tra, khảo sát:

Đối với GV: Khảo sát được thực hiện trong tháng 4/2023 tại 4 trường THPT trên địa bàn tỉnh Champasak, nước CHDCND Lào, bao gồm: Trường THPT Pakse (huyện Pakse), Trường THPT NguaĐeng (huyện SaNaSomBoon), Trường THPT PakSong (huyện PakSong), Trường THPT PhonThong (huyện PhonThong), và một số GV tại huyện BaChieng, huyện PaThoumPhon. Số phiếu phát ra là 56 phiếu, số lượng phiếu thu về là 56 phiếu..

Đối với HS: Tiến hành khảo sát HS lớp 10 vào đầu năm học 2022–2023 tại các trường THPT Pakse (huyện Pakse), THPT NguaĐeng (huyện SaNaSomBoon), THPT PakSong (huyện PakSong) và THPT PhonThong (huyện PhonThong). Tổng số phiếu phát ra là 200, thu về đầy đủ 200 phiếu. Các phiếu thu về chứa đựng lượng thông tin phong phú và có độ tin cậy cao.

Bên cạnh đó, tại Trường THPT PakSong và Trường THPT PhonThong, chúng tôi đã trực tiếp phỏng vấn một số GV về việc giảng dạy theo định hướng phát triển TDPB và TDST cho HS THPT, dựa trên kịch bản phỏng vấn đã chuẩn bị.

Việc chúng tôi lựa chọn khảo sát thực tiễn tại tỉnh Champasak xuất phát từ một số lý do sau đây:

Tính đại diện về địa lý và xã hội học: Champasak là một trong những tỉnh lớn của miền Nam Lào, có nhiều trường THPT với quy mô và điều kiện dạy học tương đối đa

dạng – từ trường ở trung tâm tỉnh lỵ đến các trường thuộc địa bàn huyện vùng sâu. Nhờ vậy, mẫu khảo sát tại đây phần nào phản ánh được bức tranh tổng thể của giáo dục THPT ở nước CHDCND Lào, đặc biệt là trong điều kiện các tỉnh khác có những điểm tương đồng về cơ sở vật chất, đội ngũ GV và HS.

Tính khả thi và thuận lợi trong triển khai: Việc thu thập dữ liệu tại Champasak được đảm bảo về mặt thời gian, nhân lực và phối hợp với các cơ sở GD. Nhờ sự hỗ trợ tích cực từ các trường THPT tại địa phương và mối quan hệ hợp tác GD giữa các bên, quá trình khảo sát diễn ra thuận lợi, đạt tỷ lệ thu hồi phiếu 100%, đảm bảo độ tin cậy và đầy đủ thông tin cần thiết.

Cơ sở để khái quát hóa: Mặc dù khảo sát chỉ tiến hành tại một tỉnh, nhưng các biểu hiện, khó khăn và nhu cầu về phát triển năng lực TDPB và TDST trong dạy học Toán được ghi nhận trong khảo sát có tính phổ biến và không chỉ là vấn đề cục bộ của địa phương. Trong bối cảnh chương trình GD phổ thông tại nước CHDCND Lào được áp dụng tương đối thống nhất trên phạm vi toàn quốc, các kết quả thu được có thể được sử dụng như một cứ liệu ban đầu để khái quát và đề xuất giải pháp mang tính hệ thống hơn cho GD THPT của cả nước.

- Xử lý kết quả:

Sau khi thu được kết quả khảo sát, chúng tôi đã tiến hành xử lý kết quả bằng phần mềm Microsoft Excel.

1.3.2. Kết quả điều tra, khảo sát

*** Về phía giáo viên**

a) Kết quả điều tra bằng phiếu

Chúng tôi đã tiến hành thu thập và phân tích các phiếu điều tra, thu được những kết quả sau: *Nhận thức của GV về các biểu hiện của TDPB và TDST ở HS THPT trong quá trình học toán; các hoạt động, hình thức tổ chức và kỹ thuật giảng dạy có thể hỗ trợ phát triển TDPB và TDST cho HS; cùng với đó là một số biện pháp có thể áp dụng trong đánh giá quá trình nhằm thúc đẩy sự phát triển của hai năng lực TD này.*

- Để đánh giá mức độ nhận diện của GV đối với các biểu hiện của TDPB và TDST ở HS, chúng tôi đã tiến hành một khảo sát thực tiễn. Kết quả thu được được trình bày trong biểu đồ 1.1. **(phụ lục 12, trang 61)** của luận án. Theo số liệu khảo sát, đa số GV tham gia đều có nhận thức rõ ràng về các biểu hiện này. Cụ thể, các biểu hiện của TDPB và TDST mà chúng tôi xác định trong luận án đều được hơn 50% GV lựa chọn và đánh giá là những dấu hiệu có thể quan sát được trong quá trình dạy học toán.

Điều này cho thấy, các GV THPT đã bước đầu hình thành được năng lực nhận diện các phẩm chất và năng lực tư duy quan trọng ở HS. Đây là cơ sở quan trọng để

GV có thể thiết kế các hoạt động dạy học phù hợp nhằm phát triển và bồi dưỡng năng lực TDPB và TDST cho HS trong các giờ học toán, nhất là đối với các chủ đề có tiềm năng phát triển năng lực tư duy như PT và BPT, hàm số, đặc biệt là các dạng toán liên quan đến PT và BPT mũ và logarit.

Kết quả khảo sát còn chỉ ra rằng, mặc dù tỷ lệ GV nhận diện được các biểu hiện đã đạt mức tương đối cao, nhưng mức độ sâu sắc trong nhận thức và khả năng vận dụng vào thực tế giảng dạy vẫn còn nhiều hạn chế. Một số GV chưa thực sự phân biệt rõ ràng giữa các biểu hiện của TDPB và TDST, hoặc còn gặp khó khăn trong việc thiết kế hoạt động học tập cụ thể để phát huy hai năng lực này ở HS.

Do đó, trên cơ sở những kết quả này, nghiên cứu đã tiếp tục đề xuất các biện pháp, quy trình và nội dung cụ thể nhằm nâng cao năng lực nhận diện và phát triển TDPB và TDST cho HS thông qua việc dạy học các chuyên đề toán học trong chương trình THPT.

- Phân tích khả năng phát triển TDPB và TDST cho HS THPT thông qua các hoạt động và hình thức tổ chức dạy học môn Toán được trình bày chi tiết trên biểu đồ 1.2.

(phụ lục 13, trang 62)

Theo biểu đồ, các hoạt động như: Khuyến khích và tạo cơ hội cho HS giải bài toán theo nhiều phương pháp khác nhau; tạo môi trường để HS hợp tác, tranh luận nhằm tìm ra cách giải quyết bài toán; cũng như tạo điều kiện để HS tự trình bày lời giải và bày tỏ quan điểm cá nhân đều được GV đánh giá ở mức độ sử dụng thường xuyên nhất (mức độ 5) với tỷ lệ cao, lần lượt là 50%, 49,99% và 53,45%. Đây là những hoạt động có ý nghĩa quan trọng trong việc rèn luyện TDPB và TDST, bởi chúng tạo môi trường khuyến khích HS phân tích, đánh giá và bảo vệ ý kiến cá nhân, đồng thời phát triển khả năng đưa ra phương án giải quyết bài toán theo nhiều cách tiếp cận khác nhau.

Bên cạnh đó, các hoạt động như rèn luyện cho HS thói quen xem xét một vấn đề từ nhiều góc độ khác nhau trong quá trình tiếp thu kiến thức và định hướng HS liên hệ và huy động những kiến thức liên quan để tìm ra phương pháp giải bài tập cũng được đánh giá tích cực. Cụ thể, tỷ lệ GV chọn mức 4 và 5 lần lượt là 66,4% (38,80% và 27,60%) và 73,24% (41,34% và 31,90%). Điều này cho thấy GV đã chú trọng tới việc mở rộng tư duy và tăng khả năng liên kết tri thức cho HS, góp phần thúc đẩy cả TDPB lẫn TDST.

Tuy nhiên, đáng chú ý là một số hoạt động có tiềm năng phát triển TDPB và TDST cho HS nhưng chưa được GV quan tâm đúng mức hoặc chưa được triển khai thường xuyên. Chẳng hạn, hoạt động hướng dẫn HS tự xây dựng câu hỏi và bài tập dựa trên các nội dung đã học trong SGK, cũng như tổ chức cho HS thực hiện các bài tập

lớn hoặc dự án nhóm liên quan đến nội dung của một chương hoặc phần đã học, đều có tỷ lệ GV lựa chọn mức độ sử dụng thường xuyên nhất (mức độ 5) thấp, chỉ chiếm 19,82% và 10,35%. Điều này phản ánh sự hạn chế trong việc giao quyền chủ động cho HS, đồng thời chưa phát huy tối đa năng lực tư duy độc lập, sáng tạo cũng như tinh thần hợp tác GQVĐ ở HS THPT.

Ngoài ra, hoạt động khuyến khích HS đặt ra giả thuyết và tiến hành kiểm chứng trong quá trình học tập, cùng với yêu cầu HS vận dụng kiến thức toán học vào giải quyết các tình huống thực tế, cũng có tỷ lệ GV đánh giá mức độ 5 ở mức chưa cao, lần lượt là 21,57% và 21,55%. Các con số này cho thấy rằng, việc phát triển năng lực TDPB và TDST thông qua nghiên cứu, kiểm chứng và ứng dụng thực tế vẫn chưa được triển khai đồng bộ trong các giờ học Toán tại trường THPT.

Qua phân tích số liệu trên, có thể thấy một số hoạt động có tiềm năng phát triển mạnh mẽ TDPB và TDST đã được chú trọng và thực hiện thường xuyên, điển hình như khuyến khích HS trình bày quan điểm, thảo luận và tìm kiếm phương pháp giải bài toán khác nhau. Tuy nhiên, một số hoạt động khác, đặc biệt là các dự án nhóm, xây dựng câu hỏi, vận dụng kiến thức vào thực tế... vẫn chưa được khai thác triệt để, dẫn đến việc phát triển năng lực tư duy toàn diện cho HS còn hạn chế.

- Đối với các biện pháp đánh giá trong quá trình dạy học nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS THPT, phần lớn GV thừa nhận rằng các biện pháp như: Thưởng điểm cho HS có TDPB, TDST hoặc đưa ra cách giải độc đáo, ngắn gọn; Sử dụng bài tập có nhiều phương án giải khác nhau; Đặt ra các câu hỏi mở nhằm khuyến khích tư duy và Áp dụng các bài toán gắn liền với thực tiễn đều có đóng góp tích cực vào việc phát triển năng lực tư duy của HS.

Trong số đó, hai biện pháp “Thưởng điểm cho HS có TDPB, TDST hoặc đưa ra cách giải độc đáo, ngắn gọn” và “Sử dụng bài tập có nhiều phương án giải khác nhau” được GV đánh giá ở mức tốt nhất, với tỷ lệ lựa chọn mức độ 5 lần lượt là 46,57% và 38,80%, cùng với tỷ lệ ở mức độ 4 cũng khá cao (34,49% và 42,28%)(xem Bảng 1.6. **phụ lục 14 , trang 63**), Biểu đồ 1.3. (**phụ lục 14, trang 63**). Điều này cho thấy GV nhận thức rõ vai trò động viên và khuyến khích HS phát huy TDPB, sáng tạo thông qua việc khen thưởng và cung cấp bài toán có nhiều phương án giải. Các biện pháp này giúp HS chủ động tìm tòi, sáng tạo cách giải mới, đồng thời tăng khả năng phân tích và phản biện đối với các cách giải khác nhau. Qua đó, phát triển song song cả hai loại tư duy.

Bên cạnh đó, biện pháp “Đặt ra các câu hỏi mở nhằm khuyến khích tư duy” cũng được đánh giá cao, tuy nhiên mức độ sử dụng ở mức thường xuyên nhất (mức 5) chiếm tỷ lệ thấp hơn, 34,50%, trong khi mức 4 đạt 31,91%. Biện pháp này giúp HS phát triển kỹ năng đặt vấn đề, suy nghĩ đa chiều và phản biện lại các ý kiến khác nhau, qua đó tạo điều kiện cho sự phát triển của cả TDPB và TDST. Tuy nhiên, kết quả cũng cho thấy vẫn còn một tỷ lệ nhất định GV chưa thực sự khai thác tối đa loại câu hỏi này, dẫn đến việc chưa phát huy toàn diện tiềm năng của HS trong TDPB và TDST.

Đối với biện pháp “Áp dụng các bài toán gắn liền với thực tiễn”, kết quả khảo sát cho thấy tỷ lệ GV lựa chọn mức độ 5 là 31,01%, và mức 4 là 38,75%. Các bài toán thực tiễn góp phần tăng tính ứng dụng của kiến thức toán học, khuyến khích HS liên hệ thực tế và đưa ra các giải pháp sáng tạo phù hợp với hoàn cảnh cụ thể. Tuy nhiên, việc ứng dụng loại bài toán này vẫn còn hạn chế, thể hiện qua tỷ lệ chọn mức 3 là 25%, đồng thời vẫn có GV chọn mức 1 và 2 (0,90% và 4,33%), cho thấy chưa có sự đồng bộ và nhất quán trong việc tích hợp thực tiễn vào giảng dạy nhằm phát triển tư duy HS.

Ngược lại, biện pháp “Sử dụng bài tập để giúp HS ôn tập và tái hiện kiến thức trong SGK” lại có tỷ lệ GV chọn mức 5 chỉ đạt 30,13%, trong khi mức 3 lại cao nhất (25%) và mức 1 là 20,65%. Điều này phản ánh thực tế rằng biện pháp này thiên về ôn tập và củng cố kiến thức hơn là phát triển TDPB và TDST, vì HS chủ yếu vận dụng lại kiến thức đã học, ít có cơ hội để đưa ra ý kiến phản biện hay sáng tạo giải pháp mới. Đây cũng là lý do biện pháp này không được đánh giá cao về khả năng phát triển TDPB và TDST cho HS THPT.

Qua phân tích số liệu trên, có thể nhận thấy rằng GV đã nhận thức được vai trò của các biện pháp đánh giá trong việc phát triển TDPB và TDST cho HS THPT, đặc biệt là thưởng điểm cho HS có cách giải độc đáo, sáng tạo và sử dụng bài tập có nhiều phương án giải khác nhau. Tuy nhiên, việc tích hợp bài toán thực tiễn và đặt câu hỏi mở vẫn cần được chú trọng hơn nữa, đồng thời cần hạn chế lạm dụng các bài tập ôn tập thuần túy, thiếu tính thách thức và sáng tạo, nhằm phát huy tối đa năng lực tư duy toàn diện của HS.

Việc thiếu chú trọng đến các hình thức dạy học và đánh giá mang tính mở, thực tiễn và sáng tạo đã phần nào hạn chế khả năng vận dụng kiến thức toán học vào GQVĐ trong thực tế của HS. Điều này ảnh hưởng đến tốc độ và hiệu quả của quá trình phát triển năng lực tư duy, đặc biệt là năng lực TDPB và TDST trong học tập toán học ở bậc trung học phổ thông.

Kết quả khảo sát cho thấy, hầu hết GV đã nhận diện được các biểu hiện của TDPB và TDST ở HS THPT trong quá trình dạy học toán, đồng thời nhận thức được tầm quan trọng của các biện pháp đánh giá trong giảng dạy nhằm phát triển hai loại TD này. Tuy nhiên, một số hoạt động và hình thức tổ chức dạy học có tiềm năng thúc đẩy TDPB và TDST, như: Tổ chức cho HS thực hiện các bài tập lớn hoặc dự án nhóm liên quan đến nội dung của một chương hoặc phần đã học; yêu cầu học sinh vận dụng kiến thức toán học vào giải quyết các tình huống thực tế vẫn chưa được GV quan tâm và áp dụng thường xuyên. Việc thiếu chú trọng này dẫn đến sự hạn chế trong khả năng thích ứng và ứng dụng toán học của HS vào thực tế, làm chậm quá trình phát triển TD, đặc biệt là TDPB và TDST.

- Những khó khăn trong việc DH nhằm phát triển TD trong môn Toán nói chung và chủ đề PT và BPT nói riêng ở trường THPT.

Để tìm hiểu những khó khăn mà GV gặp phải khi DH phát triển tư duy trong DH Toán nói chung và chủ đề PT và BPT nói riêng, chúng tôi đã đặt câu hỏi: *“Theo Thầy (Cô), việc rèn luyện và phát triển TDPB, TDST cho HS trong DH Toán nói chung và chủ đề PT và BPT nói riêng ở trường THPT có những khó khăn gì?”*. Kết quả thu được như Bảng 1.7. **(phụ lục 15, trang 64)**

Từ Bảng 1.7 có thể nhận thấy việc dạy học theo hướng phát triển tư duy cho HS trong môn Toán, đặc biệt là ở chủ đề PT và BPT, đang gặp phải nhiều khó khăn đáng kể. Những khó khăn này đến từ cả phía HS, GV và môi trường dạy học hiện nay.

Thứ nhất, khối lượng kiến thức trong mỗi tiết dạy còn quá nhiều so với khả năng tiếp thu của HS. Có tới 60,70% GV đồng ý rằng lượng kiến thức truyền tải trong mỗi tiết học là quá lớn. Điều này buộc GV phải tập trung phần lớn thời gian để truyền đạt nội dung bài học, dẫn đến hạn chế thời gian cho các hoạt động dạy học phát triển tư duy như thảo luận, phản biện hay khám phá sáng tạo. Hệ quả là các phương pháp khuyến khích HS suy nghĩ độc lập và phát triển TDPB và TDST chưa được thực hiện một cách hiệu quả.

Thứ hai, trình độ HS còn hạn chế là một trong những rào cản lớn trong việc triển khai dạy học theo hướng phát triển tư duy. Theo khảo sát, có tới 80,34% GV nhận định rằng mặt bằng năng lực Toán học của HS hiện nay còn yếu, đặc biệt là ở các kỹ năng cơ bản như tính toán, tư duy logic và diễn đạt ngôn ngữ toán học. Khi HS chưa nắm vững kiến thức nền tảng, các em sẽ gặp nhiều khó khăn trong việc tham gia vào các hoạt động học tập mang tính chất khám phá, phản biện hoặc sáng tạo – vốn đòi hỏi

năng lực TDPB và TDST. Điều này không chỉ làm giảm hiệu quả của các phương pháp dạy học tích cực mà GV muốn triển khai, mà còn ảnh hưởng đến động lực học tập và khả năng tiếp thu kiến thức một cách sâu sắc của HS.

Thứ ba, TDPB và TDST còn xa lạ với HS. Kết quả khảo sát cho thấy 73,25% GV nhận định rằng TDPB vẫn là một khái niệm mới mẻ đối với HS. Bên cạnh đó, 57,15% cho rằng HS chưa quen với việc phát triển TDST. Thực tế này phản ánh việc HS chưa được làm quen và rèn luyện các năng lực cần thiết để tiếp cận bài toán Toán học theo hướng tư duy mở rộng. Đặc biệt, với những nội dung phức tạp như PT và BPT, việc tìm ra nhiều phương pháp giải hay các cách tiếp cận linh hoạt càng đòi hỏi khả năng tư duy cao.

Thứ tư, GV chưa thành thạo các phương pháp rèn luyện tư duy cho HS. Có đến 83,95% GV thừa nhận rằng họ chưa nắm vững các phương pháp, kỹ thuật sư phạm giúp phát triển tư duy cho HS. Việc thiếu kiến thức và kỹ năng cần thiết để tổ chức các hoạt động học tập phát triển tư duy khiến GV gặp khó khăn khi thiết kế bài học, nhất là ở các chủ đề đòi hỏi tư duy logic và sáng tạo như PT và BPT.

Thứ năm, nội dung PT và BPT có tính phức tạp cao, vượt quá năng lực của phần lớn HS. 82,15% GV cho rằng nội dung này đòi hỏi HS phải nắm chắc lý thuyết, đồng thời biết vận dụng linh hoạt nhiều phương pháp giải khác nhau, yêu cầu năng lực tư duy logic và suy luận chặt chẽ. Với những HS còn hạn chế về nền tảng kiến thức và kỹ năng, việc tiếp cận các bài toán PT và BPT trở thành một thách thức lớn, làm giảm cơ hội phát triển tư duy bậc cao.

Thứ sáu, việc áp dụng các phương pháp dạy học tích cực của GV còn hạn chế. Có 53,53% GV cho rằng họ gặp khó khăn khi triển khai các phương pháp dạy học tích cực như dạy học hợp tác, thảo luận nhóm hay GQVĐ. Nguyên nhân đến từ sự thiếu kinh nghiệm, thiếu tài liệu hướng dẫn và hỗ trợ trong việc đổi mới phương pháp giảng dạy, khiến GV chưa mạnh dạn áp dụng các phương pháp giúp phát triển TDPB và TDST cho HS.

Thứ bảy, đề thi hiện nay chưa tạo động lực phát triển tư duy cho HS. 69,66% GV nhận xét rằng đề thi THPT quốc gia hiện nay vẫn chủ yếu kiểm tra khả năng ghi nhớ kiến thức và kỹ năng làm bài theo khuôn mẫu, chưa thực sự đánh giá được năng lực tư duy của HS. Điều này làm cho GV và HS vẫn có xu hướng dạy và học theo hướng luyện thi truyền thống, ít chú trọng đến việc phát triển năng lực TDPB và TDST.

Những khó khăn trên không chỉ ảnh hưởng đến việc dạy học phát triển tư duy trong môn Toán nói chung, mà còn tác động rõ nét tới các chủ đề đòi hỏi năng lực tư duy cao như PT và BPT. Để khắc phục, cần có giải pháp đồng bộ, từ việc giảm tải nội dung, nâng cao năng lực HS, bồi dưỡng kỹ năng sư phạm cho GV, cho tới đổi mới kiểm tra đánh giá nhằm thúc đẩy phát triển tư duy cho HS.

Kết quả phỏng vấn trực tiếp GV cho thấy, phần lớn đều nhận định rằng: “Nội dung của chủ đề PT và BPT khá khó đối với HS. Hơn nữa, trong chuẩn kiến thức và kỹ năng hiện hành chưa yêu cầu dạy học theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS, vì vậy chúng tôi chủ yếu tập trung vào việc truyền đạt kiến thức nhằm giúp các em đạt được các chuẩn đầu ra theo quy định.”. Thực tế này cho thấy, để đáp ứng yêu cầu dạy học phát triển phẩm chất và năng lực HS nói chung, cũng như phát triển TDPB và TDST nói riêng, cần có sự chỉ đạo và định hướng cụ thể từ các cấp quản lý giáo dục. Đồng thời, đòi hỏi GV phải thay đổi nhận thức, nâng cao tinh thần trách nhiệm, chủ động cập nhật kiến thức, phương pháp và kỹ thuật dạy học mới.

Khi được hỏi: *Để phát triển tư duy nói chung và TDPB và TDST nói riêng trong dạy Toán thầy (cô) cần phải chú trọng những vấn đề gì?* Chúng tôi thu được kết quả như Bảng 1.8. **(phụ lục 16, trang 65)**

Kết quả trong bảng số liệu trên cho thấy một bức tranh tổng quan về nhận thức và mức độ đồng thuận của GV đối với các biện pháp dạy học nhằm phát triển TDPB và TDST trong môn Toán. Dưới đây là những điểm cần phân tích và lưu ý:

1. Hướng dẫn HS cách đặt câu hỏi một cách logic và có hệ thống

Tỷ lệ đồng ý: 82,15%. Tỷ lệ không đồng ý: 17,85%. Đây là một trong những nội dung cơ bản và quan trọng giúp HS phát triển năng lực TDPB. Việc đặt câu hỏi đúng trọng tâm, có logic không chỉ kích thích tư duy mà còn giúp các em khám phá kiến thức sâu sắc hơn. Tuy nhiên, vẫn còn gần 18% GV chưa nhận thức rõ tầm quan trọng của việc này, cho thấy cần có sự bồi dưỡng thêm về phương pháp hướng dẫn HS đặt câu hỏi trong quá trình dạy học.

2. Khuyến khích HS thực hiện các bài tập mở, có nhiều phương án giải quyết, đa dạng về hình thức như bài tập câu và các bài toán gắn với thực tiễn

Tỷ lệ đồng ý: 91,02%. Tỷ lệ không đồng ý: 8,98%. Đây là một tín hiệu tích cực, phần lớn GV nhận thức rõ giá trị của bài tập mở trong việc phát triển TDST cho HS. Các bài toán này không chỉ khuyến khích HS tìm kiếm nhiều cách giải mà còn giúp các em liên hệ kiến thức với thực tế, tăng tính ứng dụng và sáng tạo. Tuy nhiên, vẫn

còn gần 9% GV chưa quan tâm đến loại bài tập này, điều này cho thấy cần đẩy mạnh tuyên truyền và chia sẻ kinh nghiệm thiết kế bài tập mở hiệu quả hơn.

3. Xây dựng các tình huống có vấn đề trong quá trình dạy học và yêu cầu HS tìm cách giải quyết

Tỷ lệ đồng ý: 94,61%. Tỷ lệ không đồng ý: 5,39%. Tỷ lệ đồng thuận cao nhất cho thấy GV nhận thức rất rõ vai trò của việc tạo ra các tình huống có vấn đề nhằm khuyến khích HS vận dụng kiến thức để GQVĐ. Đây là một hình thức phát triển mạnh TDPB khi HS phải phân tích, đánh giá và đưa ra phương án giải quyết phù hợp. Tuy nhiên, vẫn còn một tỷ lệ nhỏ chưa nhận thức đầy đủ, có thể do khó khăn trong thiết kế hoặc tổ chức tình huống phù hợp.

4. Giao cho HS thực hiện các dự án học tập hoặc bài tập lớn

Tỷ lệ đồng ý: 64,25%. Tỷ lệ không đồng ý: 35,75%. Mặc dù dự án học tập là một PP hiệu quả phát triển năng lực tự học, tự nghiên cứu và sáng tạo của HS, nhưng tỷ lệ GV không đồng ý vẫn còn khá cao (35,75%). Điều này phản ánh thực tế rằng một số GV còn e ngại khi triển khai hình thức dạy học này, có thể do thiếu kinh nghiệm, hạn chế về thời gian hoặc nhận thức chưa đầy đủ về tác động tích cực của hoạt động này đối với sự phát triển tư duy của HS.

5. Tăng cường các hoạt động thảo luận nhóm và tranh luận trong lớp nhằm phát huy năng lực phản biện

Tỷ lệ đồng ý: 23,23%. Tỷ lệ không đồng ý: 76,77%. Đây là nội dung có tỷ lệ đồng thuận thấp nhất. Gần 77% GV chưa đánh giá cao hoặc chưa sẵn sàng tổ chức các hoạt động thảo luận, tranh luận trong dạy học Toán. Đây là một hạn chế lớn, vì thảo luận nhóm là môi trường lý tưởng để phát triển TDPB thông qua việc trao đổi, bảo vệ và đánh giá các ý tưởng khác nhau. Nguyên nhân có thể xuất phát từ việc GV còn quen với hình thức dạy học truyền thống, thiếu kỹ năng tổ chức hoặc chưa thấy rõ hiệu quả của PP này trong môn Toán.

6. Ứng dụng công nghệ thông tin để nâng cao hiệu quả dạy và học

Tỷ lệ đồng ý: 75,01%. Tỷ lệ không đồng ý: 24,99%. Ba phần tư giáo viên nhận thức rõ vai trò của công nghệ thông tin trong việc đổi mới PP dạy học, tăng tính trực quan và tương tác cho HS. Tuy nhiên, gần 25% GV chưa thực sự sẵn sàng ứng dụng CNTT, có thể do hạn chế về cơ sở vật chất, kỹ năng sử dụng công nghệ hoặc chưa quen với PP dạy học tích hợp CNTT.

7. Rèn luyện cho HS thói quen và kỹ năng tự đánh giá quá trình học tập của bản thân
Tỷ lệ đồng ý: 73,20%. Tỷ lệ không đồng ý: 26,80%. Việc tự đánh giá là một trong những năng lực cần thiết để HS phát triển tư duy độc lập và tự học. Tuy nhiên, hơn 26% GV chưa quan tâm đến nội dung này, cho thấy cần có sự bồi dưỡng thêm để giúp GV hiểu rõ vai trò và PP rèn luyện kỹ năng tự đánh giá cho HS, góp phần hình thành TDPB và TDST.

Kết quả cho thấy, đa số GV Toán đã có nhận thức cơ bản về các PP phát triển TDPB và TDST cho HS. Tuy nhiên, vẫn còn sự chênh lệch đáng kể về mức độ hiểu biết và áp dụng giữa các GV. Đặc biệt, các hoạt động như thảo luận nhóm, giao dự án học tập, phát triển kỹ năng tự đánh giá và ứng dụng CNTT vẫn chưa được triển khai rộng rãi, là những vấn đề cần được quan tâm hơn nữa trong thời gian tới.

Chúng tôi đã tiến hành dự giờ đột xuất 4 tiết dạy của 2 GV tại trường THPT Ngua Deng. Kết quả cho thấy, số tiết học mà GV thực sự tạo được môi trường cho HS chủ động tham gia, trình bày ý kiến còn rất hạn chế. Nhiều tiết dạy, GV gần như không chú trọng đến việc rèn luyện TDPB và TDST cho HS. Một số GV ngại để HS tự do tranh luận do lo sợ mất thời gian, khó kiểm soát tình huống phát sinh hoặc không kịp hoàn thành nội dung bài giảng. Thậm chí, có trường hợp HS chưa kịp trình bày đầy đủ ý kiến đã bị GV ngắt lời hoặc bác bỏ, khiến các em lúng túng, e dè và dần mất đi sự chủ động trong học tập.

Bên cạnh đó, trong một số tiết học, GV chỉ đưa ra cách giải bài toán theo hướng của mình mà không giải thích rõ cơ sở hay lập luận của lời giải. HS vì thế chỉ ghi chép máy móc mà không thực sự hiểu bản chất vấn đề. Khi gặp các bài tập tương tự, các em vẫn không thể tự giải quyết được. Thậm chí, có những trường hợp GV không chấp nhận các cách giải khác từ HS, làm hạn chế khả năng tư duy độc lập và sáng tạo của các em.

Từ thực tế trên, chúng tôi nhận thấy, điều kiện tiên quyết để triển khai thực nghiệm đề tài là cần trang bị cho GV những hiểu biết cơ bản về TDPB và TDST, cũng như các biện pháp, kỹ thuật và quy trình dạy học theo định hướng phát triển năng lực tư duy này.

b) Qua phỏng vấn giáo viên

Kết quả phỏng vấn sâu với một số GV cho thấy họ đã nhận diện được một số biểu hiện của TDPB và TDST ở HS THPT trong học tập môn Toán, chẳng hạn như tìm nhiều cách giải cho một bài toán, tối ưu hóa lời giải, khả năng trừu tượng hóa và khái

quát hóa, phát hiện vấn đề mới trong tình huống quen thuộc, đưa ra nhiều giải pháp khác nhau cũng như tự đánh giá và phản biện. Tuy nhiên, một số biểu hiện khác của TDPB và TDST được đề cập trong kịch bản phỏng vấn, như khả năng liên hệ kiến thức, đánh giá vấn đề một cách toàn diện, kiểm chứng dự đoán hoặc tham gia tranh luận để tìm ra giải pháp, vẫn chưa được GV nhận thức đầy đủ và ít được HS thể hiện rõ ràng.

Về PP giảng dạy, các GV tham gia phỏng vấn chủ yếu áp dụng các phương pháp như học tập dựa trên vấn đề, thuyết trình, đàm thoại và trực quan. Tuy nhiên, những phương pháp như thảo luận, tranh luận, dạy học hợp tác, dạy học theo dự án hoặc khuyến khích HS tự nghiên cứu và khám phá lại ít được sử dụng. Các hoạt động thường được triển khai gồm hướng dẫn HS tìm nhiều cách giải bài toán, diễn đạt nội dung toán học theo các hình thức khác nhau, đưa ra dự đoán hoặc trình bày lời giải trước lớp. Tuy vậy, những hoạt động đòi hỏi sự hợp tác, tranh luận để GQVĐ, hay sử dụng câu hỏi kích thích sự tò mò và TD của HS vẫn chưa được chú trọng đúng mức.

Các bài tập trong kiểm tra đánh giá chủ yếu tập trung vào việc tái hiện kiến thức từ sách giáo khoa, chưa chú trọng đến các câu hỏi mở hoặc bài tập đòi hỏi nhiều cách giải khác nhau. Những bài toán thực tiễn được GV sử dụng phần lớn mang tính mô phỏng, chưa thực sự tạo cơ hội để HS áp dụng kiến thức vào các tình huống thực tế.

Tóm lại, qua các cuộc phỏng vấn, chúng tôi nhận thấy rằng nhiều GV chưa hiểu đầy đủ về các biểu hiện của TDPB và TDST ở HS trong quá trình học Toán. Hệ quả là HS ít có cơ hội thể hiện và rèn luyện những năng lực này, phần lớn do GV chưa chủ động hoặc chưa có định hướng rõ ràng trong việc tổ chức các hoạt động học tập phù hợp để phát triển TDPB và TDST.

*** Về phía học sinh**

a) Qua điều tra bằng phiếu

HS tự đánh giá về các biểu hiện của TDPB và TDST cũng như những hoạt động học tập mà các em thường xuyên thực hiện trong quá trình học tập.

- Chúng tôi đã xây dựng bộ tiêu chí đánh giá các biểu hiện của TDPB và TDST và đề nghị HS tự đánh giá mức độ thể hiện của bản thân trên thang điểm từ 1 đến 5. Kết quả phân tích dữ liệu được trình bày trong biểu đồ 1.4. (**phụ lục 17, tr 66**) và bảng 1.9. (**phụ lục 17, tr 66**) cho thấy phần lớn HS tự đánh giá mình ở mức độ trung bình, chủ yếu tập trung ở mức 2 và 3.

Cụ thể, có tới 5/11 biểu hiện có giá trị trung bình (mean) dao động từ 2,21 đến 2,68, phản ánh năng lực TDPB và TDST của HS chỉ ở mức trung bình yếu. Chẳng hạn, biểu hiện “Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau...” có giá trị trung bình thấp nhất, chỉ đạt 2,21, cho thấy đa số HS chưa chủ động và tích cực trong việc tham khảo, trao đổi các quan điểm khác biệt để nâng cao giải pháp cho bài toán. Bên cạnh đó, biểu hiện “Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các dự kiến” cũng chỉ đạt 2,52, cho thấy HS chưa có thói quen suy luận logic và dự báo kết quả trong quá trình GQVĐ.

Ở chiều ngược lại, biểu hiện có giá trị trung bình cao nhất là “Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết” với mức trung bình 2,98, và biểu hiện “Có khả năng tìm ra những mối quan hệ bên trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có mối liên hệ với nhau” đạt 2,75, cho thấy một số HS đã bước đầu phát triển khả năng quan sát đa chiều và tìm kiếm thông tin mới trong bối cảnh quen thuộc.

Đáng chú ý, ở tất cả các biểu hiện, tỷ lệ HS tự đánh giá mình đạt mức 4 và 5 tương đối thấp, dao động từ 2% đến 22%, đặc biệt mức 5 chiếm tỷ lệ rất nhỏ, phần lớn dưới 10%, ngoại trừ biểu hiện số 6 đạt 22% ở mức 5. Trong khi đó, tỷ lệ HS tự đánh giá mình ở mức 2 và 3 chiếm ưu thế, có biểu hiện tỷ lệ mức 2 lên tới 93% (biểu hiện 10), điều này cho thấy HS vẫn còn thiếu tự tin vào năng lực tư duy của bản thân.

- Chúng tôi đã xây dựng và đề xuất một số hoạt động học tập nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS trong quá trình học Toán. Sau đó, chúng tôi tiến hành khảo sát mức độ thường xuyên tham gia của HS vào các hoạt động này và các PP tổ chức của GV. Kết quả phân tích dữ liệu từ bảng 1.10. (**phụ lục 18, tr 68**) và biểu đồ 1.5. (**phụ lục 18, tr 68**) cho thấy, phần lớn các hoạt động học tập được đánh giá chỉ đạt giá trị trung bình từ 2,31 đến 3,41, phản ánh tần suất và mức độ tham gia của HS còn ở mức trung bình và trung bình yếu.

+ Hoạt động “Hợp tác, tranh luận với các bạn để tìm cách giải quyết bài toán” đạt giá trị trung bình cao nhất là 3,41, cho thấy đây là hình thức học tập được tổ chức và tham gia thường xuyên hơn so với các hoạt động khác. Tỷ lệ HS chọn mức 4 và 5 lần lượt là 31,55% và 14,38%, phản ánh sự khuyến khích tinh thần hợp tác, trao đổi trong lớp học.

+ Hoạt động “Phát hiện và sửa chữa những sai lầm trong những lời giải có sai lầm” cũng đạt mức khá với giá trị trung bình 3,22, trong đó có tới 40,72% HS đánh giá ở mức 3 và 29,18% đánh giá mức 4.

+ Các hoạt động còn lại chủ yếu dao động ở mức trung bình, với giá trị mean thấp hơn 3. Cụ thể, các hoạt động như “Thực hiện các bài tập lớn, các dự án theo nhóm có liên quan đến nội dung của một chương/ phần đã học” (mean = 2,31) và “Tự xây dựng các câu hỏi, bài tập xuất phát từ các bài tập trong sách giáo khoa” (mean = 2,51) có giá trị trung bình thấp nhất. Điều này cho thấy HS ít có cơ hội tham gia các nhiệm vụ học tập đòi hỏi sự sáng tạo, tư duy độc lập và tinh thần tự lực.

+ Ngoài ra, các hoạt động có liên quan đến TDPB và TDST, như “Tạo các giả thuyết và kiểm tra các giả thuyết trong quá trình học tập” (mean = 2,56) hay “Nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau” (mean = 2,70) cũng chỉ đạt mức trung bình yếu, cho thấy đây là các năng lực chưa được chú trọng rèn luyện một cách hệ thống.

Nhìn chung, tỷ lệ HS tự đánh giá ở mức độ cao (mức 4 và 5) cho các hoạt động phát triển TDPB và TDST vẫn còn thấp. Ở một số hoạt động, tỷ lệ này chỉ đạt khoảng 5% đến 10%, như ở hoạt động “Tạo các giả thuyết và kiểm tra các giả thuyết” (mức 5 chỉ 2,55%) và “Nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều góc độ” (mức 5 chỉ 2,50%).

Kết quả này cho thấy, việc tổ chức các hoạt động học tập phát triển năng lực TDPB và TDST cho HS trong dạy học Toán hiện nay còn hạn chế. GV chưa thực sự tạo điều kiện cho HS tham gia vào các hoạt động đòi hỏi vận dụng các năng lực này một cách thường xuyên và có hiệu quả. Trong khi đó, theo khảo sát ý kiến, nhiều GV cho rằng họ đã triển khai những hoạt động này thường xuyên, nhưng thực tế phản ánh từ HS cho thấy chưa đồng bộ.

b) Qua phỏng vấn học sinh

Chúng tôi đã tiến hành phỏng vấn trực tiếp một số HS: Souksavanh Keovilavong - HS lớp 10.1, trường THPT NguaDeng, huyện; SaNaSomBoon, tỉnh Champasak; Nalysa Phommachanh - HS lớp 10.2, trường THPT PakSe, huyện pakse, tỉnh Champasak; Bounta Davilay - HS lớp 10.3, trường THPT PakSong - huyện Paksong, tỉnh Champasak; Soukkaisone Silaphet - HS lớp 10.1, Trường THPT PhonThong, huyện Phonthong, tỉnh Champasak.

Kết quả phỏng vấn cho thấy, một số HS như Souksavanh và Soukkaisone đôi khi đặt câu hỏi về bài học cho GV Toán. Tuy nhiên, nhiều HS khác, bao gồm Nalysa, Bounta và phần lớn bạn cùng lớp, lại ít khi chủ động thắc mắc hay đặt câu hỏi. Dù không ngại mắc lỗi khi trả lời GV, nhưng các em vẫn gặp khó khăn trong việc liên hệ và áp dụng kiến thức toán học vào thực tế, phần lớn do thiếu sự khuyến khích trong quá trình học.

HS chưa có thói quen chủ động giải quyết các bài tập hoặc vấn đề mới mà chưa từng gặp, thay vào đó thường chờ GV hướng dẫn khi gặp bài toán có dạng khác so với những gì đã quen thuộc. Các em cũng hiếm khi tự tạo bài toán tương tự hoặc khái quát hóa bài toán đã có nếu không có yêu cầu từ GV, trong khi GV cũng ít khi khuyến khích điều này. Bên cạnh đó, HS chưa từng tham gia vào các dự án hoặc bài tập lớn liên quan đến môn Toán và chưa có nhận thức rõ ràng về hình thức học tập này

GV thường yêu cầu HS trình bày lại định nghĩa, định lý, tính chất hoặc nội dung bài tập; khuyến khích các em bày tỏ quan điểm khác nhau về một vấn đề, đánh giá câu trả lời hoặc phương pháp giải của bạn, đồng thời đề xuất cách làm khác. HS cũng được động viên khi tìm ra lời giải sáng tạo hoặc khác biệt so với GV và các bạn trong lớp.

Tóm lại, kết quả phỏng vấn cho thấy HS đã thể hiện một số dấu hiệu của TDPB và TDST. Tuy nhiên, các em vẫn chưa chủ động trong học tập và chưa biết cách vận dụng sáng tạo kiến thức toán học để giải quyết các bài toán mới cũng như các vấn đề thực tiễn. Nguyên nhân chính xuất phát từ việc GV chưa thường xuyên tổ chức các hoạt động học tập nhằm thúc đẩy hai loại TD này, đồng thời chưa áp dụng hiệu quả các phương pháp giảng dạy, hình thức tổ chức và kỹ thuật sư phạm phù hợp để khuyến khích HS phát triển năng lực TDPB và TDST.

1.3.3. Kết luận về thực trạng vấn đề phát triển TDPB và TDST trong dạy học môn Toán THPT nước CHDCND Lào hiện nay

Qua kết quả điều tra, khảo sát cho thấy, GV đã bước đầu nhận thức được các biểu hiện của TDPB và TDST của HS trong quá trình học tập môn Toán. Đồng thời, GV cũng nhận thức được một số biện pháp đánh giá quá trình có thể góp phần phát triển năng lực TDPB và TDST cho HS. Tuy nhiên, nhiều phương pháp, hình thức tổ chức dạy học và kỹ thuật dạy học có khả năng thúc đẩy phát triển TDPB và TDST cho HS THPT vẫn chưa được GV quan tâm và vận dụng thường xuyên. Cụ thể, GV chưa chú trọng tổ chức cho HS thực hiện các bài tập lớn, các dự án học tập theo nhóm có liên quan đến nội dung dạy học của một chương hoặc một phần kiến thức đã học. GV cũng ít yêu cầu HS vận dụng kiến thức Toán học để giải quyết các bài toán thực tiễn. Ngoài ra, nhiều GV chưa sử dụng đầy đủ các biện pháp đánh giá quá trình có thể góp phần phát triển TDPB và TDST cho HS, chẳng hạn như: đặt câu hỏi mở, sử dụng các bài toán có nhiều cách giải và yêu cầu HS trình bày các cách giải khác nhau, hay các bài toán vận dụng kiến thức Toán học để giải quyết các vấn đề thực tiễn trong cuộc sống.

Bên cạnh đó, các biện pháp đánh giá quá trình hiệu quả như đặt câu hỏi mở, yêu cầu HS trình bày nhiều phương án giải cho bài toán có thể giải theo nhiều cách, hoặc

thiết kế bài tập gắn với ứng dụng thực tế vẫn chưa được GV áp dụng một cách đầy đủ. Điều này khiến HS chưa có nhiều cơ hội thể hiện TDPB và TDST, dẫn đến sự thụ động và thiếu linh hoạt trong quá trình học tập.

Nguyên nhân chủ yếu có thể do GV chưa nhận thức đầy đủ về tầm quan trọng của việc phát triển TDPB và TDST cho HS, đồng thời chưa chủ động tổ chức các hoạt động học tập phù hợp để thúc đẩy hai năng lực này.

Kết quả điều tra này cung cấp cơ sở thực tiễn cho nghiên cứu đề tài. Từ kết quả khảo sát, chúng tôi đã bước đầu xác định được các biểu hiện của TDPB và TDST ở HS THPT trong học tập môn Toán, đồng thời đề ra những định hướng ban đầu cho việc xây dựng các biện pháp sư phạm nhằm phát triển hai năng lực này thông qua việc áp dụng các phương pháp, hình thức tổ chức và kỹ thuật dạy học tích cực.

Kết luận chương 1

Chương 1 đã trình bày tổng quan cơ sở lý luận về TDPB và TDST, mối quan hệ tương hỗ giữa hai loại tư duy này, cũng như các quan điểm và cơ chế phát triển chúng trong dạy học môn Toán. Nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng năng lực TDPB và TDST không phải là bẩm sinh mà có thể được hình thành và phát triển thông qua quá trình học tập tích cực, đặc biệt là khi HS được tham gia vào các nhiệm vụ học tập có định hướng rõ ràng và phù hợp.

Việc phát triển TDPB và TDST trong dạy học Toán thường được thể hiện qua các thao tác nhận thức đặc trưng, bao gồm: (i) Tìm hiểu – xác định vấn đề; (ii) Tạo ra ý tưởng, giải pháp; (iii) Phân tích, đánh giá và lựa chọn phương án; (iv) Phản tư về tư duy và quá trình học tập. Các thao tác này có mối liên hệ chặt chẽ, hỗ trợ lẫn nhau, góp phần tạo nên một quá trình tư duy toàn diện, linh hoạt và hiệu quả khi HS GQVĐ toán học.

Tuy nhiên, kết quả khảo sát thực trạng dạy học môn Toán ở trường THPT tại nước CHDCND Lào cho thấy còn nhiều hạn chế và thách thức: Việc phát triển năng lực TDPB và TDST cho HS chưa được xem là mục tiêu trọng tâm của dạy học; Hoạt động rèn luyện tư duy còn mang tính tự phát, thiếu định hướng và chưa có sự tích hợp hợp lý giữa hai loại tư duy; GV còn lúng túng trong việc thiết kế nhiệm vụ học tập phù hợp để phát huy năng lực tư duy của HS; PP giảng dạy còn thiên về truyền thụ kiến thức một chiều, ít tạo cơ hội cho HS phản biện hoặc sáng tạo trong quá trình học; Thiếu tài liệu hướng dẫn và hệ thống biện pháp cụ thể giúp GV tổ chức dạy học theo hướng phát triển TDPB và TDST.

Những hạn chế trên đặt ra yêu cầu cấp thiết là cần xây dựng các biện pháp sư phạm phù hợp với chương trình và SGK Toán hiện hành, đồng thời phù hợp với đặc điểm HS và điều kiện dạy học thực tế tại các trường THPT ở nước CHDCND Lào. Các biện pháp này cần được thiết kế trên nền tảng lý luận vững chắc, hướng đến việc rèn luyện và phát triển năng lực TDPB và TDST một cách có hệ thống, hiệu quả và bền vững cho HS.

Trong Chương 2, luận án sẽ trình bày cụ thể hệ thống các biện pháp dạy học nhằm phát triển năng lực TDPB và TDST cho HS THPT trong quá trình dạy học nội dung PT và BPT – một mạch nội dung quan trọng, có tiềm năng lớn để phát triển năng lực tư duy toán học cho HS.

CHƯƠNG 2

BIỆN PHÁP DẠY HỌC PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH

Trong chương này, chúng tôi đã xác định một số định hướng xây dựng biện pháp và trình bày một số biện pháp cụ thể rèn luyện và phát triển TDPB và TDST của HS. Mỗi biện pháp sẽ được trình bày theo ba vấn đề: mục tiêu, cơ sở của biện pháp, nội dung (phương thức vận dụng và ví dụ áp dụng). Các ví dụ được chọn lọc từ các tình huống dạy học điển hình trong chủ đề PT và BPT. Mỗi biện pháp được hình thành từ việc nghiên cứu các phương pháp phát triển TDPB và TDST thành từng nhóm theo tiêu chí đã được trình bày ở Chương 1. Thông qua đó, có thể hình dung việc thực hiện biện pháp như là việc thể hiện phương pháp dạy học mới, áp dụng phát triển TDPB và TDST mà ví dụ nêu ra là một hình mẫu có thể học tập và nhân rộng.

2.1. Định hướng xây dựng biện pháp dạy học theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh

Trong việc nghiên cứu và đề xuất các BP sư phạm phát triển TDPB và TDST cho HS trong dạy học PT và BPT ở trường THPT. Chúng tôi đã đề xuất theo các định hướng như sau:

- **Định hướng 1:** Các BP sư phạm phải dựa trên nền tảng kiến thức toán học của HS, đảm bảo các mục tiêu DH của môn Toán trong chương trình GD phổ thông, rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho HS THPT. Đồng thời các BP đã đề xuất vận dụng cho việc DH môn toán theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS không chỉ chú ý đảm bảo mục tiêu DH của môn Toán nhưng còn có thể phát triển các thành tố của TDPB và TDST dựa trên vốn kiến thức trải nghiệm và tri thức của mỗi HS.

- **Định hướng 2:** Các BP sư phạm cần được cấu trúc theo một trật tự khoa học nhất định, đảm bảo sự nhất quán theo hệ thống của toàn bộ các thành tố của quá trình phát triển NL học tập, góp phần rèn luyện kỹ năng giải toán cho HS. Như vậy, hoạt động trong quá trình phát triển TDPB và TDST cho HS mới đạt được hiệu quả.

- **Định hướng 3:** Các biện pháp sư phạm cần đảm bảo tính khả thi và hiệu quả trong thực tế. Những biện pháp đề xuất phải phù hợp với điều kiện thực tiễn, cơ sở vật chất, cũng như năng lực của GV và HS, dễ áp dụng, quen thuộc với người dạy và người

học, không quá phức tạp. Đồng thời, chúng phải hướng đến khắc phục những hạn chế hiện có, dựa trên các mức độ phát triển TDPB và TDST của HS trong dạy học Toán theo kết quả khảo sát thực trạng.

- **Định hướng 4:** Các BP sư phạm phải làm nổi bật được trọng tâm về việc dạy học PT và BPT ở trường THPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS. Góp phần đổi mới PP dạy học phù hợp với chương trình GD phổ thông hiện hành, phát huy tính tích cực, chủ động và ST, đòi hỏi người GV cần phải có PP giảng dạy phù hợp với những kiến thức, kỹ năng của HS.

Các định hướng trên là định hướng chung cho việc đề ra các BP sư phạm để phát triển TDPB và TDST cho HS trong dạy học PT và BPT ở trường THPT. Tuy nhiên, cũng cần chú ý đến phạm vi nghiên cứu của Luận án để đưa ra một số BP sát thực với mục đích nghiên cứu. Các kết quả ở Chương 1 cho phép khẳng định rằng : vấn đề này liên quan đến rất nhiều lĩnh vực, thậm chí cả những lĩnh vực vượt ra khỏi phạm vi của toán học.

Dựa trên nghiên cứu lý luận về dạy học Toán theo hướng phát triển TDPB và TDST, cùng với kinh nghiệm trong và ngoài nước và thực tiễn giảng dạy môn Toán ở trường THPT, chúng tôi đề xuất một số biện pháp trọng tâm để tổ chức dạy học chủ đề PT và BPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS. Các biện pháp này được xây dựng dựa trên các định hướng đã đề ra, tập trung rèn luyện một hoặc nhiều thành tố của TDPB và TDST đã trình bày trong Chương 1, nhằm không chỉ giúp HS tiếp thu kiến thức mà còn bồi dưỡng và phát triển năng lực TD.

2.2. Một số biện pháp dạy học phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh

Dựa trên cơ sở nghiên cứu lý luận về giảng dạy PT và BPT theo hướng phát triển TDPB và TDST, cùng với việc kế thừa kinh nghiệm GD trong nước và quốc tế, luận án đề xuất bốn biện pháp tổ chức hoạt động dạy học hiệu quả và phù hợp với thực tiễn giảng dạy ở trường THPT. Những biện pháp này không chỉ tập trung vào phương pháp giảng dạy, hình thức tổ chức lớp học mà còn khai thác linh hoạt các kỹ thuật sư phạm hiện đại nhằm tạo ra một môi trường học tập khuyến khích HS chủ động khám phá, sáng tạo thông qua các hoạt động thực tiễn. Trong quá trình đó, các biểu hiện của TDPB và TDST - như đã phân tích trong các mục 1.1.1.4, 1.1.2.4 và 1.1.4 - sẽ được khơi dậy và phát huy, giúp HS không chỉ rèn luyện mà còn phát triển mạnh mẽ năng lực tư duy, từ đó nâng cao chất lượng học tập và khả năng vận dụng kiến thức vào thực tế.

2.2.1. Biện pháp 1: Tạo cơ hội cho học sinh đưa ra các phán đoán, tranh luận

2.2.1.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này nhằm phát triển đồng thời TDPB và TDST của HS thông qua hoạt động tranh luận, bảo vệ ý kiến và ra quyết định trong học tập Toán, đặc biệt là các chủ đề về PT và BPT.

Biện pháp này tác động mạnh đến các biểu hiện: (1), (2), (4), (5), (6), (7), (10), (12) trong Bảng 1.5. Thông qua các hoạt động phán đoán – tranh luận có định hướng, HS được dẫn dắt từ phản biện logic đến sáng tạo PP, từ đánh giá suy luận đến đề xuất ý tưởng mới – đúng theo tinh thần của mô hình tích hợp TDPB–TDST trong học toán.

2.2.1.2. Cơ sở khoa học của biện pháp

Biện pháp dựa trên cơ sở lý luận của:

- Thuyết kiến tạo xã hội (Vygotsky, 1978)[96]: HS phát triển TD qua hoạt động xã hội như tranh luận, hợp tác và bảo vệ quan điểm.
- Lý thuyết TDPB và TDST hiện đại: Dewey (1910)[92] nhấn mạnh vai trò của hoài nghi, đặt vấn đề và phản tỉnh trong TDPB. Runco & Acar (2012)[136] cho rằng sáng tạo không chỉ là sự mới lạ mà còn là khả năng đánh giá, kết hợp và hiện thực hóa ý tưởng.

Tổ chức tranh luận giúp HS: Thể hiện và bảo vệ quan điểm bằng lập luận logic (TDPB), đề xuất giả thuyết, khám phá nhiều cách tiếp cận và giải pháp mới (TDST).

Ngoài ra, Bách khoa toàn thư Toán học cũng ghi nhận tranh luận trong lớp học giúp HS phát triển kỹ năng giải toán, tư duy độc lập và khả năng lắng nghe, phân tích.

2.2.1.3. Cách thức thực hiện biện pháp

Để phát triển TDPB và TDST của HS, việc tạo cơ hội cho các em đưa ra phán đoán và tranh luận là một phương pháp hiệu quả. Khi HS được khuyến khích bày tỏ ý kiến, bảo vệ quan điểm của mình và lắng nghe ý kiến của người khác, các em sẽ rèn luyện được kỹ năng lập luận logic, TDPB cũng như khả năng diễn đạt ý tưởng một cách rõ ràng.

Việc tổ chức các hoạt động tranh luận trong quá trình dạy học không chỉ giúp HS hiểu sâu hơn về bài học mà còn tạo động lực học tập, nâng cao sự tự tin và khả năng làm việc nhóm. Để thực hiện biện pháp này một cách hiệu quả, GV có thể thực hiện theo các bước sau:

Bước 0: GV chuẩn bị bài toán/tình huống/vấn đề: (Xác định mục tiêu, Lựa chọn bài toán/tình huống phù hợp, Chuẩn bị tài liệu và hướng dẫn, Dự kiến kịch bản tranh luận, Chuẩn bị cách xử lý tình huống khi HS gặp khó khăn hoặc đi sai hướng).

Bước 1: Đưa ra bài toán hoặc tình huống yêu cầu HS đưa ra các phán đoán ban đầu.

Bước 2: Yêu cầu HS thảo luận theo nhóm, tranh luận và bảo vệ ý kiến cá nhân bằng các lập luận logic để đưa ra các ý tưởng, phán đoán để GQVĐ.

Bước 3: Tổ chức cho HS trình bày các ý tưởng/cách giải khác nhau và phân tích ưu, nhược điểm của từng cách, thống nhất vấn đề.

Bước 4: Kết luận.

- GV kết luận rằng mỗi PP đều có ưu điểm và nhược điểm, và sự lựa chọn PP phụ thuộc vào từng bài toán cụ thể.

- GV nhấn mạnh việc phát triển TD toán học thông qua việc phán đoán và tranh luận, vì đây là cách HS có thể tìm ra nhiều cách giải khác nhau và nhận ra rằng toán học không chỉ là việc áp dụng công thức mà còn là một quá trình ST.

- GV sẽ đưa ra phản hồi cho từng nhóm về cách giải và khả năng tranh luận của HS, đồng thời chỉ ra những điểm mạnh và điểm cần cải thiện trong cách trình bày và lập luận. Khuyến khích HS làm thêm các bài tập tương tự để rèn luyện kỹ năng phán đoán và tranh luận.

Ví dụ 2.1. Sau khi học xong bài phương trình bậc 2, GV có thể củng cố khắc sâu cho HS cách giải, khai thác bài toán hiệu quả, GV có thể sử dụng phương pháp tổ chức tranh luận, khuyến khích HS đưa ra các phán đoán về nghiệm của phương trình mà không cần sử dụng công thức giải sẵn có, và từ đó dẫn dắt HS đến các phương pháp giải hợp lý và nhanh nhất. Cụ thể:

Bước 0: GV chuẩn bị bài toán/tình huống/vấn đề

Xác định mục tiêu: Phát triển TDPB và TDST qua hoạt động phán đoán, tranh luận về nghiệm phương trình bậc hai, Rèn kỹ năng lập luận, bảo vệ ý kiến, lựa chọn phương pháp giải hiệu quả, Giúp HS biết vận dụng linh hoạt các phương pháp giải và nâng cao năng lực phân tích.

Lựa chọn bài toán phù hợp: Chọn phương trình bậc hai có hệ số nguyên, có thể giải bằng nhiều cách (phân tích nhân tử, công thức nghiệm, thử nghiệm), Ví dụ:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Chuẩn bị tài liệu và định hướng thảo luận:

Câu hỏi gợi mở: (?) Phương trình có bao nhiêu nghiệm?, (?) Nghiệm có phải số nguyên không?, (?) Cách giải nhanh nhất là gì?.

Dự kiến phản ứng của HS và phương án điều chỉnh nếu cần.

Bước 1: GV đưa ra bài toán và yêu cầu HS phán đoán nghiệm

- GV viết PT lên bảng: $x^2 - 5x + 6 = 0$, yêu cầu HS phán đoán GV có thể đặt câu hỏi:

(?) Theo các em, PT này có bao nhiêu nghiệm? Các nghiệm đó có phải là số thực không?

(?) Làm thế nào chúng ta có thể tìm nghiệm của PT này mà không cần công thức nghiệm?

- HS sẽ tự do đưa ra phán đoán. Một số phán đoán có thể là: PT này có hai nghiệm thực. PT này có nghiệm kép hay PT này có thể có nghiệm nguyên, thử phân tích nhân tử xem sao.

Bước 2: Yêu cầu HS thảo luận phân tích, tranh luận và bảo vệ ý kiến cá nhân bằng các lập luận logic để đưa ra các ý tưởng, phán đoán để GVĐ.

- GV chia lớp thành 6 nhóm nhỏ (từ 5-6 HS), yêu cầu HS thảo luận theo nhóm đưa ra ý tưởng, phán đoán, bảo vệ các phán đoán của mình và đề xuất cách giải. Mỗi nhóm có thể lựa chọn một PP giải khác nhau hoặc đưa ra lý do cho phán đoán của mình. Các nhóm sẽ tranh luận để tìm cách giải hợp lý và nhanh nhất.

HS: Các phán đoán và giải có thể gồm:

Cách 1: *Phán đoán về nghiệm thực và nguyên*: Nhóm 1 và 3 có phán đoán rằng PT này có nghiệm nguyên, vì hệ số của PT là các số nguyên và tổng hai nghiệm là 5, tích của hai nghiệm là 6. Vì vậy, họ sẽ thử phân tích PT theo dạng nhân tử: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0$. Nghiệm của PT là $x = 2$ và $x = 3$.

Cách 2: *Phán đoán về nghiệm kép*: Nhóm 2 và 5 có phán đoán rằng PT có nghiệm kép nếu họ nhận thấy rằng hệ số -5 và -6 gợi nhớ đến một PT có nghiệm giống nhau. Tuy nhiên, PP phân tích nhân tử sẽ giúp họ thấy rằng PT này có hai nghiệm phân biệt.

Cách 3: *Sử dụng công thức nghiệm (trong trường hợp các nhóm không tìm ra cách khác)*: Nhóm 4 và 6 có thể không tìm ra cách phân tích nhân tử và quyết định sử dụng công thức nghiệm, và sau đó tìm được nghiệm là:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \quad x = \frac{5+1}{2} = 3 \quad x = \frac{5-1}{2} = 2$$

Nghiệm của PT là $x = 2$ và $x = 3$.

Bước 3: Tổ chức cho HS trình bày các ý tưởng/cách giải khác nhau và phân tích ưu, nhược điểm của từng cách, thống nhất vấn đề

- GV cho đại diện các nhóm báo cáo kết quả của nhóm, các nhóm khác để lắng nghe các ý kiến và yêu cầu các nhóm giải thích vì sao họ chọn PP đó. (Mục đích của phần này là giúp HS thảo luận, tìm ra cách giải hợp lý, đồng thời rèn luyện kỹ năng bảo vệ quan điểm).

- Sau khi tất cả các nhóm đã trình bày xong cách giải của mình, GV sẽ tổng kết lại các PP đã được đưa ra:

+ Phân tích nhân tử: Cách giải này nhanh chóng và đơn giản, đặc biệt nếu PT có các hệ số dễ dàng phân tích.

+ Sử dụng công thức nghiệm: PT này chắc chắn và có thể áp dụng với mọi PT bậc hai, nhưng đôi khi tính toán phức tạp và không phải lúc nào cũng giúp nhận ra các yếu tố đặc biệt của PT như trong trường hợp này.

- Sau đó, GV có thể đặt câu hỏi cho HS:

? Vì sao PP phân tích nhân tử lại nhanh và dễ dàng trong trường hợp này?

? Khi nào PP này sẽ không hiệu quả và tại sao?

? Nếu hệ số trong PT này thay đổi, liệu phân tích nhân tử còn khả thi không?"

Bước 4: Kết luận và rút ra bài học

- GV kết luận rằng mỗi PP đều có ưu điểm và nhược điểm, và sự lựa chọn PP phụ thuộc vào từng bài toán cụ thể.

- GV nhấn mạnh việc phát triển TD toán học thông qua việc phán đoán và tranh luận, vì đây là cách HS có thể tìm ra nhiều cách giải khác nhau và nhận ra rằng toán học không chỉ là việc áp dụng công thức mà còn là một quá trình ST.

- Khuyến khích HS áp dụng PP phân tích nhân tử khi hệ số trong PT dễ dàng cho phép, nhưng cũng cần sẵn sàng sử dụng các PP khác khi gặp các PT phức tạp hơn.

- GV sẽ đưa ra phản hồi cho từng nhóm về cách giải và khả năng tranh luận của HS, đồng thời chỉ ra những điểm mạnh và điểm cần cải thiện trong cách trình bày và lập luận. Khuyến khích HS làm thêm các bài tập tương tự để rèn luyện kỹ năng phán đoán và tranh luận.

Cách tổ chức này giúp HS rèn luyện *TDPB, kỹ năng lập luận và tranh luận*, đồng thời khuyến khích họ tìm kiếm và so sánh nhiều cách giải khác nhau để đạt được phương pháp tối ưu.

Cơ hội phát triển TDPB, khuyến khích HS đánh giá và phản biện các PP giải, rèn luyện khả năng đặt câu hỏi, thách thức TDPB nhóm, đồng thời cơ hội phát triển TDST, kích thích khả năng dự đoán và tìm cách tiếp cận mới, tạo điều kiện cho HS khám phá nhiều phương pháp khác nhau, khuyến khích HS sáng tạo trong lập luận và trình bày.

Ví dụ 2.2: Giải bất phương trình: $(2x-5)^2 - (x+2)^2 = 0$ (xin xem PL 19, tr 70)

Ví dụ 2.3. Giải bất phương trình: $3-4x^2 \geq 0$ (xin xem PL 19, tr 70)

2.2.2. Biện pháp 2: Khuyến khích HS chia sẻ những hoài nghi tích cực thông qua các tình huống có chứa những khó khăn, sai lầm

2.2.2.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này nhằm tạo điều kiện để HS phát triển đồng thời TDPB và TDST thông qua việc khuyến khích chia sẻ những hoài nghi tích cực trong các tình huống học tập có chứa khó khăn, sai lầm. Đây là cách tiếp cận thể hiện rõ ý đồ tích hợp TD theo mô hình “hai trong một – mục tiêu kép”, trong đó TDPB và TDST không tách rời mà tương hỗ, hỗ trợ nhau trong quá trình học toán.

Cụ thể, khi HS đối diện với một sai lầm hoặc tình huống gây mâu thuẫn, hoài nghi, các em buộc phải phân tích kỹ lưỡng các yếu tố liên quan (biểu hiện 2, 3 – xác định và tổ chức thông tin), đánh giá lập luận, lý do lựa chọn PP giải (biểu hiện 10 – áp dụng logic và lý luận), từ đó đặt ra các câu hỏi xác đáng (biểu hiện 1 – đặt câu hỏi cụ thể). Quá trình này thúc đẩy thành tố phân tích – tổng hợp – đánh giá lý luận và quy trình của TDPB.

Đồng thời, những hoài nghi tích cực cũng kích thích HS tưởng tượng các khả năng khác (biểu hiện 4 – kết nối các ý tưởng), đề xuất giải pháp thay thế (biểu hiện 5), thử nghiệm nhiều PP (biểu hiện 6), từ đó phát triển thành tố tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động của TDST. Việc phản ánh về quá trình giải và điều chỉnh cách tiếp cận (biểu hiện 7 – siêu nhận thức) giúp HS hoàn thiện cả quá trình TD, nối kết hai hướng phản biện và sáng tạo trong nhận thức toán học.

Biện pháp này tác động chủ yếu đến các biểu hiện: (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (10) của TDPB và TDST trong Bảng 1.5. Thông qua việc tạo ra và xử lý các tình huống có sai lầm hoặc khó khăn một cách tích cực, biện pháp này giúp HS không chỉ đánh giá, phản biện được cách nghĩ của người khác (và của chính mình), mà còn sáng tạo ra các hướng tiếp cận mới, linh hoạt và hiệu quả hơn trong GQVĐ toán học.

2.2.2.2. Cơ sở khoa học của biện pháp

Biện pháp này được xây dựng trên cơ sở nhận thức rằng sai lầm và khó khăn không chỉ là trở ngại mà còn là cơ hội học tập có giá trị, đặc biệt trong việc phát triển TDPB và TDST. Khi HS gặp tình huống bất ngờ, nghi vấn hay mâu thuẫn nhận thức (chẳng hạn kết quả sai, lời giải chưa hợp lý), họ buộc phải dừng lại để suy nghĩ, phân tích và điều chỉnh - đây chính là điều kiện khởi phát cho TDPB và TDST cùng vận hành.

Về mặt nhận thức luận, quá trình hoài nghi và phân tích sai lầm gắn với hoạt động phản tỉnh – phân tích – đánh giá, là những biểu hiện cốt lõi của TDPB. Đồng thời, để

vượt qua khó khăn, HS cần huy động trí tưởng tượng, tìm kiếm các phương án thay thế, đề xuất ý tưởng mới, tức là vận dụng TDST theo hướng tạo sinh. Như vậy, việc chia sẻ và xử lý những hoài nghi tích cực không chỉ giúp HS sửa sai mà còn mở rộng cách tiếp cận vấn đề, hình thành năng lực học tập độc lập và linh hoạt.

Trong dạy học toán ở THPT Lào hiện nay, HS thường thiếu chủ động phát hiện và lý giải sai lầm, do chịu ảnh hưởng từ mô hình dạy học truyền thống – nhấn mạnh vào kết quả đúng và lối giải khuôn mẫu. Việc đưa vào các tình huống có chứa sai lầm hay khó khăn (trong nội dung PT, BPT) giúp chuyển hướng TD của HS: từ “làm đúng theo mẫu” sang “nghĩ đúng theo lý lẽ”. Đây là tiền đề quan trọng để bồi dưỡng năng lực phân tích lập luận, đặt câu hỏi, phản tư và phát triển ý tưởng – những biểu hiện được nêu rõ trong Bảng 1.5.

Ngoài ra, nghiên cứu về sai lầm trong học toán cho thấy việc học từ sai lầm (learning from errors) là một chiến lược hiệu quả để phát triển TD bền vững. Khi HS được khuyến khích trao đổi hoài nghi và chất vấn cách làm của bản thân hoặc người khác trong không khí học tập cởi mở, an toàn, thì sự phát triển của TDPB và TDST sẽ diễn ra một cách tự nhiên, sâu sắc và có chiều sâu.

Biện pháp này được xây dựng trên cơ sở kết hợp giữa lý thuyết nhận thức hiện đại và thực tiễn dạy học ở Lào, nhằm biến những sai lầm và khó khăn thành đòn bẩy cho sự phát triển TDPB và TDST – trong QT học PT và BPT.

2.2.2.3. Cách thức thực hiện biện pháp

Hoài nghi tích cực là một trong những yếu tố quan trọng giúp phát triển TDPB và TDST cho HS. Khi HS biết đặt câu hỏi, nghi ngờ hợp lý về một phương pháp, một kết quả hay một quy tắc nào đó, các em sẽ có xu hướng kiểm chứng, phân tích và tìm hiểu sâu hơn về vấn đề. Điều này không chỉ giúp các em hiểu bài kỹ hơn mà còn rèn luyện được khả năng tư duy độc lập, ST trong học tập.

Trong dạy học toán, việc đưa ra những tình huống có chứa khó khăn hoặc sai lầm giúp HS phát triển khả năng TDPB và khám phá tri thức một cách chủ động. Thay vì tiếp thu kiến thức một cách thụ động, HS sẽ học cách kiểm tra, phân tích và điều chỉnh sai lầm, từ đó hình thành kỹ năng GQVĐ một cách linh hoạt.

Để thực hiện biện pháp này hiệu quả, GV cần tổ chức hoạt động theo các bước sau:

Bước 0: GV chuẩn bị bài toán/tình huống chứa khó khăn, sai lầm: (Xác định tiêu chí chọn tình huống/bài toán chứa khó khăn, sai lầm, Các dạng tình huống chứa sai lầm, khó khăn mà GV có thể sử dụng, Dự kiến cách tổ chức hoạt động).

Bước 1: Xác định mục tiêu của hoạt động

Mục tiêu của hoạt động là giúp HS nhận dạng được những sai sót, khắc phục lỗi và phát triển khả năng TDPB trong khi giải quyết PT và BPT. Đồng thời, HS sẽ học cách tự kiểm tra kết quả và phân tích các bước giải toán để tránh mắc phải những sai lầm phổ biến. Từ đó giúp HS hiểu rõ hơn về lý thuyết và ứng dụng các quy tắc giải PT và BPT; Phát triển khả năng hoài nghi và phản biện, từ đó tự điều chỉnh quá trình học và GQVĐ; Khuyến khích HS làm việc nhóm, thảo luận và chia sẻ cách

Bước 2: GV lựa chọn và đưa ra các tình huống chứa khó khăn, sai lầm phù hợp với nội dung bài học, trong đó có cơ hội để HS hoài nghi tích cực

Chọn những tình huống/bài toán có thể dễ dàng gây ra sai lầm nhưng lại không quá khó khăn, khiến HS có thể tự nhận ra và sửa chữa. Bài toán phải có các khó khăn cụ thể hoặc tình huống gây nhầm lẫn mà HS cần phải kiểm tra lại để đảm bảo giải đúng.

Bước 3: Tổ chức cho HS thảo luận tích cực để phát hiện, khắc phục và tìm kiếm giải pháp

GV chia lớp thành các nhóm nhỏ (3-4 HS/nhóm). Mỗi nhóm sẽ giải một bài toán có chứa sai sót hoặc khó khăn tiềm ẩn, sau đó thảo luận để phát hiện lỗi và đề xuất cách sửa chữa.

Bước 4: Nhận xét, đánh giá, hệ thống hóa và phân loại bài toán theo nhóm sai lầm

Sau khi HS thảo luận và trình bày kết quả, GV tổng hợp các ý kiến, nhận xét về những sai sót mà HS gặp phải. Điều này giúp HS hiểu rõ hơn về lý do sai lầm và cách sửa chữa. Đồng thời, GV cũng cần chỉ ra các chiến lược hiệu quả trong việc kiểm tra và giải quyết các PT và BPT.

Ví dụ 2.4: Trong giờ luyện tập về “Bài toán thực tế” cho HS, GV có thể tổ chức hoạt động như sau:

Bước 0: GV chuẩn bị bài toán/tình huống chứa khó khăn, sai lầm
GV đưa bài toán về quy hoạch đất đai.

Tiêu chí lựa chọn tình huống: Có yếu tố gây hoài nghi, kích thích học sinh suy xét và kiểm chứng, Gắn với sai lầm phổ biến khi giải bài toán thực tế liên quan đến phương trình bậc hai, Có tính mở, tạo điều kiện cho tranh luận và nhiều cách tiếp cận (phát triển TDPB và TDST), Phù hợp với trình độ HS: đủ thách thức nhưng không gây nản chí.

Các dạng sai lầm có thể khai thác: Sai khi đặt ẩn và biểu diễn dữ kiện, Sai khi lập PT, Sai trong giải PT, thiếu kiểm tra hoặc kết luận không chính xác.

Dự kiến cách tổ chức: Đặt câu hỏi gợi mở để khuyến khích hoài nghi tích cực, Dự đoán sai lầm HS có thể mắc để kịp thời hỗ trợ, Lên kế hoạch thời gian hợp lý cho phân tích và tranh luận.

Bước 1: Xác định mục tiêu của hoạt động

- Giúp HS sử dụng phương trình bậc hai để tìm kích thước hình chữ nhật.
- Phát triển tư duy phản biện khi kiểm tra tính hợp lý của kết quả.

Bước 2: GV lựa chọn và đưa ra các tình huống chứa khó khăn, sai lầm phù hợp với nội dung bài học, trong đó có cơ hội để HS hoài nghi tích cực

- GV đưa ra tình huống sau: “Giải PT thực tế:

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 40m. Nếu tăng chiều rộng lên 3m và giảm chiều dài đi 2m, diện tích không thay đổi. Tìm chiều dài và chiều rộng ban đầu.

Có lời giải như sau:

Bước 1: Đặt biến

- + Chiều dài ban đầu là x
- + Chiều rộng ban đầu là y

Công thức chu vi

Chu vi hình chữ nhật được tính theo công thức: $P = 2(x + y)$

Bài toán cho biết chu vi là 40m, nên: $2(x + y) = 40 \Rightarrow x + y = 20$

Bước 2: Thiết lập phương trình diện tích

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là: $A = x.y$

Khi tăng chiều rộng lên 3m và giảm chiều dài đi 2m, diện tích không đổi, tức là:

$$(x - 2).(y + 3) = x.y$$

Bước 3: Giải hệ phương trình

1. $x + y = 20$
2. $(x - 2).(y + 3) = x.y$

Tay vào: $(x - 2).(y + 3) = x.y$

Thay $y = 20 - x$ vào: $(x - 2)((20 - x) - 3) = x.(20 - x) \Rightarrow (x - 2)(17 - x) = x(20 - x)$

Nhân phân phối: $17x - x^2 - 34 + 2x = 20x - x^2$

$$19x - x^2 - 34 = 20x - x^2 \Rightarrow -34 = x$$

Thay x vào (1) $\Rightarrow -34 + y = 20 \Rightarrow y = 20 + 34 = 54$

Vậy theo các em lời giải của bạn đã đúng chưa? Các em có ý kiến như thế nào?
(Thể hiện sự hoài nghi)

Bước 3: Tổ chức cho HS thảo luận tích cực để phát hiện, khắc phục và tìm kiếm giải pháp GV chia lớp thành các nhóm nhỏ (3-4 HS nhóm). Yêu cầu phát hiện sai lầm (nếu có) và phân tích sai lầm và đề xuất cách sửa chữa.

Kết quả thu được:

- *Ý kiến của HS:* Đặt biến sai nhưng lập phương trình đúng hoặc giải đúng dẫn đến nghiệm thỏa mãn.

Vậy, khi ta đặt biến với cách đặt: Chiều dài ban đầu là x , Chiều rộng ban đầu là y chưa phù hợp; thiếu kết luận là PT có nghiệm như thế nào

? GV nhận xét và đánh giá câu trả lời của HS:

- *Sai lầm của HS:* Trong lời giải bài toán trên bạn sai trong việc đặt biến (nhầm công thức chu vi, đặt biến không đúng với bài toán), lập sai phương trình diện tích (viết sai cách biểu diễn sự thay đổi kích thước), Giải hệ phương trình sai (thế sai giá trị, dẫn đến kết quả vô lý), không kiểm tra lại kết quả (không phát hiện nghiệm âm hoặc kết luận sai về bài toán). Do đó, lời giải bài toán trên của HS chưa chính xác.

- *Nguyên nhân sai lầm:* Sai lầm do chưa đọc kỹ đề $\rightarrow$ Hiểu sai cách thay đổi kích thước, thiếu kỹ năng thiết lập phương trình $\rightarrow$ Sai công thức chu vi, diện tích, lỗi tính toán khi giải phương trình $\rightarrow$ Nhầm dấu, sai phép nhân, rút gọn sai, không kiểm tra lại kết quả $\rightarrow$ Không phát hiện nghiệm sai hoặc vô lý. Do đó HS sẽ gặp khó khăn khi giải các PT thực tế với việc đặt biến và thường mắc những sai lầm khi giải các PT thực tế.

+ Thảo luận và phản biện: Khuyến khích HS chia sẻ cách giải pháp của HS, thảo luận trao đổi về cách giải PT và đưa ra cách giải khác.

- *Lời giải đúng:*

Giải bài toán trên:

Bước 1: Đặt ẩn số và phân tích đề bài

Gọi:

- x : chiều dài ban đầu (m)
- y : chiều rộng ban đầu (m)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

Bước 2: Lập phương trình theo dữ kiện bài toán

Dữ kiện 1: Chu vi khu vườn là 40m

Ta có: $2(x + y) = 40$

Rút gọn: $x + y = 20$ (1)

Dữ kiện 2: Thay đổi chiều dài và chiều rộng, diện tích không đổi

- Diện tích ban đầu là: $S = x.y$

- Sau khi tăng chiều rộng lên 3m và giảm chiều dài đi 2m, diện tích là:

$$(x-2)(y+3)$$

Đề bài cho diện tích không thay đổi, nên ta có phương trình:

$$(x-2)(y+3) = x.y \quad (2)$$

Bước 3: Thay biểu thức từ phương trình (1) vào phương trình (2)

Từ (1): $y = 20 - x$

Thay vào (2): $(x-2)((20-x)+3) = x(20-x) = (x-2)(23-x) = x(20-x)$

Bước 4: Khai triển và giải phương trình

Khai triển vế trái:

$$(x-2)(23-x) = x.20 - x.x = x(20-x)$$

Vế trái: $(x-2)(23-x) = x.20 - x^2$

Không đúng! Chúng ta phải khai triển cẩn thận hơn:

$$\begin{aligned}(x-2)(23-x) &= x.23 - x^2 - 2.23 + 2x = 23x - x^2 - 46 + 2x \\ &= -x^2 + 25x - 46\end{aligned}$$

Vế Phải: $x(20-x) = 20x - x^2$

Bước 5: Lập phương trình và giải

Phương trình: $-x^2 + 25x - 46 = 20x - x^2$

Hai vế đều có $-x^2$, khử đi: $25x - 46 = 20x$

Chuyển vế: $25x - 20x = 46 \Rightarrow 5x = 46 \Rightarrow x = \frac{46}{5} = 9.2$

Bước 6: Tìm y và kiểm tra kết quả

Từ phương trình (1): $x + y = 20 \Rightarrow 9.2 + y = 20 \Rightarrow y = 20 - 9.2 = 10.8$

Bước 7: Kiểm tra lại nghiệm

+ Chu vi: $2(x+y) = 2(9.2+10.8) = 2(20) = 40$

+ Diện tích ban đầu: $S = x.y = 9.2 \times 10.8 = 99.36$

Diện tích sau khi thay đổi kích thước:

$$(x-2)(y+3) = (9.2-2)(10.8+3) = 7.2 \times 13.8 = 99.36$$

Diện tích không thay đổi, nghiệm thỏa mãn bài toán.

Vậy, Chiều dài ban đầu là $x = 9.2$ và chiều rộng ban đầu là $y = 10.8$

Tuy nhiên khi giải HS dễ mắc phải sai lầm khi sai trong việc đặt biến, đặt biến không đúng với bài toán, viết sai cách biểu diễn sự thay đổi kích thước, không phát hiện nghiệm âm hoặc kết luận sai về bài toán.

? GV yêu cầu HS suy nghĩ, ý tưởng, khả năng tìm kiếm cách giải pháp khác.

? GV: Có cách giải nào khác không? (*Câu hỏi mở để HS suy nghĩ sâu hơn về các PP giải và các lựa chọn khác nhau*)

HS đưa ra cách khác: Bài toán này ta có thể sử dụng giải pháp hình vẽ trực quan để giải PT như sau:

1. Hình chữ nhật ban đầu:

+ Chiều dài là x

+ Chiều rộng là y

+ Diện tích: $S_{\text{bandau}} = x.y$



Chu vi là: $2(x + y) = 40 \Rightarrow x + y = 20$

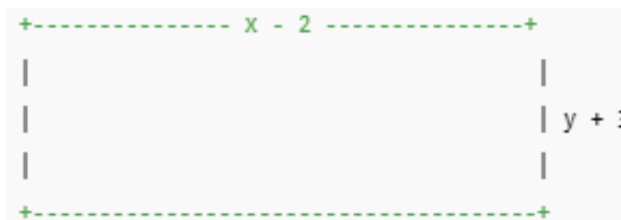
2. Sau khi thay đổi kích thước:

+ Chiều dài giảm đi 2m $\rightarrow$ còn $x - 2$

+ Chiều rộng tăng thêm 3m $\rightarrow$ thành $y + 3$

Diện tích không thay đổi, nghĩa là: $(x - 2)(y + 3) = x.y$

Hình mới sau thay đổi:



Phân tích trên hình

Tại sao diện tích không đổi?

+ Ta có thể tưởng tượng tăng thêm 3m chiều rộng như thêm một dải hình chữ nhật phụ vào phía bên phải hình ban đầu.

+ Đồng thời, giảm đi 2m chiều dài là cắt bớt một phần ở bên dưới.

Diện tích tăng thêm từ chiều rộng và giảm đi từ chiều dài cân bằng nhau, nên diện tích tổng thể không đổi.

Lập phương trình từ hình

1. Tổng chiều dài và chiều rộng: $x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$

2. Diện tích không thay đổi: $(x - 2)(y + 3) = x.y$

Giải phương trình (từ hình đến số học)

Thay $y = 20 - x$ vào phương trình diện tích: $(x - 2)(23 - x) = x(20 - x)$

Khai triển hai vế:

+ Vế trái: $(x - 2)(23 - x) = -x^2 + 25x - 46$

+ Vế phải: $x(20 - x) = 20x - x^2$

Lập phương trình: $-x^2 + 25x - 46 = 20x - x^2$

Rút gọn: $25x - 46 = 20x \Rightarrow 5x = 46 \Rightarrow x = \frac{46}{5} = 9.2 \Rightarrow y = 20 - 9.2 = 10.8$

Vậy, Chiều dài ban đầu là 9.2m và chiều rộng ban đầu là 10.8m

Kiểm tra lại trên hình:

+ Chiều dài mới: $9.2 - 2 = 7.2$

+ Chiều rộng mới: $10.8 + 3 = 13.8$

+ Diện tích mới: $7.2 \times 13.8 = 99.36$

+ Diện tích ban đầu: $9.2 \times 10.8 = 99.36$

Diện tích không thay đổi! → Chính xác!

Bước 4: Nhận xét và đánh giá

+ Khi học giải phương trình thực tế, HS cần: Hiểu đề bài rõ ràng, xác định đúng đại lượng và mối quan hệ, lập phương trình chính xác, giải phương trình cẩn thận, tránh sai sót và kiểm tra lại nghiệm để đảm bảo tính hợp lý. Khi làm tốt những điều này, HS sẽ giải quyết bài toán chính xác hơn, tránh sai lầm và rèn luyện TD logic tốt hơn!

+ Hệ thống hoá và phân loại dạng bài toán theo nhóm các sai lầm như sau:

- GV đưa ra bài toán có lời giải sai lầm phổ biến thường gặp khi giải PT thực tế.

Tình huống 1: “Hãy chỉ ra sai lầm (nếu có) trong lời giải sau:

Tình huống 1: “Hãy chỉ ra sai lầm (nếu có) trong lời giải sau:

“Giải bài toán:

Một nhóm học sinh có một số viên kẹo. Nếu chia số kẹo đó cho 5 người, mỗi người nhận được 4 viên kẹo dư 3 viên. Nếu chia cho 7 người, mỗi người nhận được

3 viên kẹo dư 4 viên. Hỏi ban đầu nhóm học sinh có bao nhiêu viên kẹo? giải bài toán này

Gọi số viên kẹo ban đầu là x .

Bước 1: Lập phương trình

Theo đề bài, ta có hai điều kiện:

1. Chia x cho 5, mỗi người nhận 4 viên, dư 3 viên: $x = 5k + 3$

2. Chia x cho 7, mỗi người nhận 3 viên, dư 4 viên: $x = 7m + 4$

Bước 2: Giải hệ phương trình

Ta cần tìm số x thỏa mãn cả hai phương trình trên.

Do $x = 5k + 3$, thay vào phương trình thứ hai: $5k + 3 = 7m + 4$

$$5k - 7m = 1$$

Bước 3: Tìm nghiệm

Ta tìm số k và m thỏa mãn phương trình $5k - 7m = 1$.

- Thử $k = 6$: $5(6) - 7m = 1 \Rightarrow 30 - 7m = 1 \Rightarrow 7m = 29 \Rightarrow m = 4$ (nguyên)

- Thay $k = 6$ vào $x = 5k + 3$: $x = 5(6) + 3 = 30 + 3 = 33$

Tình huống 2: Một bể nước có hai ống dẫn nước vào. Nếu chỉ mở ống thứ nhất, thì bể sẽ đầy sau 6 giờ. Nếu chỉ mở ống thứ hai, thì bể sẽ đầy sau 4 giờ. Nếu mở cả hai ống cùng lúc, sau một thời gian nhất định, người quản lý phát hiện ống thứ nhất bị hỏng và tắt nó đi. Sau đó, chỉ còn ống thứ hai làm việc thêm 1 giờ thì đầy bể. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc bắt đầu mở cả hai ống thì bể đầy?.

Bước 1: Đặt ẩn

+ Gọi t là thời gian (giờ) cả hai ống cùng chảy trước khi ống thứ nhất bị hỏng.

Bước 2: Lập phương trình tổng lượng nước đã vào bể

1. Trong t giờ đầu tiên, cả hai ống cùng chảy, nên lượng nước chảy vào bể là:

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \times t = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12} \times t$$

2. Sau đó, chỉ còn ống thứ hai làm việc thêm 1 giờ, lượng nước thêm là: $\frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$

Tổng lượng nước đã vào đầy bể: $\frac{5}{12} \times t + \frac{1}{4} = 1$

Bước 3: Giải phương trình

Giải phương trình: $\frac{5}{12} \times t + \frac{1}{4} = 1$

Trừ $\frac{1}{4}$ hai vế: $\frac{5}{12}t = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Nhân chéo để tìm t : $t = \frac{3}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{36}{20} = \frac{9}{5} = 1,8$

- Yêu cầu HS chỉ ra phân loại dạng bài toán theo các sai lầm (hình thức cặp đôi/nhóm): Trong cách giải trên đặt ẩn không đặt điều kiện, lập phương trình không đúng và không kiểm tra lại kết quả dẫn đến nghiệm của PT không chính xác. Do đó, để giải PT thực HS phải hiểu đề bài rõ ràng, xác định đúng đại lượng và mối quan hệ, lập phương trình chính xác, giải phương trình cẩn thận, tránh sai sót và kiểm tra lại nghiệm để đảm bảo tính hợp lý.

Ví dụ 2.5. (Chủ đề phương trình logarit): Trong giờ học tập về PT logarit GV đưa ra tình huống sau: Cho PT logarit: $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12$. $x \in]0; +\infty[$

Có lời giải như sau:

Từ PT: $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12$

$$PT \Leftrightarrow (\log_3 3^x - \log_3 1) \cdot (\log_3 3^{x+1} - \log_3 3) = 12$$

Áp dụng công thức cơ bản của logarit:

$$\log_a a = 1 ; \log_a 1 = 0 ; \log_a b^n = n \log_a b$$

Từ PT trên, ta có:

$$(x - 0)(x + 1 - 1) = 12$$

$$x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm\sqrt{12}$$

Vậy theo các em lời giải của bạn đã đúng chưa? Các em có ý kiến như thế nào?

(Xin xem chi tiết PL 20, tr 77)

Ví dụ 2.6. Trong giờ luyện tập về “bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối” GV đưa ra tình huống sau: “Giải bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối:

$$\ln|x - 2| + \ln|x + 4| \leq 3\ln 2$$

Có lời giải như sau:

Từ BPT trên, ta có:

$$\ln|x - 2| + \ln|x + 4| \leq 3\ln 2 \Leftrightarrow \ln|(x - 2)(x + 4)| \leq \ln 8$$

$$\Rightarrow |x^2 + 2x - 8| \leq 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 \leq 8 \\ x^2 + 2x - 8 \leq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 16 \leq 0 \\ x^2 + 2x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 16 \leq 0 \Rightarrow -1 - \sqrt{17} \leq x \leq -1 + \sqrt{17} \\ x^2 + 2x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ hay } x \geq -2 \end{cases}$$

Vậy ta được: $-1 - \sqrt{17} \leq x \leq -2$

Vậy theo các em lời giải của bạn đã đúng chưa? Các em có ý kiến như thế nào?

(Xin xem chi tiết PL 20, tr 77)

2.2.3. Biện pháp 3: Phát triển TDST cho học sinh nhờ hoạt động nhìn lại một cách toàn diện vấn đề và cách thức GQVĐ đã thực hiện, từ đó tìm ra cách thức GQVĐ mới

2.2.3.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này hướng đến việc phát triển TDST cho HS thông qua hoạt động nhìn lại một cách toàn diện vấn đề và cách giải đã thực hiện, từ đó khám phá và đề xuất những cách GQVĐ mới. Đồng thời, trong tiến trình này, TDPB đóng vai trò quan trọng trong việc phân tích, đánh giá và phản tư về cách tiếp cận cũ, tạo tiền đề cho việc đổi mới ý tưởng một cách hợp lý. Đây chính là sự tích hợp giữa TDPB và TDST theo mô hình “hai trong một – mục tiêu kép” mà nghiên cứu hướng tới.

Biện pháp này tác động chủ yếu đến các biểu hiện: (4), (5), (6), (7), (8), (10), (11), (12) của TDPB và TDST trong Bảng 1.5. Việc khuyến khích HS nhìn lại – suy ngẫm – đổi mới là con đường thiết thực để chuyển từ tư duy lặp lại sang tư duy kiến tạo, từ giải bài sang làm chủ tri thức toán học một cách linh hoạt và sáng tạo.

2.2.3.2. Cơ sở khoa học của biện pháp

Biện pháp đặt trên nền tảng lý thuyết siêu nhận thức (Flavell, 1979)[132], cho rằng HS có thể tự điều chỉnh cách tiếp cận nếu học có cơ hội phản tỉnh lại quy trình đã thực hiện. Bên cạnh đó, lý thuyết về TDST của Torrance(1974)[118] và Guilford(1967)[83] khẳng định tính linh hoạt và khả năng tìm ra nhiều phương án là cốt lõi trong sáng tạo. Trong giáo dục toán, Schoenfeld (1985)[112] cũng nhấn mạnh việc giúp HS phát triển TDPB qua các hoạt động phân tích, đánh giá quy trình GQVĐ.

2.2.3.3. Cách thức thực hiện biện pháp

Trong quá trình GQVĐ, HS thường tập trung vào việc tìm ra một cách giải duy nhất và ít khi quay lại đánh giá toàn bộ quá trình đã thực hiện. Tuy nhiên, để phát triển TDPB và TDST, HS cần có khả năng nhìn nhận vấn đề một cách toàn diện, phân tích

sâu sắc cách tiếp cận của mình, từ đó phát hiện ra những điểm hạn chế và đề xuất những PP giải quyết mới.

Hoạt động nhìn lại và đánh giá cách thức GQVĐ không chỉ giúp HS nâng cao khả năng TDPB, mà còn tạo cơ hội cho các em ST ra những cách tiếp cận mới. PP này giúp HS:

1. Nhận thức rõ hơn về quá trình TD của mình.
2. Phát hiện những điểm mạnh và hạn chế trong cách tiếp cận vấn đề.
3. Mở rộng khả năng tìm kiếm các giải pháp mới, không bị bó hẹp trong lối TD quen thuộc.

Để thực hiện biện pháp này hiệu quả, GV cần tổ chức hoạt động theo các bước sau:

Bước 0: Giáo viên chuẩn bị bài toán/tình huống

Trước khi tổ chức hoạt động giúp HS nhìn lại và tìm cách giải mới, GV cần chuẩn bị kỹ lưỡng bài toán/tình huống phù hợp với mục tiêu phát triển TDST.

- Tiêu chí chọn bài toán/tình huống: Có nhiều cách giải khác nhau, không có hướng tối ưu rõ ràng ngay từ đầu, Có độ khó vừa phải, phù hợp trình độ HS, tạo động lực cải tiến lời giải, Cho phép phân tích sâu các cách tiếp cận để rút kinh nghiệm.

- Dạng bài toán/tình huống phù hợp: Bài toán có nhiều cách giải, cách giải chưa tối ưu, sai sót hoặc còn thiếu; bài toán thực tế có nhiều hướng tiếp cận,

- Dự kiến cách tổ chức hoạt động: Xây dựng bảng tiêu chí đánh giá (tính chính xác, ngắn gọn, hiệu quả, khả năng khái quát, tính sáng tạo); Chuẩn bị câu hỏi gợi mở: “?Cách giải có điểm yếu gì?”, “?Có cách nhanh hơn không?”, “?Nếu thay đổi giả thiết, cách giải còn đúng không?”

Bước 1: GV đưa ra tình huống/bài toán và yêu cầu HS đưa ra cách giải quyết.

GV đưa ra một bài toán, tình huống thực tế hoặc vấn đề mà HS phải giải quyết; yêu cầu HS phân tích và đưa ra cách giải quyết (có thể hình thức nhóm hoặc cá nhân)

Bước 2: Sau khi đưa ra phương án giải, yêu cầu HS đánh giá lại toàn bộ QT GQVĐ, từ cách đặt giả thiết đến lập luận và kiểm tra kết quả.

Sau khi HS đề xuất phương án giải quyết, GV yêu cầu các em đánh giá toàn bộ QT giải quyết bằng cách trả lời các câu hỏi:

- Xem các giả thiết ban đầu có hợp lý không, có được hiểu rõ không?
- Kiểm tra các bước giải, xem liệu các bước có liên kết chặt chẽ với nhau, có tuân theo đúng quy trình không?
- So sánh kết quả có hợp lý không và liệu PP áp dụng có phù hợp hay không.

- Chia sẻ lý do tại sao HS chọn phương án này và liệu có thể có cách giải quyết khác hay không.

Bước 3: Hướng dẫn HS tìm ra những hạn chế trong cách giải cũ và đề xuất PP giải quyết khác.

- GV tổ chức cho HS thảo luận và tìm ra các hạn chế trong PP giải quyết

- Ban đầu. Các hạn chế có thể bao gồm:

- Giả thiết chưa rõ ràng hoặc chưa bao quát hết các trường hợp.

- Lập luận không chặt chẽ: Ví dụ, có thể bỏ qua bước kiểm tra quan trọng trong QT tính toán.

- PP giải đưa ra đã tối ưu chưa? Có thể tìm ra cách giải nhanh hơn, chính xác hơn hoặc dễ hiểu hơn.

- Sau đó, GV và HS cùng đề xuất các PP giải quyết khác có thể khắc phục các hạn chế đó.

Bước 4: Tổng hợp các ý kiến và rút ra bài học kinh nghiệm.

GV tổng hợp các ý kiến của HS, rồi cho HS tranh luận, phân tích tính hợp lý của các phương án khác nhau, tìm phương án tối ưu, từ đó rút ra bài học từ QT GQVĐ.

Ví dụ 2.7. Sau khi DH định lý “Dấu tam thức bậc hai” (SGK lớp 10) cho HS, GV có thể tổ chức hoạt động củng cố nhằm giúp HS hiểu và biết vận dụng định lý như sau:

Bước 0: GV chuẩn bị bài toán/tình huống

Chọn tình huống: Bài toán có tính tổng quát, cho phép luyện tập kiến thức cốt lõi; Có nhiều cách tiếp cận: suy luận đại số, đồ thị, định lý; Kích thích TDPB khi HS phải đánh giá giả thiết và phương pháp đã chọn.

Tình huống chuẩn bị: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a > 0$. Làm sao để biết tam thức này luôn dương?

Dự kiến phương án học sinh có thể đưa ra: Dùng định lý về dấu tam thức bậc hai; Phân tích đồ thị hàm số; Kiểm tra Δ và hệ số a.

Câu hỏi gợi mở: Cách giải của em có dễ hiểu không?; Có áp dụng được cho bài tương tự không?; Có cách nào trực quan, dễ nhớ hơn không?.

Bước 1: GV đưa ra tình huống/bài toán và yêu cầu HS đưa ra cách giải quyết.

GV đưa ra tình huống: “Cho tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$ với $a > 0$. Làm thế nào để biết tam thức này luôn dương hay không khi $\Delta = b^2 - 4ac < 0$? Các em hãy thảo luận theo nhóm bàn để phân tích và đưa ra phương án giải quyết bài toán này.”

- HS thảo luận: Các em có thể bắt đầu suy nghĩ về các đặc điểm của tam thức bậc hai, cụ thể là dựa vào giá trị của biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Một số phương án giải quyết có thể là:

(1) Dùng tính chất của nghiệm PT bậc hai: Nếu $\Delta < 0$, PT $ax^2 + bx + c = 0$ không có nghiệm thực. Khi đó, tam thức bậc hai sẽ luôn có giá trị dương (vì $a > 0$).

(2) Dùng định lý dấu tam thức bậc hai: Nếu $\Delta < 0$ và $a > 0$, tam thức không có nghiệm thực và vì vậy luôn dương trên mọi giá trị của x .

Bước 2: Đánh giá lại toàn bộ quá trình GQVĐ.

GV: “Các bạn đã đưa ra một phương án giải rất hợp lý bằng cách xét dấu của tam thức. Hãy cùng đánh giá lại quá trình giải quyết của mình bằng cách trả lời các câu hỏi sau:

- Về giả thiết ban đầu: Các em đã hiểu rõ giả thiết của bài toán chưa? Thực tế ĐK $a > 0$ và $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ là ĐK rất quan trọng để giải quyết bài toán. Tuy nhiên các em có hiểu rõ về giả thiết này không?

- Các bước giải: Có nhóm đã áp dụng đúng định lý dấu của tam thức bậc hai. Khi $\Delta < 0$, tam thức bậc hai không có nghiệm thực và do $a > 0$ nên tam thức bậc hai này luôn có giá trị dương. Liệu cách lập luận này có chính xác không? Hợp logic chưa? Kết quả có hợp lý không?

- Nếu $\Delta < 0$ thì tam thức sẽ luôn dương với mọi giá trị của x . Liệu kết quả này có hợp lý không? Các em có thể giải thích tại sao tam thức không có nghiệm thực khi $\Delta < 0$?

- PP áp dụng có phù hợp không? Việc dùng định lý dấu tam thức bậc hai để chứng minh tam thức luôn dương có thực sự đơn giản và dễ hiểu không? Có thể có PP nào khác giải quyết bài toán này không?

Bước 3: Hướng dẫn HS tìm ra những hạn chế trong cách giải cũ và đề xuất phương pháp giải quyết khác.

- GV: Sau khi các em đã giải bài toán và đưa ra PP dựa vào định lý dấu tam thức bậc hai, chúng ta cùng xem xét một số vấn đề có thể gặp phải trong cách giải này:

• Giả thiết chưa rõ ràng? Các giả thiết của bài toán đã được xác định rõ chưa?

Chẳng hạn: giả thiết $a > 0$ rất quan trọng vì nếu a âm, kết quả sẽ khác. Nếu không rõ ràng về ĐK này, cách giải có thể bị sai.

• Lập luận không chặt chẽ? Một điểm có thể cần lưu ý là việc giải thích tại sao $\Delta < 0$ lại đảm bảo rằng tam thức không có nghiệm thực, vì vậy tam thức luôn dương. Nếu không giải thích rõ ràng, HS có thể chưa hiểu sâu về điều này.

- PP giải đã tối ưu chưa? Cách giải hiện tại dùng định lý dấu tam thức bậc hai khá chính xác, nhưng liệu chúng ta có thể áp dụng các PP khác như vẽ đồ thị của hàm bậc hai để giải thích? Việc vẽ đồ thị có thể giúp HS hình dung rõ ràng hơn về tính chất của tam thức.

- GV và HS thảo luận các PP khác:

(3) Một cách tiếp cận khác có thể là sử dụng đồ thị của hàm bậc hai : $y = ax^2 + bx + cy$ (với $a > 0$) để minh họa rằng khi $\Delta < 0$ thì đồ thị của hàm số luôn nằm trên trục hoành, không cắt trục hoành và có giá trị dương trên toàn bộ miền xác định.

(4) PP dùng định lý Vi-et để giải thích cũng có thể giúp HS hiểu tại sao tam thức bậc hai không có nghiệm thực khi $\Delta < 0$.

Bước 4: Tổng hợp các ý kiến và rút ra bài học kinh nghiệm.

- GV: “Như vậy chúng ta đã thảo luận về nhiều cách giải khác nhau và rút ra một số nhận xét quan trọng trong việc xét dấu tam thức bậc hai:

- Sử dụng định lý dấu tam thức bậc hai là một PP giải rất hiệu quả khi xét dấu tam thức với $\Delta < 0$. Tuy nhiên, nếu không giải thích rõ ràng về ĐK $a > 0$ và $\Delta < 0$ thì HS dễ gặp khó khăn trong việc áp dụng định lý.

- Việc vẽ đồ thị hàm bậc hai hoặc sử dụng các PP hình học khác có thể giúp HS hình dung trực quan hơn về tính chất của tam thức.

- Bài học kinh nghiệm:

- Khi giải quyết các bài toán liên quan đến tam thức bậc hai, đặc biệt là xác định dấu của tam thức, việc hiểu rõ các ĐK và giả thiết là rất quan trọng.

- Chúng ta cũng nên kết hợp lý thuyết với các PP trực quan như vẽ đồ thị để HS dễ hiểu và nhớ lâu hơn.

- Sau khi giải bài toán, luôn kiểm tra kết quả và giải thích cặn kẽ mỗi bước trong QT giải để đảm bảo HS hiểu rõ.

- Kết luận: Qua QT thảo luận và phân tích, HS không chỉ hiểu về định lý dấu tam thức bậc hai mà còn học được cách đánh giá và cải tiến PP giải, cũng như biết áp dụng các PP trực quan như đồ thị trong việc giải quyết các bài toán toán học.

Ví dụ 2.8. Sau khi dạy học bài “Phương trình Logarit” (SGK lớp 11) cho HS, GV có thể tổ chức hoạt động củng cố nhằm giúp HS hiểu và biết vận dụng định lý như sau:

Bước 0: Giáo viên chuẩn bị bài toán/tình huống

Trước khi tổ chức hoạt động phát triển TDST, giáo viên cần chọn bài toán phù hợp:

Bước 1: GV đưa ra tình huống/bài toán và yêu cầu HS đưa ra cách giải quyết

GV đưa ra tình huống: “Cho PT logarit $\log_a(f(x)) = b$ với $a > 0, a \neq 1$, và $b \in \mathbb{R}$.

Làm thế nào để tìm nghiệm của PT này và ĐKXĐ của PT là gì? Các em có thể thảo luận theo nhóm bàn và đưa ra các phương án giải quyết bài toán mà các em nghĩ là hợp lý.”

- HS thảo luận: Các em có thể bắt đầu suy nghĩ về các đặc điểm của PT logarit, đặc biệt là ĐKXĐ $f(x) > 0$ và $a > 0, a \neq 1$.

Bước 2: Đánh giá lại toàn bộ QT GQVĐ

GV: Đánh giá cách giải bài toán PT logarit $\log_a(f(x)) = b$

Bước 3: Hướng dẫn HS tìm ra những hạn chế trong cách giải cũ và đề xuất PP giải quyết khác.

Bước 4: Tổng hợp các ý kiến và rút ra bài học kinh nghiệm

(xin xem chi tiết PL 21, tr 87)

Nhận thấy với cách thức tổ chức DH như vậy, GV đã rèn luyện cho HS đánh giá lại cách giải quen thuộc, phát hiện những hạn chế và khó khăn, so sánh các PP khác nhau để tìm ra PP phù hợp nhất, tìm ra các cách giải mới ngoài công thức truyền thống, áp dụng đồ thị, biến đổi phương trình hoặc xét tính chất của hàm số để có cách tiếp cận khác biệt.

Biện pháp này, HS được phát triển TDPB và TDST thông qua việc đánh giá lại quá trình giải toán và tìm ra PP mới để GQVĐ.

2.2.4. Biện pháp 4: Phát triển TDST cho học sinh thông qua các hoạt động xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh khác nhau

2.2.4.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này nhằm mục đích phát triển năng lực tư duy toán học cho HS một cách toàn diện trong quá trình học PT và BPT ở trường THPT. Cụ thể, giúp HS không chỉ hiểu và vận dụng kiến thức toán học, mà còn hình thành và phát triển các kỹ năng TD quan trọng như: tư duy logic, tư duy GQVĐ, TDPB và TDST.

Biện pháp này tác động chủ yếu đến các biểu hiện: (1), (2), (4), (5), (6), (9), (10), (12) trong Bảng 1.5. Thông qua việc khai thác đa góc nhìn trong giải quyết vấn đề, học sinh không chỉ được phát triển khả năng sáng tạo các hướng đi mới mà còn biết đánh giá, lựa chọn và điều chỉnh cách tiếp cận một cách hợp lý và linh hoạt.

2.2.4.2. Cơ sở khoa học của biện pháp

TDPB và TDST là hai thành tố cốt lõi trong hệ thống năng lực tư duy bậc cao, được xem là những yêu cầu thiết yếu của giáo dục thế kỷ 21. Trong ngữ cảnh dạy học toán, đặc biệt là với nội dung PT và BPT – vốn có tính đa dạng về cách tiếp cận và lời giải – việc tổ chức các hoạt động học tập theo hướng phát huy TDPB và TDST là hoàn toàn khả thi và cần thiết.

TDST thể hiện ở khả năng phát hiện và hình thành các phương án giải quyết mới mẻ, linh hoạt và hiệu quả; biết khai thác kiến thức cũ để tạo ra cách giải độc đáo trong tình huống mới. Trong khi đó, TDPB là khả năng phân tích, đánh giá, lý giải, lựa chọn và bảo vệ phương án GQVĐ một cách hợp lý, có cơ sở. Hai loại TD này không tách biệt mà bổ sung và hỗ trợ lẫn nhau: TDST giúp mở rộng không gian suy nghĩ, còn TDPB giúp sàng lọc và đánh giá để lựa chọn phương án tối ưu.

Nhiều nhà nghiên cứu như Paul & Elder (2006)[103], Fisher (2005)[81], Sousa (2011)[113] đã chỉ ra rằng TDST cần được phát triển cùng với TDPB để bảo đảm tính sáng tạo đi liền với logic và hiệu quả. Khi HS được tạo điều kiện để tìm nhiều cách giải khác nhau, phân tích ưu nhược điểm từng cách, phản biện ý kiến của bạn, điều chỉnh chiến lược giải... thì đồng thời các em vừa vận dụng TDST (tạo ra ý tưởng mới) vừa phát huy TDPB (đánh giá và lựa chọn phương án hợp lý).

Vì vậy, biện pháp 4 không chỉ có cơ sở từ lý luận về TDST, mà còn được củng cố bởi các nguyên lý phát triển TDPB trong GD toán học hiện đại.

2.2.4.3. Cách thức thực hiện biện pháp

TDST không chỉ là khả năng đưa ra những ý tưởng mới mà còn bao gồm khả năng xem xét một vấn đề từ nhiều góc độ khác nhau, tìm ra các cách tiếp cận đa dạng để GQVĐ. Trong dạy học toán, việc khuyến khích HS tìm nhiều cách giải cho một bài toán không chỉ giúp các em hiểu sâu bản chất của kiến thức mà còn rèn luyện tư duy linh hoạt, ST trong học tập và cuộc sống.

Việc phát triển TDST thông qua các hoạt động xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh khác nhau giúp HS:

1. Mở rộng khả năng TD, không bị bó hẹp trong một lối mòn suy nghĩ.
2. Mở rộng khả năng TD, không bị bó hẹp trong một lối mòn suy nghĩ.
3. Hình thành kỹ năng đánh giá, phân tích và lựa chọn giải pháp tối ưu.

Để thực hiện biện pháp này hiệu quả, GV cần tổ chức hoạt động theo các bước sau:

Bước 0: Chuẩn bị tình huống/bài toán

Xác định mục tiêu: Xác định bài học hướng đến phát triển kỹ năng TDPB và TDST, lập luận logic và GQVĐ; “*Chọn bài toán gây tranh luận, đa quan điểm; Chọn bài toán có nhiều cách giải*”

Lựa chọn bài toán phù hợp: Có tính mở, nhiều cách tiếp cận; Phù hợp trình độ HS: đủ thách thức nhưng không quá khó; Ưu tiên bài toán gần gũi thực tiễn để tăng hứng thú.

Phân tích và dự đoán hướng tiếp cận: GV tự giải theo nhiều cách để hình dung các hướng đi của HS; Dự đoán lỗi sai phổ biến để có hướng hỗ trợ kịp thời.

Chuẩn bị câu hỏi gợi mở/tài liệu hỗ trợ: Soạn câu hỏi định hướng tư duy nếu bài toán khó; Có thể chuẩn bị ví dụ minh họa hoặc tài liệu tham khảo phù hợp.

Bước 1: GV đưa ra tình huống/ bài toán có thể giải quyết bằng nhiều cách.

GV có thể chọn một tình huống hay một bài toán đủ thách thức nhưng không quá khó, có thể được giải bằng ít nhất hai hoặc ba PP khác nhau. Tình huống/ bài toán nên có sự linh hoạt trong cách tiếp cận và giải quyết để HS có thể thử nghiệm và khám phá các PP khác nhau.

Bước 2: Tổ chức cho HS hoạt động nhóm/cá nhân đề xuất các phương án giải quyết.

Khuyến khích HS tự tìm phương án giải quyết bài toán và đánh giá các phương án đó về tính hiệu quả, đơn giản, và khả năng áp dụng trong các tình huống khác nhau.

Bước 3: Tạo cơ hội cho HS trình bày ý tưởng của mình trước lớp và nhận xét lẫn nhau, phân tích ưu điểm và hạn chế của từng phương án.

- Các nhóm hoặc cá nhân sẽ trình bày kết quả trên bảng và giải thích các bước giải theo PP mà nhóm mình chọn. Lúc này, HS sẽ phải lý giải tại sao họ chọn PP đó và những điểm mạnh, yếu của PP.

- Sau mỗi lần trình bày, GV và HS trong lớp có thể đặt câu hỏi và đưa ra nhận xét về các phương án giải:

“PP này có thể áp dụng cho tất cả các loại PT không?”

“Bạn có thể cải thiện PP giải này bằng cách nào?”

“Liệu có phương án nào đơn giản hơn để giải quyết bài toán này?”

Bước 4. Kết luận, chốt lại kiến thức và mở rộng bài toán (nếu có)

Ví dụ 2.9: Sau khi dạy cho HS cách giải PT vô tỉ có dạng $f(x) = \sqrt{g(x)}$, GV có thể tiến hành tổ chức hoạt động củng cố, vận dụng như sau:

Bước 0: Chuẩn bị tình huống/bài toán

Đây là bước then chốt quyết định hiệu quả hoạt động. Với ví dụ này, GV cần chuẩn bị:

Xác định mục tiêu:

Phát triển TDST thông qua việc: Tìm nhiều cách giải cho một bài toán; Phân tích, đánh giá và lựa chọn PP tối ưu; Rèn kỹ năng GQVĐ và thảo luận nhóm.

Lựa chọn bài toán: Phương trình chứa căn thức (ví dụ: $4x^2 + 7x + 1 = 2\sqrt{x+2}$ / $(x \geq -2)$); Có nhiều cách giải: bình phương hai vế, đặt ẩn phụ, phân tích biểu thức; Phù hợp với HS lớp 10–11 đã học về phương trình vô tỉ, điều kiện xác định, và đặt ẩn phụ.

Phân tích hướng tiếp cận: GV giải trước bài toán, xác định 2–3 cách giải khả thi; Dự đoán lỗi sai thường gặp: quên điều kiện, nghiệm ngoại lai, sai khi đặt ẩn phụ.

Chuẩn bị hỗ trợ: Câu hỏi gợi mở như: “Làm sao loại bỏ căn?”, “Đặt ẩn có giúp đơn giản hơn không?”; Tài liệu hoặc ví dụ tương tự để HS tham khảo khi cần.

Bước 1: GV đưa ra tình huống/ bài toán có thể giải quyết bằng nhiều cách

GV đưa ra tình huống: “Giải PT $4x^2 + 7x + 1 = 2\sqrt{x+2}$ / $(x \geq -2)$. Yêu cầu HS suy nghĩ và trao đổi, đưa ra ý tưởng về PP giải PT theo hình thức nhóm (từng bàn). Sau đó GV gọi đại diện một HS lên bảng giải PT.

Bước 2: Tổ chức cho HS hoạt động nhóm/cá nhân đề xuất các phương án giải quyết.

GV chia lớp làm 04 nhóm theo các tổ 1-4 và giao nhiệm vụ đề xuất phương án giải và trình bày lời giải. Các nhóm thảo luận trong vòng 10-15 phút, sau đó treo sản phẩm lên bảng nhận xét, đánh giá, bổ sung.

Bước 3: Tạo cơ hội cho HS trình bày ý tưởng của mình trước lớp và nhận xét lẫn nhau, phân tích ưu điểm và hạn chế của từng phương án.

Kết quả thu được:

 **Lời giải của nhóm 1:**

ĐK $x \geq -2$

PT đã cho tương đương với

$$4x^2 + 8x + 4 = x + 2 + 2\sqrt{x+2} + 1 \Leftrightarrow (2x+2)^2 = (\sqrt{x+2} + 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = \sqrt{x+2} & (1) \\ -2x-3 = \sqrt{x+2} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\bullet (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 4x + 1 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \\
\bullet (2) &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 12x + 9 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 11x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}
\end{aligned}$$

So sánh với ĐK ta thu được tập nghiệm $s = \left\{-\frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right\}$.

Lời giải của nhóm 2:

ĐK $x \geq -2$

PT đã cho tương đương với $4(x^2 + 4x + 4) - 9(x + 2) + 3 = 2\sqrt{x+2}$

Đặt $\sqrt{x+2} = t (t \geq 0)$, PT đã cho thu được:

$$\begin{aligned}
4t^4 - 9t^2 + 3 = 2t &\Leftrightarrow t^2(4t^2 - 9) = 2t - 3 \Leftrightarrow (2t - 3)[t^2(2t + 3) - 1] = 0 \\
&\Leftrightarrow (2t - 3)(2t - 1)(t + 1)^2 = 0 \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{x+2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = -\frac{7}{4} \end{cases}
\end{aligned}$$

So sánh với ĐK ta thu được tập nghiệm $s = \left\{-\frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right\}$.

Lời giải nhóm 3:

ĐK $x \geq -2$

PT đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} 16x^4 + 8x^2(7x+1) + 49x^2 + 14x + 1 = 4x + 8 \\ 4x^2 + 7x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^4 + 56x^3 + 57x^2 + 10x - 7 = 0 \\ 4x^2 + 7x + 1 \geq 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2(4x^2 + 11x + 7) + 3x(4x^2 + 11x + 7) - (4x^2 + 11x + 1) \geq 0 \\ 4x^2 + 7x + 1 \geq 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} (4x^2 + 3x - 1)(4x^2 + 11x + 7) = 0 \\ 4x^2 + 7x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left\{-1; -\frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right\} \\ 4x^2 + 7x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{-\frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right\}
\end{aligned}$$

So sánh với ĐK ta thu được tập nghiệm $s = \left\{-\frac{7}{4}; \frac{1}{4}\right\}$

Lời giải nhóm 4:

ĐK $x \geq -2$

PT đã cho tương đương với $x + 2 + 2\sqrt{x+2} - 4x^2 - 8x - 3$

Đặt $\sqrt{x+2} = t (t \geq 0)$ thu được:

$$t^2 + 2t - 4x^2 - 7x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t - 2x - 1) + 2x(t - 2x - 1) + 3(t - 2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2x - 1)(t + 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t - 2x - 1 = 0 \\ t + 2x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2x + 1 \\ t = -2x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 2x + 1 (1) \\ \sqrt{x+2} = -2x - 3 (2) \end{cases}$$

$$\bullet (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 4x + 1 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\bullet (2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 12x + 9 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 11x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}$$

So sánh với ĐK ta thu được tập nghiệm $s = \left\{ -\frac{7}{4}; \frac{1}{4} \right\}$.

?GV: Yêu cầu các nhóm nhận xét, bổ sung (nếu có) lời giải của các nhóm bạn.

Sau đó GV nhận xét, đánh giá và chốt lại kiến thức.

Bước 4. Kết luận, chốt lại kiến thức và mở rộng bài toán (nếu có)

GV: Trở lại với lời giải của nhóm 2, ta thấy trong lời giải nhóm đã sử dụng phép đặt ẩn phụ và đưa về PT bậc bốn ẩn t: $4t^4 - 9t^2 + 3 = 2t$. Ngoài cách phân tích như trình bày trong lời giải, các em có cách phân tích nào khác không?

HS1: Ta có thể biến đổi như sau:

$$\text{➤ } 4t^4 - 9t^2 + 3 = 2t \Leftrightarrow 4t^4 - 8t^2 + 4 = t^2 + 2t + 1$$

$$\Leftrightarrow (2t^2 - 2)^2 = (t + 1)^2 \Leftrightarrow (2t^2 - t - 3)(2t^2 + t - 1) = (t + 1)^2 (2t - 3)(2t - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow t \in \left\{ -1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{x+2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = -\frac{7}{4} \end{cases}$$

GV: Em nào có cách khác với cách của bạn không?

HS2: Có thể làm như sau:

$$\Rightarrow 4t^4 - 9t^2 + 3 = 2t \Leftrightarrow t^2 \cdot 3^2 - 3 + 2t - 4t^4 = 0.$$

$$\text{Đặt } 3 = u \Rightarrow t^2 u^2 - u + 2t - 4t^4 = 0$$

Coi đây là PT bậc hai ẩn u ta có $\Delta = (4t^3 - 1)^2$ nên suy ra:

$$\begin{cases} u = 2t \\ u = \frac{1}{t^2} - 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t = 3 \\ \frac{1}{t^2} = 2t + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ 2t^3 + 3t - 1 = 0 \end{cases}$$

Đến đây ta dễ dàng giải được PT bậc 3 đối với t , từ đó tìm được nghiệm x của PT.

?GV: Yêu cầu các nhóm nhận xét, bổ sung (nếu có) lời giải của các nhóm bạn.

Sau đó GV nhận xét, đánh giá và chốt lại kiến thức.

GV: Em nào còn có cách giải khác không?

GV: Các em hãy đặt $\sqrt{x+2} = y+1$ thì PT trên sẽ có dạng như thế nào? Hãy suy nghĩ và tìm ra lời giải cho bài toán đó?

HS3: đưa ra lời giải sau:

 **Lời giải 5:**

$$\text{ĐK } x \geq -2$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x+2} = y+1 (y \geq 1) \Rightarrow y^2 + 2y - x - 1 = 0$$

$$\text{PT đã cho trở thành: } 4x^2 + 7x + 2y - 1 = 0$$

Ta có hệ PT:

$$\begin{cases} 4x^2 + 7x - 2y - 1 = 0 \\ y^2 + 2y - x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4x^2 - y^2 + 8x - 4y = 0 \Leftrightarrow (2x - y + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x + y + 4 = 0 \end{cases}$$

Giải TH1:

$$y = 2x \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 4x + 1 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 11x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Giải TH2:

$$2x + y + 4 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = -2x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 12x + 9 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 11x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}$$

So sánh với ĐK ta thu được tập nghiệm $s = \left\{ -\frac{7}{4}; \frac{1}{4} \right\}$

GV: Lời giải 5 đã sử dụng phép đặt ẩn phụ đưa về HPT gần đối xứng loại 2. Dễ thấy bài toán này không có được sự “may mắn” hình thức như các bài toán trước, có lẽ vì số 7 khá “lẻ”. Sử dụng mẹo mực phân tích hằng đẳng thức thực tiễn cho thấy không khả thi. Trong trường hợp này thao tác mang tính “ép duyên” lại tỏ ra hiệu quả và cho ta một HPT gần đối xứng, mặc dù vậy vẫn dẫn tới một lời giải đẹp.

GV: Với cách suy nghĩ từ lời giải 5, các em lại suy nghĩ xem bài toán trên còn có thể giải bằng cách nào nữa hay không?

HS4: Với sự trao đổi, thảo luận giữa các HS, cùng với sự gợi ý và hỗ trợ của GV, HS đưa ra lời giải sau:

Lời giải 6:

ĐK $x \geq -2$

PT đã cho tương đương với $(2x+1)^2 + 3x = 2\sqrt{2(2x+1)-3x} \quad (1)$

Đặt $2x+1=t$ thì (1) trở thành $t^2 + 3x = 2\sqrt{2t-3x} \quad (2)$

Đặt $\sqrt{2t-3x} = y (y \geq 0) \Rightarrow y^2 + 3x = 2t \Leftrightarrow (t-y)(t+y+2) = 2$

$$\begin{aligned} \bullet y = t &\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 4x + 1 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 + 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \\ \bullet y = -t - 2 &\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = -2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 12x + 9 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 11x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

So sánh với ĐK ta thu được tập nghiệm $s = \left\{ -\frac{7}{4}; \frac{1}{4} \right\}$

GV: Lời giải 6 đã sử dụng phép đặt ẩn phụ liên tiếp đưa về HPT gần đối xứng loại 2 và loại 3 ẩn. Tuy nhiên vẫn biểu thị được mối quan hệ giữa hai ẩn y và t ; đưa về PT tích và giải được.

GV: Từ việc tìm hiểu và đưa ra các lời giải cho bài toán trên; các em có thể đưa ra dạng tổng quát cho bài toán trên không?

HS:???

GV: Dạng tổng quát: $(mx+n)^2 + b = a\sqrt{a(mx+n)-b}$. Để giải PT dạng này thường có những cách nào?

HS6: Có hai cách, đó là:

Cách 1: Sử dụng phép biến đổi tương đương.

Cách 2: Sử dụng đặt ẩn phụ không hoàn toàn, đưa về PT bậc hai ẩn t và phân tích nhân tử dựa trên công thức nghiệm.

GV: Ngoài hai cách trên, ta có thể đặt ẩn phụ đưa về HPT đối xứng loại 2 nhưng qua một phép đặt ẩn phụ “tiền tiêu”. Thông thường PP đưa về HPT dạng này thường áp dụng cho PT gồm một vế chứa căn thức, một vế là đa thức bậc hai biến x . Trong trường hợp biểu thức dưới dấu căn bậc hai là nhị thức bậc nhất các bạn có thể thực hiện theo các bước sau:

- Nếu đa thức chứa biến x khuyết hạng tử chứa x thì có thể đặt trực tiếp ẩn phụ bằng hằng đẳng thức.

- Nếu đa thức chứa biến x có dạng tam giác bậc hai thì biến đổi quy về dạng: $(mx + n)^2 + b$. Phía trong căn thức phân tích dạng: $a\sqrt{a(mx + n) - b}$. Ta có hệ quả:
$$(mx + n)^2 + b = a\sqrt{a(mx + n) - b}$$

- Đặt $a\sqrt{a(mx + n) - b} = y \Rightarrow y^2 + b = a(mx + n)$ và $(mx + n)^2 + b = ay$

Đặt $mx + n = t$ ta thu được HPT đối xứng loại 2:
$$\begin{cases} y^2 + b = at \\ t^2 + b = ay \end{cases}$$

(Trường hợp này vẫn đúng khi thay $b = f(x)$ hoặc thay $a = g(x)$)

GV: Bài toán này độ khó đã tăng lên một chút so với bài mà a, b là các hằng số, đó là thay hằng số b bởi một hàm số $f(x)$; cụ thể là $f(x) = 3x$. Cụ thể:

$$4x^2 + 7x + 1 = 2\sqrt{x+2} \Leftrightarrow (2x+n)^2 - (a+b) = 2\sqrt{2(2x+n) - (ax+b)}$$

Đồng nhất thức:

$$\Rightarrow \begin{cases} n^2 - b = 1 \\ 4n - a = 7 \\ 2n + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 + 2n = 3 \\ 4n - a = 7 \\ 2n + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ a = -3 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow (2x+1)^2 + 3x = 2\sqrt{2(2x+1) - 3x}$$

GV: Từ bài toán tổng quát khi cho hằng số $b = 3$ nhưng hằng số a đã được thay thế bởi $x - 1$; ta được bài toán tương tự nào?

$$\text{HS7: PT } x^2 = 3 + (x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

GV: Từ cách giải của bài toán trên, hãy giải bài toán tương tự ít nhất bằng 03 cách?
(Có thể cho thảo luận theo nhóm bàn)

Lời giải mong đợi:

➤ **Lời giải 1:**

ĐK $x \in \mathbb{R}$

PT đã cho tương đương với $x^2 = 3 + (x-1)\sqrt{(x-1)x+3} \quad (1)$

Đặt $x-1=t$ thì (1) trở thành $x^2 = 2+t\sqrt{xt+3}$

Đặt $\sqrt{xt+3}=y (y \geq 0)$ ta thu được HPT:

$$\begin{cases} x^2 = 3+yt \\ y^2 = xt+3 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = yt - xt \Leftrightarrow (x-y)(x+y+t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x+y+t = 0 \end{cases}$$

$$\bullet x = y \Leftrightarrow x = \sqrt{x^2 - x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = x^2 - x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\bullet x + y + t = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x = \sqrt{x^2 - x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x + 1 = x^2 - x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6}$$

Kết luận tập nghiệm của PT là $s = \left\{ \frac{3 - \sqrt{33}}{6}; 3 \right\}$.

➤ **Lời giải 2:**

ĐK $x \in \mathbb{R}$ PT đã cho tương đương với

$$x^2 - 3 = (x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 3)(x-1) \geq 0 \\ x^4 - 6x^2 + 9 = (x^2 - 2x + 1)(x^2 - x + 3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 3)(x-1) \geq 0 \\ 3x^3 - 12x^2 + 7x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 3)(x-1) \geq 0 \\ (x-3)(3x^2 - 3x - 2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 3)(x-1) \geq 0 \\ x^2 \in \left\{ \frac{3 - \sqrt{33}}{6}; \frac{3 + \sqrt{33}}{6}; 3 \right\} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{3 - \sqrt{33}}{6}; 3 \right\}$$

Kết luận tập nghiệm của PT là $s = \left\{ \frac{3 - \sqrt{33}}{6}; 3 \right\}$.

➤ **Lời giải 3:**

ĐK $x \in \mathbb{R}$ PT đã cho tương đương với

$$3 - x^2 + (x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 + (x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} + x - 2x^2 = 0$$

Đặt $\sqrt{x^2 - x + 3} = t (t \geq 0)$ ta thu được PT

$$\begin{aligned} t^2 + (x-1)t + x - 2x^2 = 0 &\Leftrightarrow t(t-x) + 2x(t-x) - (t-x) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-x)(t+2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = x(1) \\ t = 1-2x(2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\bullet (1) \Leftrightarrow x = \sqrt{x^2 - x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = x^2 - x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\begin{aligned} \bullet (2) \Leftrightarrow 1-2x = \sqrt{x^2 - x + 3} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x + 1 = x^2 - x + 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3-\sqrt{33}}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Kết luận tập nghiệm của PT là } s = \left\{ \frac{3-\sqrt{33}}{6}; 3 \right\}.$$

GV kết luận: Qua lời giải của các nhóm đưa ra cho chúng ta thấy rằng:

- Lời giải 1 sử dụng phương đặt ẩn phụ đưa về HPT đối xứng loại 2 bậc hai.
- Lời giải 2 sử dụng phương biến đổi tương đương.
- Lời giải 3 sử dụng đặt ẩn phụ không hoàn toàn đưa về PT bậc hai, sử dụng công thức nghiệm phân tích đa thức thành nhân tử nguyên do biệt thức Δ là một bình phương đúng. Ngoài ra các em có thể trình bày như sau:

$$\begin{aligned} t^2 + (x+1)t + x - 2x^2 = 0 &\Leftrightarrow t^2 + xt - 2x^2 - t + x = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-x)(t+2x) - (t-x) = 0 \Leftrightarrow (t-x)(t+2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = x(1) \\ t = 1-2x(2) \end{cases} \end{aligned}$$

Nhận thấy $t^2 + xt - 2x^2$ có tính chất đồng bậc quen thuộc nên có thể nhẩm nhân tử. Đến đây ta đã có thể giải được bài toán chưa?

HS: Có.

GV: Ngoài 03 cách trên các em còn có cách nào hay không?

HS: Suy nghĩ, thảo luận và đưa ra lời giải.

➤ **Lời giải 4:**

ĐK $x \in \mathbb{R}$

PT đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 3 - x^2 + (x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} &= 0 \Leftrightarrow 12 + 4(x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} = 4x^2 \\ \Leftrightarrow 4(x^2 - x + 3) + 4(x-1)\sqrt{x^2 - x + 3} + x^3 - 2x + 1 &= 9x^2 - 6x + 1 \\ \Leftrightarrow \left(2\sqrt{x^2 - x + 3} + x - 1\right)^2 &= (3x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - x + 3} = x(1) \\ \sqrt{x^2 - x + 3} = 1 - 2x(2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\bullet (1) \Leftrightarrow x = \sqrt{x^2 - x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = x^2 - x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\begin{aligned} \bullet (2) \Leftrightarrow 1 - 2x &= \sqrt{x^2 - x + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x + 1 = x^2 - x + 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Kết luận tập nghiệm của PT là } s = \left\{ \frac{3 - \sqrt{33}}{6}; 3 \right\}.$$

GV: Cho các HS khác nhận xét, đánh giá, bổ sung (nếu có); sau đó GV nhấn mạnh: Lời giải 4 đã sử dụng phép biến đổi tương đương thông qua thêm bớt đưa về hằng đẳng thức sau khi nhân hai vế với hằng số 4, một lời giải đẹp, thuần túy nhưng hội tụ nhiều yếu tố may mắn và bí ẩn.

GV: Khi thay biểu thức $mx+n$ bởi tam thức bậc hai hoặc thay các hằng số a và b bởi các hàm số $f(x), g(x)$ chúng ta thu được một lớp bài toán tương tự khá thú vị, đòi hỏi TD cao độ và kỹ năng tính toán chính xác.

GV: Yêu cầu cả lớp về nhà suy nghĩ và giải bài tập tương tự sau ít nhất bằng 03 cách. Bài tập tương tự: “Giải PT: $\frac{2x^2 - x + 1}{\sqrt{6x - 5}} = 2$ ” ($x \in \mathbb{R} / x > \frac{5}{6}$).

Nhận thấy với cách thức tổ chức DH như vậy, GV đã rèn luyện cho HS vận dụng thao tác phân tích, tổng hợp một cách mềm dẻo và linh hoạt trong giải toán PT vô tỷ. Cụ thể là HS có thể dễ dàng trả lời được các câu hỏi: Bài toán cho biết yếu tố nào, cần

tìm yếu tố nào?... Để QT TD diễn ra, đồng thời rèn luyện cho HS thao tác phân tích, tổng hợp khi giải bài toán này, GV có thể hướng dẫn HS phân tích bài toán thông qua các câu hỏi: Bài toán yêu cầu gì? Muốn giải được PT, ta cần phải làm gì? Có những cách nào để giải bài tập trên? Đồng thời, HS được khuyến khích tìm kiếm, biết xét một bài toán dưới các góc độ khác nhau để tìm được nhiều cách giải cho một bài toán, từ đó các em có thể tìm được cách giải tối ưu nhất, độc đáo nhất, biết phân tích - tổng hợp lại các PP giải PT và đề xuất được cách giải cho bài toán tổng quát, cũng như các bài toán tương tự. Thông qua cách thức tổ chức DH như trên, GV đã giúp HS phát triển được một số biểu hiện của TDST. Bên cạnh đó HS được khuyến khích trở thành những người có TDPB khi biện minh cho sự lựa chọn của mình về chiến lược tính toán. Cụ thể là: HS đã đặt và trả lời câu hỏi để tiến hành các cách giải và tìm ra kết quả của bài toán. HS đồng ý với quan điểm của HS khác có bằng chứng hợp lý. Biết lựa chọn kiến thức, các giải pháp phù hợp với bản thân. Chính cách làm như vậy không chỉ giúp HS nắm chắc kiến thức, tạo hứng thú trong học tập và góp phần nâng cao hiệu quả việc dạy - học nội dung PT và BPT.

Ví dụ 2.10: Sau khi dạy cho HS cách giải PT bậc hai có ẩn ở mẫu, GV có thể yêu cầu HS:

Giải phương trình:
$$x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$$

bằng nhiều cách khác nhau.

(Xin xem chi tiết ở Phụ lục 22, tr)

Ví dụ 2.11: Sau khi dạy cho HS cách giải PT logarit có dạng $\log_a M - \log_a N = 0$, GV có thể yêu cầu HS:

Giải phương trình: $\log_3(4 - 3x - x^2) - \log_3(1 - x) = 0$ bằng nhiều cách khác nhau.

(Xin xem chi tiết PL 22, tr 93)

Thông qua hoạt động dạy học trên, giúp HS rèn luyện và phát triển TDST, thông qua việc: Nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều khía cạnh, thử nghiệm và so sánh các phương pháp, thảo luận, phản biện và cải tiến cách giải.

Biện pháp này không chỉ giúp HS nắm vững kiến thức toán học mà còn rèn luyện các kỹ năng TD quan trọng như sáng tạo, phản biện, linh hoạt và GQVĐ - những kỹ năng cần thiết trong học tập và cuộc sống.

2.2.5. Biện pháp 5: Tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc thông qua nội dung phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh

2.2.5.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này nhằm HS hiểu rõ bản chất của khái niệm, định lý, quy tắc trong PT và BPT, không chỉ ghi nhớ máy móc đồng thời phát triển TDPB và TDST cho HS, biết phân tích, đặt câu hỏi, đánh giá tính đúng/sai, phù hợp/không phù hợp của các PP và kết quả, biết tìm nhiều cách tiếp cận khác nhau, đề xuất giải pháp mới, linh hoạt vận dụng kiến thức và nâng cao năng lực tự học và GQVĐ trong môn Toán và các tình huống thực tiễn.

Biện pháp này tác động mạnh đến các biểu hiện: (1), (2), (4), (5), (6), (7), (9), (10), (11), (12),... trong Bảng 1.5. Thông qua việc tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc một cách tích cực, biện pháp này góp phần nâng cao năng lực tư duy độc lập, phản biện có căn cứ và sáng tạo linh hoạt cho HS trong học tập toán học nói chung và nội dung PT - BPT nói riêng.

2.2.5.2. Cơ sở khoa học của biện pháp

Khái niệm là nền tảng cho việc hình thành kiến thức, một hình thức tư duy phản ánh, chỉ có trên cơ sở nắm vững khái niệm, HS mới có thể học định lý, quy tắc và giải bài tập nghĩa là mới có thể học được môn Toán. Khái niệm toán học là sản phẩm của TD, nhờ khái niệm và sự kết nối các khái niệm mà giúp người học TD để tìm kiếm các khái niệm toán học liên quan, các biến số, biểu diễn vấn đề bằng ngôn ngữ toán học và lập mô hình toán học để giải quyết được các vấn đề trong toán học (Nguyễn Bá Kim (2015)) [21].

Theo Stein (2001)[114], thì tại các lớp học, trong khi ở Mỹ, khái niệm được GV trình bày tới 78% thời gian, thì ở Nhật chỉ có 17%, ở Đức chỉ có 23% thời gian. Theo Blum và Niss (1991)[130], bên cạnh việc cung cấp cho HS những kiến thức và kỹ năng liên quan đến toán học như khái niệm, định lý, công thức, quy tắc, dạy toán cần giúp HS phát triển khả năng kết nối các kiến thức, kỹ năng đó để giải quyết những tình huống thực tế.

Theo Nickerson R.S. (2000)[34], Dạy học phát triển TD là làm cho người học hiểu sâu sắc kiến thức đồng thời có được các kỹ năng TD hiệu quả, có ý thức phê phán, logic, ST và sâu sắc hơn, hay nói cách khác là dạy cho người học có đủ kiến thức, kỹ năng để TD được tốt hơn.

Theo Nguyễn Bá Kim (2017)[21], kỹ năng chỉ có thể hình thành và phát triển thông qua quá trình hoạt động. Để rèn luyện TDPB và TDST cho HS, GV cần tổ chức các hoạt động khuyến khích sự học tập tích cực, chủ động; xây dựng môi trường học tập cởi mở, gắn liền với thực tiễn; tạo điều kiện cho HS trao đổi, thảo luận và tranh luận; đồng thời tạo cơ hội để các em tìm tòi, khám phá và thể hiện sự ST.

2.2.5.3. Nội dung và cách thức thực hiện biện pháp

a) **Dạy học khái niệm theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo**

Từ việc nghiên cứu cơ sở lý luận ở chương 1, dạy học khái niệm toán học theo hướng phát triển TDPP và TDST được hiểu là quá trình tổ chức hoạt động học tập cho HS nhằm không chỉ nắm vững nội dung kiến thức, mà còn rèn luyện khả năng phân tích, đánh giá, đặt câu hỏi, suy nghĩ độc lập (biểu hiện của TDPB) và đề xuất cách nhìn mới, vận dụng linh hoạt, tạo ra ý tưởng mới trong giải quyết vấn đề toán học (biểu hiện của TDST).

+ *Quan điểm tiếp cận*

Dạy khái niệm không chỉ dừng lại ở việc trình bày định nghĩa, mà cần tổ chức cho HS phân tích, khám phá, chất vấn và tái kiến tạo khái niệm. Khái niệm cần được đặt trong bối cảnh, dẫn dắt từ tình huống có vấn đề, gắn với nhu cầu nhận thức của người học, và được tiếp cận dưới nhiều góc nhìn khác nhau.

+ Điểm khác biệt so với dạy học thông thường

Dạy học thông thường	Dạy học theo TDPB – TDST
Giáo viên trình bày khái niệm sẵn có	Học sinh khám phá khái niệm từ tình huống cụ thể
Khái niệm mang tính áp đặt	Khái niệm là kết quả của quá trình tư duy, phản biện
Ít chú trọng mối liên hệ – điều kiện	Phân tích các điều kiện, phản ví dụ, mở rộng ý nghĩa

+ Biểu hiện TDPB và TDST được hướng tới trong (bảng 1.5): (1) Đặt câu hỏi rõ ràng và cụ thể; (2) Xác định và làm rõ thông tin; (3) Tổ chức và xử lý thông tin; (8) Phản ánh về các quy trình; (10) Áp dụng logic và lý luận; (4) Tưởng tượng các khả năng và kết nối ý tưởng; (6) Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động; (9)

Chuyển kiến thức vào bối cảnh mới; (11) Thiết kế quá trình hành động; (12) Đánh giá kết quả.

+ Để thực hiện biện pháp này GV có thể tổ chức cho HS như sau:

Hoạt động 1: Trải nghiệm tiếp cận khái niệm

Hoạt động 2: Hình thành và phát biểu khái niệm

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm

Hoạt động 4: Vận dụng khái niệm

Ví dụ 2.12. Khi dạy học khái niệm “Phương trình mũ” (SGK 11. Bài 16) cho HS với mục tiêu về kiến thức: Giúp HS hiểu được khái niệm phương trình mũ; Phân biệt được phương trình mũ với phương trình khác. Định hướng phát triển TDPB và TDST: Phân tích dạng tổng quát của phương trình mũ, đánh giá điều kiện xác định, phản biện kết quả giải phương trình. Đồng thời tự đề xuất cách viết phương trình mũ, tạo ví dụ/phản ví dụ, biểu diễn hoặc lý giải khái niệm qua sơ đồ, tình huống thực tiễn. GV có thể tổ chức thực hiện như sau:

Hoạt động 1: Trải nghiệm tiếp cận khái niệm

GV hoạt động hóa mục tiêu bằng cách giao nhiệm vụ cho đọc và suy nghĩ trả lời câu hỏi sau (GV có thể chiếu slide hoặc viết trực tiếp trên bảng):

Cho các phương trình sau:

a) $2^x = 8.$ b) $x^2 = 9.$ c) $x + 1 = 10.$ d) $\log x = 3$

Hãy chỉ ra điểm giống và khác nhau giữa các phương trình trên là gì? Có điều gì đặc biệt ở phương trình ở ý a)?

Câu trả lời mong đợi: HS phải được phân tích và so sánh bản chất các biểu thức (yếu tố nền tảng của TDPB).

GV: Khuyến khích HS đặt câu hỏi ngược: “Nếu thay 2^x bằng 3^x thì sao?”, “Nếu cơ số không là số dương thì có được không?” (phát triển khả năng chất vấn và lập luận logic - Biểu hiện của TDPB).

Sau khi HS trả lời xong, GV có thể chốt: Vậy để hiểu thế nào là phương trình mũ? Dạng của phương trình như thế nào? Điều kiện xác định là gì? Chúng ta cùng tìm hiểu ở hoạt động 2.

Hoạt động 2: Hình thành và phát biểu khái niệm

Bảng 2.1. Hoạt động hình thành và phát biểu khái niệm

Hoạt động và câu hỏi của GV (CH)	Hoạt động của HS và kết quả cần đạt (KQ)
GV yêu cầu HS thảo luận nhóm theo bàn: ? Trong biểu thức $3^x = 27$, yếu tố nào tạo nên ‘phương trình mũ’? ? Nếu ta viết $x^3 = 27$, có phải là phương trình mũ không? Vì sao?	- Ẩn x nằm trong số mũ của lũy thừa. - Đây là phương trình bậc 3 một ẩn đã được học.
<i>Dụng ý sư phạm:</i> Phát triển TDPB khi HS phải nhận diện bản chất – sự khác biệt giữa mũ và cơ số. HS được chất vấn ngược định nghĩa nhằm kiểm tra giới hạn khái niệm → giúp HS hiểu sâu và không học thuộc máy móc.	
GV: Yêu cầu HS phát biểu khái niệm theo ý hiểu.	KQ: PT mũ là phương trình có dạng $a^{u(x)} = b$ trong đó a và b là các hằng số còn $u(x)$ là một biểu thức chứa ẩn.
CH: Em hãy dùng các kí hiệu toán học để định nghĩa khái niệm phương trình mũ.	KQ: PT mũ là phương trình có dạng $a^{u(x)} = b$.
GV: PT có dạng $a^x = b$ (với $a > 0, a \neq 1$) gọi là phương trình mũ cơ bản.	

Trong hoạt động 1-2, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 2,10,11,...(Bảng 1.5)

Hoạt động 3: củng cố khái niệm

Bảng 2.2. Hoạt động củng cố khái niệm

HD của GV và HS	Dụng ý sư phạm
GV: Trong các phương trình sau, đâu là phương trình mũ? Vì sao? a) $2^x = 5$; b) $x^3 = 8$; c) $\log_3 x = 2$; d) $4^{x+1} + 1 = 10$,	

HD của GV và HS	Dụng ý sư phạm
KQ: HS chọn (a) Đây là phương trình mũ, vì biến x nằm ở số mũ, còn cơ số (2) là hằng số; (b) Đây là phương trình đa thức, vì biến x nằm ở cơ số, không phải số mũ; (c) Đây là phương trình logarit, vì có hàm logarit, không phải hàm mũ; d) Đây là phương trình mũ, vì biến x nằm ở phần mũ của cơ số 4. GV: Mỗi em hãy lấy 2 ví dụ đúng là phương trình mũ, 2 ví dụ không là phương trình mũ và giải thích tại sao lại phân loại như vậy? HS: Có thể vẽ sơ đồ phân loại các loại phương trình đã học (bậc nhất, bậc hai, mũ, logarit...)	HS phải chủ động tạo sản phẩm, không chỉ chọn đáp án có sẵn (<i>hoạt động cốt lõi để phát triển TDST</i>). Đồng thời, <i>TDPB được tích hợp</i> khi HS phải đánh giá – phản biện lý do đúng/sai.
GV yêu cầu HS: ? Hãy vẽ sơ đồ tư duy về các thành phần của phương trình mũ (cơ số, số mũ, ẩn, điều kiện...). ? Hãy dùng ngôn ngữ hình ảnh để “giải thích” cho một bạn chưa biết Toán hiểu phương trình mũ là gì. ? Sáng tạo một “câu chuyện ngắn” minh họa cho bài toán mũ (VD: số lượng vi khuẩn nhân đôi sau mỗi giờ...). HS: Tùy thuộc vào câu trả lời của HS, GV có thể nhận xét và chốt kiến thức.	Hoạt động này thúc đẩy TDST thông qua biểu diễn đa dạng, đưa khái niệm trừu tượng vào bối cảnh dễ hiểu, sáng tạo. Đồng thời cũng giúp HS học sâu hơn vì HS phải hiểu rõ mới có thể tái diễn đạt kiến thức theo cách mới.
GV đưa ra một số phát biểu và yêu cầu HS tranh luận, nhận xét đúng/sai, giải thích, đưa ra phản ví dụ: (1) Mọi phương trình có lũy thừa đều là phương trình mũ.	Giúp HS biết đánh giá lập luận, xác định giới

HD của GV và HS	Dụng ý sư phạm
(2) Trong phương trình $a^x = b$, nếu $a < 0$ thì phương trình vẫn có nghiệm thực. (3) Giải phương trình mũ luôn bằng cách đưa về cùng cơ số.	hạn của một khẳng định, và kiểm tra các điều kiện ngầm ẩn (<i>phát triển TDPB</i>)
GV: Yêu cầu HS viết lại khái niệm phương trình mũ theo cách của riêng mình. Sau đó GV chốt lại bằng sơ đồ khái quát: Loại phương trình – Đặc điểm nhận dạng – Cách giải phổ biến.	Giúp HS tổng kết – Ghi nhớ theo hướng phát triển TDST

Hoạt động 3, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 10,12,...(Bảng 1.5).

Hoạt động 4: Vận dụng khái niệm

GV: Yêu cầu HS hãy trả lời vào hai phiếu học tập sau:

PHIẾU HỌC TẬP 1			
1. Hoàn thiện định nghĩa sau bằng cách điền vào chỗ trống: Phương trình mũ là phương trình có dạng: =; trong đó ẩn số nằm ở của một lũy thừa, và cơ số là			
2. Ghi điều kiện xác định của một phương trình mũ:			
PHIẾU HỌC TẬP 2			
STT	Phương trình	Là phương trình mũ? (✓ hoặc X)	Vì sao?
1	$2^x = 16$		
2	$x^2 = 9$		
3	$5^{x+1} = 125$		
4	$\log x = 100$		
5	$3^{x-2} + 1 = 82$		

GV: Yêu cầu các nhóm (như đã chia ở đầu tiết học) về nhà HS có thể làm báo tường/áp phích giải thích khái niệm phương trình mũ (hoặc video ngắn – nếu tích hợp công nghệ thông tin). Nộp sản phẩm chấm ở vào buổi học tiếp đó.

Trong hoạt động 4, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 3.4,5,9,12,...(Bảng 1.5).

b) Dạy học định lý theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo

Từ cơ sở lí luận của chương 1, chúng tôi hiểu dạy học định lý theo hướng phát triển TDPB và TDST là cách thức tổ chức hoạt động học tập mà trong đó HS không chỉ tiếp thu định lý như một kiến thức sẵn có, mà còn được tạo cơ hội để phân tích, đánh giá, đặt câu hỏi, phản biện về điều kiện, nội dung và ý nghĩa của định lý, đồng thời tự tìm tòi, khám phá và phát triển các cách chứng minh, áp dụng định lý vào những tình huống mới.

+ Quan điểm tiếp cận

Dạy định lý cần tổ chức cho HS không chỉ nắm được phát biểu và chứng minh, mà còn TDPB về tính đúng – sai, điều kiện áp dụng, khả năng mở rộng; đồng thời sáng tạo trong việc tìm các cách chứng minh mới, liên hệ định lý với bài toán thực tiễn hoặc phát hiện ý nghĩa sâu sắc hơn của định lý.

+ Điểm khác biệt so với dạy học thông thường

Dạy học thông thường	Dạy học theo TDPB – TDST
HS thụ động tiếp nhận định lý	HS tham gia phát hiện, kiểm nghiệm định lý
Chứng minh một chiều theo mẫu	Phân tích logic, so sánh nhiều cách chứng minh
Không bàn luận điều kiện áp dụng	Chất vấn điều kiện – kết luận, mở rộng – đặc biệt hóa định lý

+ Biểu hiện TDPB và TDST được hướng tới: (2) Xác định và làm rõ thông tin; (5) Xem xét các lựa chọn thay thế; (7) Nghĩ về suy nghĩ; (8) Phản ánh về các quy trình; (10) Áp dụng logic và lý luận; (4) Tưởng tượng các khả năng và kết nối ý tưởng; (6) Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động; (9) Chuyển kiến thức vào bối cảnh mới; (11) Thiết kế quá trình hành động.

+ Để thực hiện biện pháp này GV có thể tổ chức cho HS như sau:

Hoạt động 1. Khởi động

Hoạt động 2. Hình thành định lí

Hoạt động 3. Chứng minh định lí

Hoạt động 4. Củng cố định lí

Hoạt động 5. Vận dụng định lí

Ví dụ 2.13. Khi dạy học định lý Vi-ét đối với phương trình bậc hai (SGK 11. Bài 13) cho HS với mục tiêu về kiến thức: Giúp HS hiểu và phát biểu được định lý Vi-ét và biết điều kiện áp dụng định lý; Biết áp dụng định lý vào giải toán và biến đổi biểu thức. Định hướng phát triển TDPB và TDST: Biết kiểm tra tính đúng sai của lập luận, so sánh nhiều cách giải; tạo ra cách tiếp cận hoặc giải mới cho bài toán quen thuộc. GV có thể tổ chức thực hiện như sau:

Hoạt động 1: Khởi động

GV: Các em hãy đọc và suy nghĩ trả các câu hỏi trong phiếu học tập số 1 (Yêu cầu mỗi dãy bàn trong lớp làm một ý).

PHIẾU HỌC TẬP 1	
Cho các phương trình sau:	
a) $x^2 - 6x + 5 = 0$	b) $2x^2 - x - 1 = 0$
CH1: Giải các phương trình trên.	
CH2: Hãy tính $x_1 + x_2$, tích $x_1 \cdot x_2$ của các nghiệm.	
CH3: Tổng và tích của hai nghiệm có đặc điểm gì? Chúng liên hệ như thế nào với hệ số của phương trình?	

HS: Suy nghĩ và trả lời các yêu cầu.

GV: Gọi đại diện hai HS lên bảng trình bày ý a), b) và cho các bạn khác nhận xét, bổ sung thiếu sót (nếu có); sau đó chốt kết quả đúng.

GV: Tại sao lại có mối quan hệ đó? Có phải lúc nào cũng vậy không? Đề trả lời được câu hỏi này chúng ta chuyển sang nghiên cứu hoạt động 2.

Dụng ý sư phạm: HS được so sánh, đặt câu hỏi và tự kiểm chứng và phân tích quy luật từ dữ kiện cụ thể. Giúp HS phát hiện định lý Vi-ét qua quy nạp toán học trực quan, thay vì tiếp cận một chiều từ lý thuyết. Trong hoạt động 1, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB.

Hoạt động 2: Hình thành định lý

GV: Chia lớp thành 04 nhóm và yêu cầu hoàn thành phiếu học tập số 2:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2								
Phương trình	a	b	c	x_1	x_2	Tính $x_1 + x_2 = ?$ Tìm mối quan hệ với a,b,c	Tính $x_1 \cdot x_2 = ?$ Tìm mối quan hệ với a,b,c	
1) $2x^2 - 5x + 2 = 0$								
2) $x^2 + 4x + 3 = 0$								
3) $3x^2 + x - 2 = 0$								
4) $-x^2 - 4x + 5 = 0$								

GV: Yêu cầu đại diện 01 nhóm treo phiếu học tập lên bảng và cho các nhóm khác nhận xét, bổ sung. Sau đó nhận xét, đánh giá và cho các nhóm còn lại đánh giá chéo.

GV: Yêu cầu thảo luận nhóm → Phát biểu định lý bằng ngôn ngữ của nhóm mình.

GV: GV giới thiệu định lý Vi-ét và điều kiện áp dụng.

Định lý Vi-ét: Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (với $a \neq 0$) có hai nghiệm

$$x_1 \text{ và } x_2 \text{ thì: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Lưu ý: Định lý đúng trong trường hợp phương trình có hai nghiệm (phân biệt hoặc trùng nhau).

Dụng ý sư phạm: Giúp HS biết Kiểm tra quy luật trên nhiều trường hợp, đưa ra thắc mắc về những phương trình không có nghiệm thực (Biểu hiện của TDPB), Biết phát biểu định lý theo ý hiểu bằng ngôn ngữ của mình (Biểu hiện của TDST).

Trong hoạt động 2, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 5,9,11,...(Bảng 1.5)

Hoạt động 3: Chứng minh định lý

GV: Hãy chứng minh định lý trên?

GV: Giao nhiệm vụ nhóm theo bàn bằng cách hoàn thành phiếu học tập 3 sau:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3
Hãy sử dụng công thức nghiệm để chứng minh mối quan hệ tổng – tích nghiệm của phương trình bậc 2: $ax^2 + bx + c = 0$
GV có thể gợi ý: Nếu phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ Hãy tính tổng $x_1 + x_2 = ?$ và tích $x_1 \cdot x_2 = ?$ Sau đó rút gọn và kiểm tra xem có ra kết quả bằng $-\frac{b}{a}$ và $\frac{c}{a}$

HS: Dựa vào công thức nghiệm $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\rightarrow \text{Tính: } x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

GV: GV treo đại diện bảng của một nhóm, các nhóm khác nhận xét bổ sung, sau đó GV nhận xét, đánh giá và chốt kết quả; đồng thời các nhóm còn lại tự sửa và đánh giá bài của nhóm mình để cùng rút kinh nghiệm.

GV: Vậy ngoài cách chứng minh trên các em còn có cách nào khác không?

GV nêu câu hỏi gợi ý: Giả sử phương trình bậc hai tổng quát: $ax^2 + bx + c = 0$ (với $a \neq 0$) có hai nghiệm x_1 và x_2 . Hãy biểu diễn phương trình đó dưới dạng nhân tử rồi khai triển và so sánh hệ số.

PHIẾU CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ VI-ÉT	
Câu hỏi gợi ý	Câu trả lời
1. Giả sử PT có hai nghiệm, hãy viết lại phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ dưới dạng tích.	
2. Khai triển biểu thức và so sánh hệ số.	
3. Rút ra biểu thức tổng và tích nghiệm.	
4. Hãy đặt ít nhất 1 câu hỏi phản biện liên quan đến cách chứng minh hoặc điều kiện áp dụng định lý.	

HS thực hiện các bước:

1. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\rightarrow$ có thể viết lại

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

2. Khai triển $a(x - x_1)(x - x_2) = a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2)$

3. So sánh với $ax^2 + bx + c$, ta có:

$$-a(x_1 + x_2) = b \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow ax_1x_2 = c \Rightarrow x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

Kết luận: Nếu phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thì:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

GV: Cho các nhóm nhận xét, bổ sung, sau đó chốt lại vấn đề. Tuy nhiên để giúp HS hiểu bản chất cũng như cách chứng minh định lý, trong từng bước GV có thể đặt thêm các câu hỏi như sau:

? Vì sao ta được phép viết phương trình thành dạng tích?

? Nếu chỉ có một nghiệm kép thì có thể viết như vậy không?

? Nếu $a = 1$ thì định lý có đơn giản hơn không?

? Tại sao cần khai triển biểu thức?

? Nếu phương trình không có 2 nghiệm thì sao? Nếu hệ số a âm thì định lý có thay đổi không?

? Theo các em hai cách giải trên cách nào gần với kiến thức các em mới học?

Dụng ý sư phạm: Cách tổ chức như vậy đã giúp HS hiểu rõ bản chất toán học đằng sau mối liên hệ giữa nghiệm và hệ số phương trình bậc hai. Biết lập luận logic để chứng minh định lý, Phát triển kỹ năng phân tích giả thiết, phản biện tính đúng đắn và sáng tạo trong suy luận. Cụ thể: HS cần kiểm tra điều kiện để áp dụng cách chứng minh; Phản biện tính hợp lý của giả sử “phương trình có hai nghiệm”; So sánh biểu thức ban đầu và biểu thức phân tích thành nhân tử. So sánh các cách chứng minh → chọn cách tối ưu (Biểu hiện của TDPB). Khuyến khích HS tìm thêm cách chứng minh khác; Diễn giải định lý theo cách hiểu cá nhân (Biểu hiện của TDST). Trong hoạt động 3, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 6,10,... (Bảng 1.5)

Hoạt động 4: Củng cố định lí

GV giao bài tập và yêu cầu HS suy nghĩ, trả lời câu hỏi ra nháp:

- (1) Cho phương trình có dạng: $x^2 + px + q = 0$, biết tổng và tích nghiệm → tìm phương trình.
- (2) Hãy phát biểu lại định lý theo ý hiểu của mình.
- (3) Đặt câu hỏi phản biện: “Nếu $a < 0$ thì định lý có còn đúng không?”, “Nếu PT chỉ có một nghiệm thì sao?”

GV: Gọi đại diện 03 HS lên bảng trình bày và yêu cầu các em ở dưới theo dõi, nhận xét, bổ sung. Cuối cùng GV nhận xét và đánh giá.

Dụng ý sư phạm: Cách thức tổ chức như vậy HS đã được kích thích qua việc chất vấn các điều kiện áp dụng (Biểu hiện của TDPB).. Đồng thời các em có cơ hội sáng tạo cách diễn đạt định lý, hoặc đặt câu hỏi ngược. Trong hoạt động 4, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 3,8,...(Bảng 1.5)

Hoạt động 5: Vận dụng định lý

GV giao bài toán vận dụng:

Bài toán 1: Tìm hai số có tổng là 7 và tích là 10.

→ HS dùng Vi-ét để lập phương trình.

Bài toán 2: Cho phương trình $x^2 - 2x - 15 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính: a) $x_1^2 + x_2^2$

b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

→ HS áp dụng định lí:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 - 30 = -26$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{2}{-15}$$

Bài toán 3: Một phương trình bậc hai có hai nghiệm là $x_1 = 3, x_2 = 4$. Hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm đó.

→ HS vận dụng Vi-ét:

$$x^2 + (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$$

GV tổng kết:

- Định lý Vi-ét không chỉ giúp giải phương trình mà còn ứng dụng vào bài toán tìm số, chứng minh bất đẳng thức và cấu trúc biểu thức nghiệm.
- Khuyến khích HS suy nghĩ: Có thể mở rộng định lý Vi-ét cho phương trình bậc 3 không? Nếu đảo thứ tự các hệ số thì định lý có còn áp dụng được không?

Dụng ý sư phạm: học sinh phải kiểm tra điều kiện tồn tại nghiệm (Biểu hiện của TDPB), liên hệ giữa biểu thức và nghiệm, phát triển năng lực biểu diễn toán học, khuyến khích HS phát biểu định lý bằng ngôn ngữ của chính mình trước khi chuẩn hóa, mở rộng định lý (Biểu hiện của TDST). Trong hoạt động 5, HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 7,12,...(Bảng 1.5)

Ví dụ 2.14. Khi dạy định lý về dấu của tam thức bậc hai (SGK 10-Bài 13-Chương 5) với mục tiêu giúp HS nắm được định lý, biết chứng minh định lý, biết vận dụng định lý để xét dấu tam thức bậc hai. *Định hướng phát triển TDPB) và TDST:* Biết kiểm tra, lý giải mối liên hệ giữa nghiệm và dấu của tam thức qua quan sát đồ thị; có khả năng đặt câu hỏi, phản biện và đề xuất cách biểu diễn khác. GV có thể tổ chức thực hiện như sau: (xin xem chi tiết PL 23, tr 101)

c) *Dạy học quy tắc theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo*

Dựa trên việc nghiên cứu cơ sở lý luận ở chương 1, dạy học quy tắc toán học theo hướng phát triển TDPB và TDST được hiểu là hình thức tổ chức dạy học giúp HS không chỉ ghi nhớ và làm theo quy tắc một cách máy móc, mà còn biết phân tích, đánh giá tính đúng đắn, hợp lý của quy tắc (TDPB), đồng thời biết vận dụng linh hoạt, tìm tòi cách giải mới, hoặc khám phá quy tắc qua trải nghiệm (TDST). GV đóng vai trò tạo ra các tình huống học tập mở, khuyến khích HS suy nghĩ độc lập, đặt câu hỏi, phản biện và sáng tạo trong quá trình học. Cách dạy này góp phần giúp HS hiểu sâu bản chất toán học và phát triển năng lực tư duy toàn diện.

+ Quan điểm tiếp cận

Dạy quy tắc không chỉ đơn thuần dừng lại ở việc hướng dẫn thao tác, mà cần tổ chức để HS tự suy luận ra quy tắc, chất vấn sự hợp lý, và từ đó có thể điều chỉnh hoặc sáng tạo quy tắc trong các tình huống mới.

+ Điểm khác biệt so với dạy học thông thường

Dạy học thông thường	Dạy học theo TDPB – TDST
GV trình bày quy tắc có sẵn	HS tham gia khám phá, hình thành hoặc kiểm chứng quy tắc
Quy tắc được HS học thuộc và làm theo	HS phân tích, phản biện, thử sai, và tạo biến thể quy tắc

+ Biểu hiện TDPB và TDST được hướng tới: (3) Tổ chức và xử lý thông tin; (5) Xem xét các lựa chọn thay thế; (7) Nghĩ về suy nghĩ; (10) Áp dụng logic và lý luận; (12) Đánh giá kết quả; (4) Tưởng tượng các khả năng và kết nối ý tưởng; (6) Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động; (9) Chuyển kiến thức vào bối cảnh mới; (11) Thiết kế quá trình hành động.

+ Để thực hiện biện pháp này GV có thể tổ chức cho HS như sau:

Hoạt động 1: Trải nghiệm

Hoạt động 2: Giải thích và chứng minh quy tắc

Hoạt động 3: Đặt câu hỏi và phản biện

Hoạt động 4: Vận dụng

Ví dụ minh họa:

Ví dụ 2.15. Dạy học quy tắc giải BPT bậc hai (SGK Toán 10 – CD, Bài 13: BPT bậc hai một ẩn) với mục tiêu giúp HS hiểu rõ bản chất và điều kiện áp dụng quy tắc giải BPT bậc hai; Biết so sánh bất phương trình với phương trình bậc hai để hiểu rõ sự khác biệt trong lời giải. Định hướng phát triển TD: HS biết phân tích các trường hợp đặc biệt (vô nghiệm, nghiệm kép, hai nghiệm phân biệt), Phát hiện sai sót hoặc điểm chưa hợp lý trong lời giải của bạn hoặc trong các ví dụ sai, Đánh giá tính đúng đắn và hợp lý của phương pháp được sử dụng (Biểu hiện của TDPB). Đồng thời biết đề xuất nhiều cách giải khác nhau cho một bất phương trình (vẽ bảng xét dấu, dùng đồ thị, phân tích dấu,...); Linh hoạt vận dụng kiến thức để giải các bài toán liên quan (bài toán có tham số, bài toán thực tế, liên hệ với hệ bất phương trình...); Đưa ra các ví dụ minh họa phản ánh hiểu biết sâu và khả năng sáng tạo (Biểu hiện của TDST).

GV có thể tổ chức như sau:

Hoạt động 1: Trải nghiệm-Khám phá

Mục tiêu: Kích thích hứng thú của HS, các em bước đầu làm quen và nhận biết đặc điểm của bất phương trình bậc hai. Phát hiện nhu cầu phải xây dựng quy tắc giải từ các tình huống cụ thể. Gọi mở TDPB qua so sánh các kết quả, tranh luận ý kiến khi giải quyết các BPT khác nhau.

Tổ chức hoạt động

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
GV đưa ra yêu cầu: Giải các BPT sau mà không dùng máy tính hay công thức quy tắc nào có sẵn (bằng cách thay số, vẽ đồ thị hoặc bất kỳ cách nào em muốn).	HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi để giải các BPT, dùng các kiến thức sẵn có như giải phương trình, xét dấu biểu thức...
GV giao bài toán: a) $-x^2 + 2x + 3 < 0$ b) $x^2 + 4x - 5 > 0$ c) $2x^2 - 5x - 2 > 0$	HS thử nghiệm nhiều cách: - Giải phương trình liên quan để tìm nghiệm - Lập bảng xét dấu - Dùng đồ thị (nếu có khả năng) a) $-x^2 + 2x + 3 < 0$ Bước 1: Biến đổi về dạng quen thuộc

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS																
	Ta chuyển về: $-x^2 + 2x + 3 < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0$ Bước 2: Tìm nghiệm bằng phân tích nhân tử $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \Rightarrow (x - 3)(x + 1) > 0$ Bước 3: Xét dấu từng khoảng Tích hai số lớn hơn 0 khi: + Cả hai số dương: $x - 3 > 0$ và $x + 1 > 0 \rightarrow x > 3$ + Cả hai số âm: $x - 3 < 0$ và $x + 1 < 0 \rightarrow x < -1$ Vậy nghiệm là: $x < -1$ hoặc $x > 3$ Cách 1: Lập bảng xét dấu <table><tr><th>Khoảng</th><th>$x < -1$</th><th>$-1 < x < 3$</th><th>$x > 3$</th></tr><tr><td>$x + 1$</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$x - 3 >$</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>Tích > 0?</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr></table> Nghiệm: $x < -1$ hoặc $x > 3$ Cách 2: Dùng đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ + Là parabol có bề lõm quay xuống (vì hệ số $a = -1 < 0$) + Tìm hoành độ giao điểm với trục hoành: $-x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 3$ + Vì bất phương trình là $y < 0$, ta lấy phần đồ thị nằm dưới trục hoành, tức là ngoài khoảng $(-1, 3)$ Nghiệm: $x < -1$ hoặc $x > 3$ b) $x^2 + 4x - 5 > 0$ Bước 1: Phân tích nhân tử $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) \Rightarrow (x + 5)(x - 1) > 0$ Bước 2: Xét dấu từng khoảng + Tích hai số dương khi: + $x + 5 > 0$ và $x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$ + $x + 5 < 0$ và $x - 1 < 0 \rightarrow x < -5$ Vậy nghiệm là: $x < -5$ hoặc $x > 1$ Cách 1: Lập bảng xét dấu	Khoảng	$x < -1$	$-1 < x < 3$	$x > 3$	$x + 1$	-	+	+	$x - 3 >$	-	-	+	Tích > 0 ?	+	-	+
Khoảng	$x < -1$	$-1 < x < 3$	$x > 3$														
$x + 1$	-	+	+														
$x - 3 >$	-	-	+														
Tích > 0 ?	+	-	+														

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS			
	Khoảng	$x < -5$	$-5 < x < 1$	$x > 1$
	$x + 5$	-	+	+
	$x - 1$	-	-	+
	Tích > 0?	+	-	+
	Nghiệm: $x < -5$ hoặc $x > 1$			
	Cách 2: Dùng đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x - 5$			
	+ Là parabol hướng lên			
	+ Giao trục hoành tại $x = -5$ và $x = 1$			
	+ Phần $y > 0$ là hai nhánh ngoài khoảng giữa hai nghiệm			
	Nghiệm: $x < -5$ hoặc $x > 1$			
	c) $2x^2 - 5x - 2 > 0$			
	Bước 1: Phân tích nhân tử			
	Ta thử phân tích: $2x^2 - 5x - 2 = (2x + 1)(x - 2)$			
	$\Rightarrow (2x + 1)(x - 2) > 0$			
	Bước 2: Xét dấu từng khoảng			
	Tích > 0 khi:			
	+ $2x + 1 > 0$ và $x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$			
	+ $2x + 1 < 0$ và $x - 2 < 0$			
	Giải $2x + 1 < 0 \Rightarrow x < -\frac{1}{2}$			
	Vậy nghiệm là: $x < -\frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$			
	Cách 1: Lập bảng xét dấu			
	Khoảng	$x < -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} < x < 2$	$x > 2$
	$2x + 1$	-	+	+
	$x - 2$	-	-	+
	Tích > 0?	+	-	+
	Nghiệm:			
	$x < -\frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$			
	Cách 2: Dùng đồ thị $y = 2x^2 - 5x - 2$			
	+ Là parabol hướng lên			
	+ Tìm nghiệm:			

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
	$+ x = -\frac{1}{2}$ hoặc $x = 2$. + Vì cần $y > 0$, ta lấy phần đồ thị nằm trên trục hoành, tức là ngoài khoảng giữa hai nghiệm Nghiệm: $x < -\frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$
GV yêu cầu HS trình bày cách làm, so sánh các phương án khác nhau (nếu có).	HS nêu kết quả, nhận thấy cần một quy tắc chung vì mỗi bài giải hơi khác nhau.
GV hỏi: “Các em có thấy điểm chung và khác nhau giữa các bất phương trình trên không? Chúng ta có thể tìm ra cách giải chung không?”	HS thảo luận nhóm, phát hiện: - Cần biết nghiệm của tam thức - Dấu của tam thức thay đổi theo miền - Dấu phụ thuộc vào hệ số a và vị trí x với nghiệm

Sản phẩm mong đợi của HS

+ Giải được ba BPT cụ thể, nhưng mỗi cách làm có thể khác nhau → bộc lộ sự cần thiết phải có một quy tắc giải BPT bậc hai.

+ Đề xuất các cách giải khác nhau và đặt nghi vấn: “Liệu có một quy tắc tổng quát không?”

+ Hình thành nhu cầu khám phá quy tắc – là tiền đề cho Hoạt động 2.

Dụng ý sư phạm: Thông qua HĐ trên giúp HS nhận ra vấn đề và các em bắt đầu đặt câu hỏi: “Tại sao thử giá trị thì đúng/sai?”, “Giải kiểu này có chắc chắn đúng không?”. Họ phân tích giới hạn của cách mò nghiệm (Biểu hiện của TDPB); HS tự đưa ra hướng tiếp cận cá nhân: vẽ đồ thị, thử nghiệm trực tiếp, hoặc tìm nghiệm rồi suy luận ngược và thể hiện ở việc HS đặt giả thuyết, kiểm tra nhiều cách giải không chính thống, so sánh ưu – nhược điểm từng cách (Biểu hiện của TDST). Tạo cơ hội hợp tác, chia sẻ và phản biện trong nhóm học tập.

Trong hoạt động này HS có cơ hội bộc độ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 1,2,3,4,5,6,7,8,10,12 trong (bảng 1.5)

Hoạt động 2: Giải thích và chứng minh quy tắc

Mục tiêu: Giúp HS hiểu rõ bản chất quy tắc giải BPT bậc hai. Biết phân tích các trường hợp đặc biệt và điều kiện áp dụng.

Tổ chức hoạt động

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
GV hỏi: “Các em đã giải ba bất phương trình ở hoạt động trước. Có điều gì giống nhau không?”	HS trả lời: Phải giải phương trình bậc hai trước; dùng nghiệm để xét dấu; kết quả phụ thuộc vào hệ số a và dấu bất phương trình.
GV viết bảng: Xét tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ và bất phương trình $f(x) > 0$ (hoặc $<, \geq, \leq, = \dots$)	HS theo dõi và ghi chép.
GV dẫn dắt: “Để giải BPT, ta cần biết khi nào tam thức có giá trị dương/âm. Điều đó phụ thuộc vào nghiệm và hệ số a.”	HS suy nghĩ và nêu lại cách xét dấu tam thức bậc hai.
GV đưa bảng tổng hợp sau lên bảng:	HS phân tích bảng, kiểm chứng bằng ví dụ.

Bảng tổng hợp xét dấu tam thức bậc hai

Với tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, gọi $\Delta = b^2 - 4ac$

Trường hợp		Dấu của biểu thức
TH 1: $\Delta > 0$, phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$	$a > 0$	$f(x) > 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$; $f(x) < 0$ khi $x_1 < x < x_2$.
	$a < 0$	$f(x) > 0$ khi $x_1 < x < x_2$. $f(x) < 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$
TH 2: $\Delta = 0$, phương trình có nghiệm kép x_0	$a > 0$	$f(x) \geq 0$ khi $x \neq x_0$; $f(x) > 0$ khi $x \neq x_0, f(x_0) = 0$
	$a < 0$	$f(x) \leq 0$ khi $x \neq x_0$;
TH 3: $\Delta < 0$, phương trình vô nghiệm	$a > 0$	$f(x) > 0$ với mọi x
	$a < 0$	$f(x) < 0$ với mọi x

Chứng minh quy tắc

GV yêu cầu HS chọn một tam thức cụ thể và chứng minh nhận định trong bảng:

Ví dụ 1: Chứng minh với $f(x) = x^2 - 3x + 2$

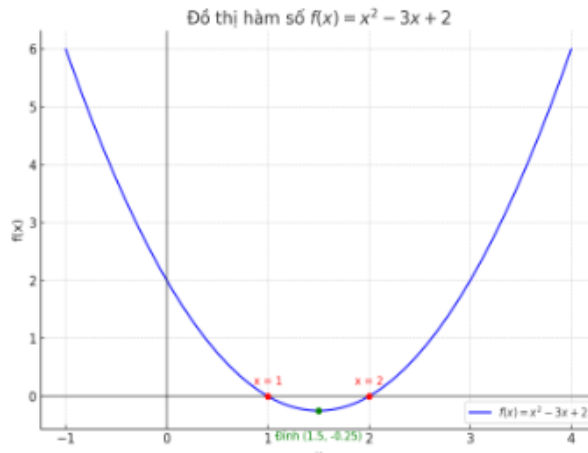
+ Tìm nghiệm: $x_1 = 1, x_2 = 2, a = 1 > 0$

+ Xét dấu:

- $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 1$ hoặc $x > 2$

- $f(x) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

+ Sử dụng đồ thị parabol (bề lõm quay lên trên, cắt trục tại 1 và 2) để minh họa trực quan.



Đây là đồ thị của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$

Parabol có bề lõm quay lên trên, cắt trục hoành tại $x = 1$ và $x = 2$ (các điểm màu đỏ).

Đỉnh parabol nằm tại $x = \frac{3}{2}, y = -\frac{1}{4}$ (điểm màu xanh).

Từ đồ thị, ta suy ra:

- $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 1 \text{ hoặc } x > 2$
- $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2$
- $f(x) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

Ví dụ 2: Chứng minh với $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

+ Tìm nghiệm: $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, x = 2$

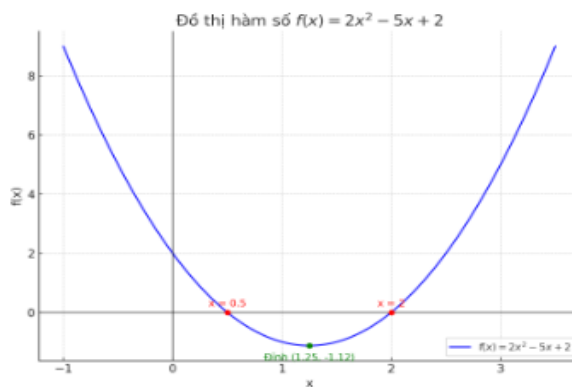
+ Vì $a = 2 > 0$, parabol có bề lõm quay lên trên:

+ Xét dấu:

- $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \text{ hoặc } x > 2$

- $f(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$

+ Sử dụng đồ thị parabol (bề lõm quay lên trên, cắt trục tại $\frac{1}{2}$ và 2) để minh họa trực quan.



Đây là đồ thị của hàm số $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

+ Parabol bề lõm quay lên trên, cắt trục hoành tại $x = \frac{1}{2}$, và $x = 2$

+ Đỉnh parabol nằm tại $x = \frac{5}{4}, y = -\frac{1}{8}$ (điểm xanh).

+ Từ đồ thị, ta xác định:

- $f(x) > 0$ khi $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$

- $f(x) = 0$ tại $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = 2$

- $f(x) < 0$ khi $\frac{1}{2} < x < 2$

Ví dụ 3: Chứng minh với $f(x) = -x^2 - 2x$

+ Tìm nghiệm: $-x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$

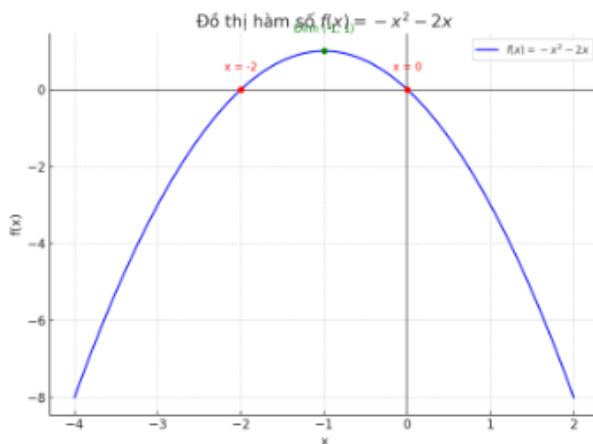
+ Vì $a = -1 < 0$, parabol có bề lõm quay xuống dưới

+ Xét dấu:

- $f(x) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0$

- $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -2$ hoặc $x > 0$

+ Sử dụng đồ thị parabol (bề lõm quay xuống dưới, cắt trục tại -2 và 0) để minh họa trực quan.



Đây là đồ thị của hàm số $f(x) = -x^2 - 2x$:

+ Parabol có bề lõm quay xuống dưới, cắt trục hoành tại $x = -2$ và $x = 0$ (điểm đỏ).

+ Đỉnh parabol tại $x = -1, y = 1$ (điểm xanh).

+ Từ đồ thị, ta thấy:

- $f(x) > 0$ khi $-2 < x < 0$

- $f(x) = 0$ khi $x = -2$ hoặc $x = 0$

- $f(x) < 0$ khi $x < -2$ hoặc $x > 0$

$\Rightarrow$ HS rút ra quy tắc tổng quát.

Rút ra quy tắc tổng quát (khi giải bất PT bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với $a \neq 0$):

1. Tính Δ : $\Delta = b^2 - 4ac$

2. Giải PT bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ với $a \neq 0$ $\Rightarrow$ tìm nghiệm x_1, x_2 , (nếu có)

3. Xét dấu của tam thức bậc hai theo từng trường hợp:

Trường hợp	Tập nghiệm của $ax^2 + bx + c > 0$	Tập nghiệm của $ax^2 + bx + c < 0$
$\Delta > 0, a > 0$	$x < x_1$ hoặc $x > x_2$	$x < x_1 < x_2$
$\Delta > 0, a < 0$	$x < x_1 < x_2$	$x < x_1$ hoặc $x > x_2$
$\Delta = 0, a > 0$	x/x_1 , luôn ≥ 0	không có nghiệm (vì luôn ≥ 0)
$\Delta = 0, a < 0$	không có nghiệm (vì luôn ≤ 0)	x/x_1 , luôn ≤ 0
$\Delta < 0, a > 0$	đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$	vô nghiệm
$\Delta < 0, a < 0$	vô nghiệm	đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

4. Kết luận nghiệm của BPT theo yêu cầu bài toán.

Sản phẩm mong đợi của HS

Hiểu rõ tại sao lại phải tìm nghiệm của phương trình liên quan; Giải thích được vai trò của hệ số a và Δ trong việc xét dấu; Biết lập bảng xét dấu hoặc vẽ đồ thị để kiểm chứng quy tắc; Phát biểu lại được quy tắc một cách logic và có dẫn chứng.

Dụng ý sư phạm: Giúp HS hiểu rõ bản chất và cơ sở logic của quy tắc giải BPT bậc hai thể hiện là HS so sánh được các trường hợp, chất vấn tại sao điều kiện nghiệm lại ảnh hưởng đến cách xét dấu. Tự đánh giá cách suy luận của nhóm mình và nhóm khác (Biểu hiện của TDPB); HS tìm ra quy tắc từ tình huống cụ thể, xây dựng logic giải bài toán theo hướng riêng, không theo khuôn mẫu có sẵn, được biểu hiện ở chỗ HS

sử dụng nhiều biểu diễn: bảng xét dấu, đồ thị, phân tích nhân tử. Có thể đưa ra cách tổng quát hóa mới (Biểu hiện của TDPB).

Trong hoạt động này HS có cơ hội bậc độ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 1,2,3,4,5,6,7,8,10,11,12 trong (bảng 1.5).

Hoạt động 3: Đặt câu hỏi và phản biện

Mục tiêu: HS kiểm nghiệm và đánh giá tính đúng đắn, điều kiện áp dụng của quy tắc giải BPT bậc hai. Thực hành phản biện, đặt câu hỏi ngược, đưa ra tình huống đặc biệt hoặc phản ví dụ. Phát triển TDPB qua tranh luận, bảo vệ – điều chỉnh quan điểm và phát triển TDST khi đề xuất cách giải mới, tình huống mới hoặc biểu diễn trực quan quy tắc.

Tổ chức hoạt động

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm, thảo luận các câu hỏi sau: Câu 1: Quy tắc vừa học có thể áp dụng trong mọi trường hợp không? Nếu không, thì có ngoại lệ nào? Câu 2: Khi nào BPT vô nghiệm hoặc có vô số nghiệm? Câu 3: Giả sử quên hệ số a, ta có thể xét dấu được không?	HS thảo luận nhóm, phân tích từng câu hỏi, đưa ra phản biện và phản ví dụ cụ thể.
GV gợi mở thêm: “Nếu BPT có dạng $x^2 + x + 1 > 0$, ta làm sao?” hoặc “Nếu là $-x^2 - 2x - 3 \leq 0$ thì áp dụng quy tắc như thế nào?”	HS nêu ví dụ, tìm delta, xét dấu, rồi chỉ ra rằng quy tắc vẫn áp dụng được, nhưng cần chú ý điều kiện: phải có nghiệm thực.
GV chọn đại diện các nhóm trình bày, mời nhóm khác phản biện lại bằng lập luận hoặc ví dụ ngược.	HS đưa ra tranh luận, ví dụ phản chứng. Ví dụ: “Nếu $a > 0$, nhưng $\Delta < 0$, thì không có nghiệm – quy tắc dùng nghiệm sẽ không thực hiện được như thường lệ.”
GV tổng kết: Muốn áp dụng quy tắc, phải xét kỹ delta và đảm bảo biết nghiệm. Nếu không có nghiệm, phải dựa vào hệ số a để kết luận dấu tam thức.	HS ghi chép lại phần lưu ý, hoàn thiện cách hiểu.

Câu hỏi gợi mở chi tiết (có đáp án mẫu)

1. Câu hỏi: Có phải bất kỳ BPT bậc hai nào cũng cần giải phương trình trước không?

Gợi ý phản biện: Không phải. Với $x^2 + 1 > 0$, không cần giải phương trình vì tam thức luôn dương.

2. Câu hỏi: Nếu delta âm, quy tắc còn dùng được không?

HS trả lời: Có – nhưng ta phải nhớ:

+ Nếu $a > 0 \Rightarrow$ tam thức luôn > 0

+ Nếu $a < 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow$ tam thức luôn < 0

3. Câu hỏi: Nếu một học sinh chỉ xét dấu không đúng theo vị trí nghiệm, điều gì có thể xảy ra?

Gợi ý: Dễ mắc sai lầm về miền nghiệm, đặc biệt khi không chú ý hệ số a .

4. Câu hỏi: Có thể dùng đồ thị thay vì bảng xét dấu không?

HS trả lời: Có – nếu học sinh biết vẽ parabol. Đồ thị giúp trực quan, dễ hiểu.

Sản phẩm mong đợi của HS

Đặt ít nhất 2–3 câu hỏi phản biện liên quan đến điều kiện áp dụng quy tắc. Đưa ra phản ví dụ hoặc tình huống kiểm tra giới hạn quy tắc. Trình bày ý kiến rõ ràng, biết bảo vệ hoặc điều chỉnh lập luận khi có phản hồi. Phân biệt rõ khi nào phải xét dấu qua nghiệm, khi nào phải xét bằng định tính hoặc đồ thị.

Dụng ý sư phạm: Giúp HS được luyện kỹ năng phát hiện lỗi sai logic; phân tích tính hợp lý của từng bước giải. Tự kiểm tra – đánh giá lời giải (Biểu hiện TDPB); HS đề xuất các cách trình bày khác: bằng hình ảnh, bằng lời, hoặc từ đồ thị. Có thể đặt ra biến thể của bài toán gốc thể hiện ở việc HS biết đặt câu hỏi: “Nếu đổi dấu thì sao?”, “Nếu đổi nghiệm thì kết luận thế nào?”, “Có bao nhiêu cách làm bài toán này?”.

Trong hoạt động này HS có cơ hội bộc lộ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 1,3,4,5,6,7,8,10,11,12 trong (bảng 1.5)

Hoạt động 4: Vận dụng

Mục tiêu: HS vận dụng linh hoạt quy tắc đã học vào các dạng bài tập cụ thể và thực tiễn; Rèn luyện kỹ năng xét dấu, lập luận logic, phân tích tình huống; Phát triển TDPB khi lựa chọn cách giải tối ưu và phản biện sai sót của bạn; Phát triển TDST khi tìm ra nhiều cách giải, tạo bài toán ngược hoặc bài toán mới.

Tổ chức hoạt động

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
GV yêu cầu HS làm các bài tập sau. Mỗi bài đại diện cho một kiểu tình huống cụ thể.	HS làm việc cá nhân rồi thảo luận nhóm để trao đổi lời giải.
GV mời đại diện trình bày lời giải, khuyến khích nhóm khác phản biện: Có đúng không? Có cách nào ngắn hơn, hay hơn không?	HS lắng nghe, phản biện, bổ sung hoặc chỉnh sửa lời giải của bạn.
GV giao thêm bài tập mở rộng: “Hãy tự đặt một bất phương trình có nghiệm là khoảng $(-2; 3)$ hoặc “Cho biết nghiệm của BPT là $x < 1$ hoặc $x > 4$, hãy tìm a, b, c để tạo tam thức phù hợp.”	HS suy nghĩ sáng tạo để thiết lập bài toán ngược hoặc bài toán mới phù hợp với quy tắc.

Một số bài tập vận dụng cụ thể

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a) $x^2 - 7x + 12 > 0$

b) $-x^2 + 4x - 1 \leq 0$

c) $x^2 + 2x + 2 < 0$

Hướng dẫn lời giải (mẫu):

a) $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3; 4$

$\rightarrow a = 1 > 0 \Rightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 3 \text{ hoặc } x > 4$

b) $\Delta = 16 - 4 \times (-1) \times (-3) = 16 - 12 = 4 > 0$, nghiệm $x = 1, 3$

$a = -1 < 0 \Rightarrow f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [1; 3]$.

c) $\Delta = 4 - 8 = -4 < 0, a = 1 > 0 \Rightarrow f(x) > 0 \forall x$

$\rightarrow$ Không tồn tại x để $f(x) < 0 \rightarrow$ BPT vô nghiệm.

Bài 2. Đặt bài toán ngược

Câu hỏi: Hãy viết một bất phương trình bậc hai sao cho tập nghiệm là $(-1; 2)$.

Gợi ý:

· Tập nghiệm nằm giữa 2 nghiệm phân biệt $\rightarrow$ đặt $x_1 = -1, x_2 = 2, a < 0$

· Chọn $a = -1$, vậy:

$$f(x) = -1(x + 1)(x - 2) = -x^2 + x + 2$$

$\rightarrow$ BPT: $-x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow x \in (-1; 2)$

Bài 3: Tìm a, b, c sao cho bất phương trình $ax^2 + bx + c < 0$ có tập nghiệm $(1; 3)$.

Gợi ý:

- BPT có tập nghiệm nằm giữa hai nghiệm: $x = 1, x = 3$
- Chọn $a > 0$, thì $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (1; 3)$
- Chọn $a = 1$, vậy: $f(x) = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$
- BPT: $x^2 - 4x + 3 < 0$

Sản phẩm mong đợi của HS

Giải đúng các BPT với lý luận rõ ràng, chặt chẽ. Phát biểu lại quy tắc khi giải từng bài → củng cố kiến thức. Tự đặt bài toán ngược, bài toán mới phù hợp với quy tắc. Biết chỉ ra sai sót trong cách làm của bạn khi thảo luận

GV: *Đưa ra tình huống thực tiễn* “Một xưởng sản xuất có doanh thu theo công thức (triệu đồng): $R(x) = -x^2 + 10x + 20$, với x là số sản phẩm. Hỏi cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để doanh thu lớn hơn 30 triệu đồng?”

Yêu cầu HS: Lập BPT tương ứng; Giải BPT bằng quy tắc đã học; Diễn giải kết quả trong bối cảnh thực tiễn. Sau đó cho đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung; cuối cùng, GV nhận xét, đánh giá.

GV: có thể giao nhiệm vụ cho các nhóm về nhà hoàn thành phiếu học tập và nộp vào buổi HS, GV có thể thu, chấm điểm.

PHIẾU HỌC TẬP	
Họ tên nhóm: Chọn bài toán bạn thực hiện (✓): ☐ Bài toán thực tiễn ☐ Thiết kế bài toán Nếu chọn bài toán thực tế: - Viết bất phương trình cần giải: - Giải bất phương trình: - Kết luận theo ngữ cảnh bài toán: Nếu chọn thiết kế bài toán: - Viết bất phương trình bạn tạo ra: - Tập nghiệm bạn muốn có: - Giải bất phương trình: - Giải thích vì sao bài toán của bạn thỏa mãn yêu cầu: Thử thách thêm: - Đổi bài toán của bạn cho nhóm khác kiểm tra. Nhóm bạn đánh giá gì?	

Dụng ý sư phạm: Giúp HS củng cố và vận dụng linh hoạt quy tắc vào bài tập cụ thể, tình huống thực tiễn; đó là HS tự đặt câu hỏi: “Bất phương trình này có hợp lý không?”, “Tập nghiệm có đúng không?”, “Giải có sai chỗ nào?”, Đưa ra lý do chọn phương pháp giải cụ thể, HS so sánh cách giải giữa các nhóm; tìm lỗi sai trong bài toán bạn khác tạo ra (Biểu hiện của TDPB); HS trình bày lời giải theo nhiều cách: bảng xét dấu, đồ thị, sơ đồ logic, dùng phần mềm hỗ trợ (Desmos, GeoGebra...). , HS tạo được bài toán mới có nghiệm đúng với yêu cầu (nghiệm, dấu của biểu thức), Đề xuất bài toán có tham số, hoặc kết hợp với bất phương trình bậc nhất.

Trong hoạt động này HS có cơ hội bộc độ và phát triển các biểu hiện TDPB và TDST 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 trong (bảng 1.5)

Kết luận chương 2

Trên cơ sở lý luận và thực tiễn đã trình bày ở chương 1, tổng kết và kế thừa các bài học kinh nghiệm của quốc tế, chương 2 đã đề xuất và trình bày năm biện pháp dành cho GV nhằm rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho HS trong dạy học môn Toán nói chung và dạy học PT và BPT nói riêng ở trường THPT nước CHDCND Lào:

Biện pháp 1: Tạo cơ hội cho học sinh đưa ra các phán đoán và tham gia tranh luận.

Biện pháp 2: Khuyến khích học sinh chia sẻ những hoài nghi tích cực thông qua các tình huống chứa đựng khó khăn, sai lầm.

Biện pháp 3: Phát triển TDST cho HS thông qua hoạt động nhìn lại toàn diện vấn đề và cách giải đã thực hiện, từ đó tìm ra cách giải quyết mới.

Biện pháp 4: Phát triển TDST cho học sinh thông qua hoạt động xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh khác nhau.

Biện pháp 5: Tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc thông qua nội dung phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS.

Mỗi biện pháp đều dựa trên cơ sở lý luận và thực tiễn đã được trình bày ở chương 1, có ý nghĩa nhất định trong việc hướng dẫn cách thức tổ chức các hoạt động dạy và học môn Toán THPT, theo hướng rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho người học. Mỗi biện pháp có minh họa bằng các ví dụ cụ thể theo chương trình môn Toán THPT hiện hành của nước CHDCND Lào. Mục tiêu của các biện pháp đều hướng tới góp phần rèn luyện và phát triển TDPN và TDST cho người học và qua đó góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán ở các trường THPT nước CHDCND Lào.

CHƯƠNG 3

THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích thực nghiệm

Mục đích chủ yếu của thực nghiệm sư phạm là:

- + Bước đầu khảo sát, đánh giá khả năng thực hiện các hoạt động phát triển TDPB và TDST của HS lớp 11 của trường THPT của nước CHDCND Lào.
- + Đánh giá HS thông qua làm bài kiểm tra có thể thực hiện được hay không?
- + Minh họa và bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất ở chương 2.
- + Làm cơ sở để kiểm nghiệm giả thuyết thực nghiệm của luận án.

3.2. Nhiệm vụ thực nghiệm

Xác định nội dung và PP TN, chọn đối tượng và địa bàn để tổ chức thực nghiệm.

Biên soạn tài liệu thực nghiệm, hướng dẫn GV cách chuẩn bị và thực hiện các tiết DH TN, chuẩn bị các giáo án, phương tiện DH và trao đổi với GV dạy TN về PP DH, kế hoạch bài giảng TN, bộ công cụ đánh giá.

Lập kế hoạch và tiến hành TN theo kế hoạch: Vòng thử nghiệm nhằm thăm dò, rút kinh nghiệm. TN chính thức, quan sát và thu thập các thông tin phản ánh QT và đánh giá KQ TN liên quan đến tính khả thi và hiệu quả của các BP đã đề xuất.

Phân tích, xử lý số liệu TN bằng PP thống kê các KQ đánh giá TDPB và TDST của HS.

Đánh giá KQ TN theo hai phương diện: tính khả thi và tính hiệu quả của các BP sư phạm đã đề xuất.

3.3. Tổ chức và nội dung thực nghiệm

3.3.1. Tổ chức thực nghiệm

Với mục đích kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp DH PT và BPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS đã đề xuất nên chúng tôi đã lựa chọn các trường THPT ở các địa bàn tỉnh Champasak như: Trường THPT NguaĐeng huyện Sanasomboon và Trường THPT Phonthong huyện Phonthong thuộc tỉnh Champasak. Được sự đồng ý của Ban giám hiệu trường Trường THPT NguaĐeng và Trường THPT Phonthong, cho phép TN sư phạm để kiểm nghiệm kết quả nghiên cứu, chúng tôi đã tiến hành tìm hiểu HS và tình hình DH nói chung và DH toán nói riêng. Trên cơ sở đó đã lựa chọn các lớp TN, lớp ĐC và GV tham gia giảng dạy.

Thời gian TN: Năm học 2023-2024, từ ngày 20/03/2024 đến ngày 20/04/2024, giảng dạy đồng thời tại cơ sở TN. Trong thời gian TN được tiến hành trong 24 tiết học

là: 4 tiết thứ nhất giới thiệu về nội dung nghiên cứu và thực hiện bài kiểm tra trước TN, 18 tiết dạy TN và 2 tiết cuối thực hiện kiểm tra sau TN.

Đối tượng: GV được chúng tôi lựa chọn giảng dạy TN mỗi trường trong các cặp lớp TN - ĐC đều có trình độ chuyên môn, nghiệp vụ là tương đương và được phân công cụ thể như sau:

+ Trường THPT NguạĐeng, Huyện Sanasomboon, cặp lớp TN - ĐC như sau:

- Lớp TN 11/1 có 40 HS, do cô giáo KhamBay Philavong là GV giảng dạy

- Lớp ĐC 11/2 có 43 HS, do thầy Sengthong Sybounkham là GV giảng dạy

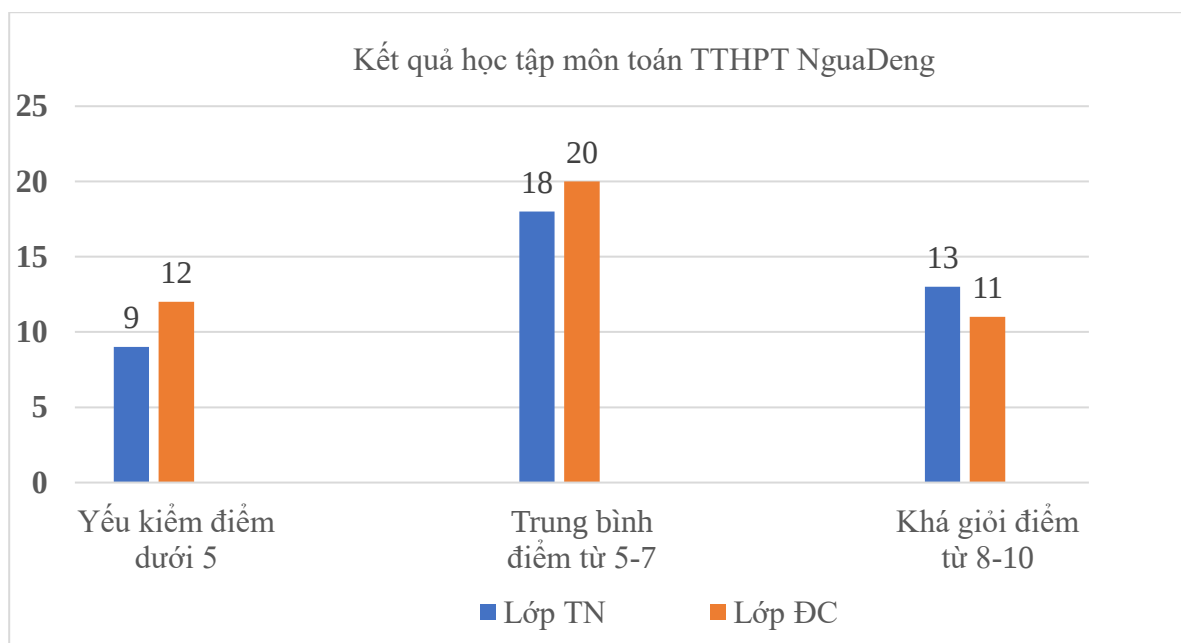
+ Trường THPT Phonthong, Huyện Phonthong, cặp lớp TN - ĐC như sau:

- Lớp TN 11/1 có 42 HS, do thầy Bounmee Vongxay là GV giảng dạy

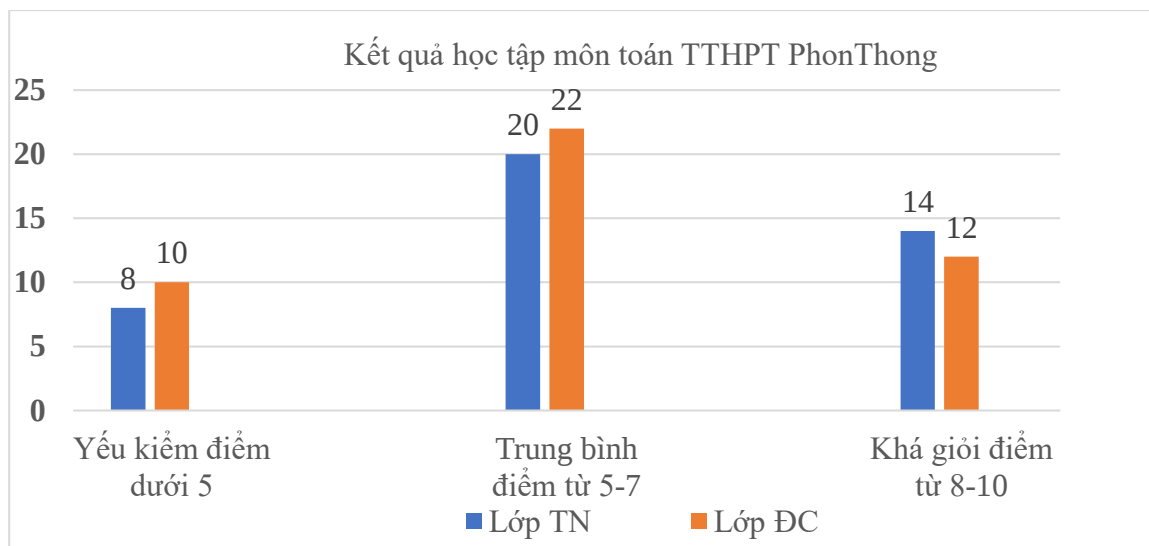
- Lớp ĐC 11/3 có 44 HS, do cô giáo KhamSee Vilaythong là GV giảng dạy

Điều tra sơ bộ cho thấy: Tìm hiểu HS của trường, chúng tôi được biết: Trình độ chung về môn Toán của từng cặp lớp 11/1 và 11/2, 11/1 và 11/3 là tương đương và đều học theo chương trình chuẩn. Chúng tôi đã đề xuất với ban giám hiệu nhà trường, chọn các cặp lớp trên làm TN - ĐC và đã được chấp nhận

Các lớp TN và lớp ĐC có KQ học tập môn Toán kì học I của lớp TN và ĐC chúng để so sánh như sau:



Biểu đồ 3.1. Kết quả học tập của HS lớp TN và ĐC THPT NguạĐeng



Biểu đồ 3.2. Kết quả học tập của HS lớp TN và ĐC THPT PhonThong

3.3.2. Cách thức tiến hành thực nghiệm

Bảng 3.1. Cách thức tiến hành thực nghiệm

Bước 1: Chuẩn bị	1. Xây dựng kế hoạch chi tiết cho đợt TN, xác định: Mục đích, đối tượng, nội dung, quy trình, cách thức tiến hành TN.
	2. Lựa chọn và thiết kế bài dạy TN theo các BP sư phạm được đề xuất ở Chương 2.
	3. Gặp gỡ, trao đổi về ý đồ TN sư phạm với HS và GV toán lớp 11 để họ nắm được trọng tâm của các tiết học TN. Các lớp ĐC dạy theo phương án thông thường.
	4. Thống nhất với lớp dạy TN về kế hoạch và nội dung TN; về các hoạt động DH trong bài soạn giáo án được tác giả nghiên cứu xây dựng.
Bước 2: Tổ chức dạy TN	1. Tác giả và GV đã lựa chọn dạy TN theo thiết kế của đề tài.
	2. Theo dõi quan sát HS về khả năng thực hiện phát triển TDPB và TDST của HS trong các giờ TN.
	3. Trao đổi với HS sau giờ học để kiểm chứng và rút kinh nghiệm về việc vận dụng các BP của đề tài, bổ sung và sửa đổi giáo án cho phù hợp, đạt hiệu quả cao.
Bước 3: Đánh giá KQ TN	1. Tổ chức thảo luận với GV trong tổ bộ môn về những vấn đề mà TN quan tâm.
	2. Tổ chức cho HS lớp ĐC và TN làm các bài kiểm tra sau TN, phân tích KQ thu được, xử lý số liệu bài kiểm tra.
	3. Xử lý thông tin thu được qua quan sát, trao đổi.
	4. Tổng hợp đánh giá tính hiệu quả của các BP tác động đến các biểu hiện TDPB và TDST của HS.

3.3.3. Xây dựng phương thức và tiêu chí đánh giá

3.3.3.1. Phương thức và tiêu chí đánh giá mặt định tính

Xử lý các phiếu điều tra thu được của GV và HS và KQ quan sát được từ các tiết học TN sư phạm để đánh giá tính khả thi của các BP tác động đến HS trong việc rèn luyện và phát triển TDPB và TDST.

3.3.3.2. Phương thức và tiêu chí đánh giá mặt định lượng

Căn cứ vào KQ các bài kiểm tra của HS theo thang điểm 10, tính các thông số thống kê sau:

+ Điểm trung bình các bài kiểm tra: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i f_i}{N}$, trong đó:

- N là số HS được kiểm tra,
- x_i là loại điểm,
- f_i là tần số điểm x_i mà HS đạt được.

+ Phương sai: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N - 1}$

+ Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N - 1}}$

+ Để khẳng định phương sai và giả thiết, kiểm định giả thuyết H_0 , sự khác nhau giữa các phương sai ở hai lớp TN và ĐC. Nếu $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$, khẳng định phương sai khác nhau, tiếp tục kiểm định giả thiết H_0 : Sự khác nhau giữa các điểm trung bình ở hai mẫu là không có ý nghĩa với phương sai như nhau” bằng công thức:

$$t = \frac{|\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}|}{\sqrt{\frac{s_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{s_{DC}^2}{n_{DC}}}}$$

3.3.4. Nội dung thực nghiệm

Ở Chương 3, chúng tôi đã đề xuất một số PP góp phần rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho HS thông qua DH PT và BPT. Các BP chủ yếu tập trung vào việc rèn luyện các thành tố NL của TDPB và TDST, như chúng ta đã biết kỹ năng TDPB và TDST bao gồm nhiều yếu tố, do vậy trong việc TN này chúng tôi không thể đề cập đến chi tiết từng

vấn đề của các PP mà chỉ TN được một vài ý hay chỉ một khía cạnh nào đó của các BP. Vì thế, việc lựa chọn nội dung TN chúng tôi quan tâm đến tính thuận lợi cho việc tích hợp được nội dung trong các tình huống bài toán. Từ đó, chúng tôi chọn các chủ đề và các tình huống liên quan đến chủ đề sau để biên soạn nội dung TN sư phạm:

+ Chương trình SGK môn Toán lớp 11:

I. Chương 4: Hàm số mũ

§16: Phương pháp giải PT và BPT mũ (09 tiết)

II. Chương 5: Hàm số logarit

§23: Phương pháp giải PT và BPT logarit (04 tiết)

+ Về tiến hành TN và thời lượng tương ứng như: Hàm số mũ và hàm số logarit.

- Khởi động (01 tiết): Nhận biết khái niệm, định lý, hình dạng và quy tắc giải pháp của PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit.

- Thực hiện DH hoạt động nhóm (06 tiết):

+ Tìm hiểu - xác định và làm rõ những giải pháp PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit, sắp xếp và xử lý được tình huống có vấn đề.

+ Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động: Tạo ra ý tưởng, suy nghĩ, tìm kiếm cách giải pháp và hành động ý tưởng khả năng giải quyết và sửa chữa tình huống có vấn đề của PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit

+ Phản ánh về suy nghĩ và thực hiện QT: Điều chỉnh và giải thích suy nghĩ và cách giải pháp của mình, xác định và lựa chọn cách giải pháp mới khác nhau và QT thực hiện sửa chữa tình huống có vấn đề về PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit.

+ Phân tích, tổng hợp và đánh giá những vấn đề, thực hiện QT giải pháp và sửa chữa PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit. Rút ra kết luận và thiết kế QT giải quyết và sửa chữa PT và BPT tình huống có vấn đề một cách độc lập

- Luyện tập (02 tiết): Kiểm tra, đánh giá, khái quát hóa và áp dụng thực tiễn: Tổ chức cho HS tự đánh giá khả năng TDPB và TDST trong việc giải bài toán PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit. Đánh giá tính hiệu quả và tính khả thi của sự phát triển TDPB và TDST cho HS thông qua DH PT và BPT về hàm số mũ và hàm số logarit trong chương trình SGK môn Toán lớp 11. Theo dõi quan sát HS về khả năng thực hiện của TDPB và TDST trong hoạt động giải PT và BPT. Tăng cường cho HS rèn luyện các hoạt động nhân dạng, thể hiện và vận dụng trong tình huống khác nhau: xác định tính chất, giải toán. Chú trọng rèn luyện các kỹ năng tính toán, biến đổi và các thao tác TS: phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, cụ thể hóa,... cho HS.

Sau khi triển khai dạy TN theo kế hoạch đề ra, chúng tôi tiến hành quan sát, phỏng vấn, ghi chép những biểu hiện của HS, trao đổi ý kiến rút kinh nghiệm,... về diễn biến hứng thú, phát triển TDPB và TDST của HS.

Tài liệu TN được trình bày dưới dạng giáo án bài giảng, sơ đồ, bảng, biểu đồ, phiếu học tập, phiếu DH, phiếu dự giờ rút kinh nghiệm, đề bài kiểm tra và SGK toán lớp 11.

3.3.4.1. Một số quan điểm lựa chọn nội dung thực nghiệm

Thực nghiệm sư phạm nhằm đánh giá sự rèn luyện khả năng thực hiện hiệu quả các hoạt động dạy học PT và BPT Lớp 11 ở trường THPT nước CHDCND Lào theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS. Vì lý do đó việc lựa chọn nội dung thực nghiệm được quán triệt các quan điểm sau:

a. Lựa chọn nội dung gắn với các tình huống đề HS Lớp 11 phát triển TPPB và TDST và tri thức mới tương thích với tri thức đã biết.

b. Việc lựa chọn nội dung với sự cân nhắc sao cho HS có khả năng rèn luyện và phát triển TDPB và TDST thông qua dạy học giải bài tập.

c. Nội dung chọn thực nghiệm được đặt trong tình huống HS có thể thực hiện thành thạo phát triển TDPB và TDST tùy thuộc vào vốn kiến thức và kinh nghiệm sẵn có của các em.

d. Nội dung thực nghiệm hướng vào việc rèn luyện và phát triển TDPB và TDST của HS trong học tập và thử nghiệm một số biện pháp đã nêu trong chương 2 của luận án.

3.3.4.2. Chương trình dạy học thực nghiệm

Nội dung PT và BPT trong chương trình Toán lớp 11 ở trường THPT nước CHDCND Lào gồm các nội dung cơ bản: PT và BPT mũ, PT và BPT logarit, PT và BPT lượng giác. Chúng tôi đã chọn một số bài học trong chủ đề PT và BPT mũ và PT và BPT lôgarit để tiến hành dạy thực nghiệm.

3.3.4.3. Giáo án dạy học thực nghiệm

Chúng tôi đã soạn 2 giáo án thực nghiệm, các giáo án thực nghiệm được biên soạn phù hợp với thiết kế giáo án hiện nay, phù hợp với yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học, nội dung trong mỗi giáo án được biên soạn theo hướng rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho HS lớp 11 của nước CHDCND Lào.

*** Giáo án dạy thực nghiệm:**

Giáo án 1: Bài 16. Phương trình mũ

Môn Toán lớp 11 sách giáo khoa CHDCND Lào, tiết thứ nhất của bài 16, chương 4, thời gian 1 tiết.

(Giáo án 1 thực hiện biện pháp 1)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức

+ HS hiểu được khái niệm phương trình mũ và nhận diện được dạng cơ bản của phương trình mũ.

+ HS biết giải một số phương trình mũ cơ bản, sử dụng định nghĩa và tính chất hàm số mũ.

2. Về kĩ năng

+ HS giải thành thạo các phương trình mũ cơ bản bằng cách đưa về cùng cơ số.

+ HS sử dụng linh hoạt các phép biến đổi lũy thừa trong giải phương trình mũ.

+ HS thực hiện được các hoạt động phát triển TDPB và TDST: Tìm hiểu - xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng; Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động; Phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình và Phản ánh về suy nghĩ và quá trình trong quá trình xây dựng các tính chất cơ bản của PT mũ.

3. Về tư duy, thái độ:

+ Rèn luyện tư duy logic, phân tích, khái quát hóa và cẩn thận trong giải toán.

+ Có thái độ học tập tích cực, tự giác và hợp tác trong hoạt động nhóm.

II. CHUẨN BỊ CỦA GIÁO VIÊN VÀ HỌC SINH

1. Chuẩn bị của HS

+ Bài cũ, sách giáo khoa.

+ HS đọc bài trước ở nhà.

2. Chuẩn bị của GV

+ Bảng phụ, bút viết bảng

+ Phiếu học tập cho HS

III. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

+ Gọi mở, vấn đáp.

+ Phát hiện và giải quyết vấn đề.

+ Kiến tạo

+ Hình thức tổ chức dạy học: Cá nhân, hoạt động nhóm.

IV. TIỀN TRÌNH BÀI DẠY

Hoạt động 1: Khởi động (3 phút)

Ôn định tổ chức – kiểm tra bài cũ

GV: Yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa hàm số mũ và một số tính chất cơ bản.

→ Nhận xét – dẫn dắt vào bài học mới.

GV: Đặt câu hỏi gợi nhớ kiến thức:

- **GV hỏi:** Em hãy nhắc lại định nghĩa của *hàm số mũ*?

→ **HS trả lời:** *Hàm số mũ là hàm số có dạng $y = a^x$ với $a > 0, a \neq 1$*

- **GV hỏi:** Hàm số mũ có những tính chất cơ bản nào?

→ **HS trả lời** (gợi ý nếu cần):

+ Tập xác định: $\mathbb{R}$

+ Tập giá trị: $(0; +\infty)$

+ Luôn nhận giá trị dương

+ Có tiệm cận ngang là trục hoành

+ Nếu $a > 0$: hàm số đồng biến; nếu $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.

GV: Nhận xét – khen ngợi học sinh đã nắm vững kiến thức về hàm số mũ. Từ đó, dẫn dắt:

“Như các em đã biết, hàm số mũ có nhiều ứng dụng trong thực tế. Vậy nếu ta bắt gặp một bài toán mà trong đó ẩn nằm ở vị trí số mũ, ví dụ như $2^x = 16$, thì làm thế nào để tìm được giá trị của x ? Đó chính là nội dung bài học hôm nay: **Phương trình và bất phương trình mũ.**”

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm phương trình mũ (10 phút)

GV: Nêu ví dụ dẫn nhập:

Ví dụ 1: Giải phương trình $2^x = 8$

HS: Trả lời $x = 3$ vì $8 = 2^3$

Ví dụ 2: Giải phương trình $4^{x+2} = 32$

HS: Trả lời $x = 1$ vì $32 = 4^{1+2} \Leftrightarrow 32 = 4^3$

GV: Rút ra nhận xét và **định nghĩa:**

Phương trình mũ là phương trình mà ẩn số nằm trong số mũ.

GV: Trình bày các dạng cơ bản:

Phương trình mũ là:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}; a > 0, a \neq 1$$

Hoạt động 3: Rèn luyện kỹ năng giải phương trình mũ cơ bản (20 phút)

GV giao nhiệm vụ cá nhân – nhóm nhỏ:

Ví dụ 3: Giải phương trình $3^{x+2} = 27$

HS: $27 = 3^3 \Rightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Rightarrow x+2 = 3 \Rightarrow x = 1$

Ví dụ 4: Giải phương trình $5^{2x-1} = \frac{1}{25}$

HS: $\frac{1}{25} = 5^{-2} \Rightarrow 5^{2x-1} = 5^{-2} \Rightarrow 2x-1 = -2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Ví dụ 5: Giải phương trình $2^{x+1} = 2^{2x-4}$

HS: $4 = 2^2 \Rightarrow 2^{x+1} = (2^2)^{x-2} = 2^{2x-4}$

$$\Rightarrow x+1 = 2x-4 \Rightarrow x = 5$$

Ví dụ 6: Giải phương trình $4^{3x-2} = 16^{x+3}$

HS: $4^{3x-2} = 4^{2x+6} \Leftrightarrow 3x-2 = 2x+6 \Leftrightarrow x = 8$

Ví dụ 7: Giải phương trình $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$

HS: $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$. Đặt: $t = 3^x, t > 0$

$$t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2, t = 3 \Leftrightarrow x = \log_3 2; x = 1$$

GV tổng kết các bước giải:

1. Đưa hai vế về cùng cơ số.
2. So sánh số mũ
3. Giải phương trình số mũ vừa thu được.

Hoạt động 4: Luyện tập – củng cố (10 phút)

GV phát phiếu học tập (hoặc chiếu lên bảng):

Bài 8: Giải phương trình $9^{x+1} = 27^{2x-1}$

Gợi ý: Đưa về cơ số chung là

$$\begin{aligned}\text{HS: } 9^{x+1} = 27^{2x-1} &\Leftrightarrow 3^{2(x+1)} = 3^{3(2x-1)} \Leftrightarrow 2(x+1) = 3(2x-1) \Leftrightarrow 2x+2 = 6x-3 \\ &\Rightarrow 2x-6x = -3-2 \Rightarrow -4x = -5 \Rightarrow x = \frac{5}{4}\end{aligned}$$

Bài 9: Giải phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$

Gợi ý: Đưa về cơ số chung là

$$\text{HS: } \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \Leftrightarrow x-2 = -3 \Leftrightarrow x = -1$$

Bài 10: Tìm $x \in \mathbb{Q}$ thỏa mãn $2^{x+3} = 8^{x-1}$

$$\begin{aligned}2^{x+3} = 8^{x-1} &\Leftrightarrow 2^{x+3} = 2^{3(x-1)} \Leftrightarrow x+3 = 3(x-1) \Leftrightarrow x+3 = 3x-3 \\ &\Leftrightarrow x-3x = -3-3 \Leftrightarrow x = 3\end{aligned}$$

Bài 11: $4^{x+1} = 8^{2x-1}$

$$\begin{aligned}\text{HS: } 4^{x+1} &= (2^2)^{2x-1} = 2^{2x-2}, 8^{2x-1} = (2^3)^{2x-1} = 2^{6x-3} \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^{6x-3} \\ &\Rightarrow 2x+2 = 6x-3 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4}\end{aligned}$$

→ HS làm cá nhân rồi trao đổi nhóm. GV gọi HS trình bày, nhận xét, sửa sai.

Hoạt động 5: Vận dụng – mở rộng (5 phút)

GV đặt vấn đề thực tế:

Ví dụ 12: Một vi khuẩn tăng gấp đôi mỗi giờ. Ban đầu có 1 con, hỏi sau bao lâu sẽ có 64 con?

HS: Mô hình hóa: $2^x = 64 \Rightarrow x = 6$ (sau 6 giờ)

Ví dụ 13: Một hợp chất phóng xạ giảm một nửa sau mỗi 10 phút. Ban đầu có 100g. Hỏi sau bao lâu thì khối lượng còn đúng 25g?

HS mô hình hóa bằng phương trình mũ:

Khối lượng còn lại sau t phút là $100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/10}$.

$$\text{Ta cần: } 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/10} = 25 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{t/10} = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{t/10} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{t}{10} = 2 \Rightarrow t = 20$$

→ Sau hơn 20 phút, khối lượng hợp chất còn chính xác 25g.

GV kết luận: Qua các ví dụ thực tế, HS thấy được ứng dụng của phương trình mũ trong mô hình tăng trưởng, phân rã, và có thể giải bằng cách so sánh lũy thừa cùng cơ số.

Giáo án 2: Bài 24. Phương trình logarit

Môn Toán lớp 11 – Sách giáo khoa CHDCND Lào, tiết thứ nhất của bài 24, chương 6, thời gian 1 tiết.

(Giáo án này thực hiện Biện pháp 2)

I. Mục tiêu:

1. Về kiến thức

- HS hiểu được khái niệm phương trình logarit.
- HS nhận biết được các dạng cơ bản của phương trình logarit.
- HS nắm được phương pháp giải các phương trình logarit cơ bản bằng cách đưa về cùng cơ số hoặc sử dụng tính chất logarit.

2. Về kỹ năng

- HS giải được một số phương trình logarit cơ bản bằng phương pháp biến đổi tương đương.

- HS vận dụng linh hoạt các công thức logarit: $\log_a(xy)$, $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)$, $\log_a(x^n)$.

- HS thực hiện được các hoạt động phát triển TDPB và TDST: Tìm hiểu - xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng; Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động; Phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình và Phản ánh về suy nghĩ và quá trình trong quá trình xây dựng các tính chất cơ bản của phương trình logarit.

3. Về tư duy, thái độ

- Rèn luyện tư duy logic, phản biện, linh hoạt trong giải phương trình.
- Có thái độ học tập tích cực, hợp tác trong học tập, tự tin trình bày ý tưởng.

II. Chuẩn bị của giáo viên và học sinh

1. Chuẩn bị của HS

- + Ôn tập kiến thức logarit và các công thức biến đổi logarit.
- + Đọc bài trước ở nhà.

2. Chuẩn bị của GV

- + Bảng phụ, bút viết bảng.
- + Phiếu học tập.
- + Một số bài toán tình huống thực tiễn có yếu tố mở.

III. Phương pháp dạy học

- + Gọi mở, vấn đáp.
- + Phát hiện và giải quyết vấn đề.
- + Kiến tạo, dạy học định hướng phát triển tư duy phản biện – sáng tạo.
- + Hình thức tổ chức: cá nhân, cặp đôi, nhóm nhỏ.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Hoạt động 1: Khởi động (3 phút)

GV ổn định lớp, kiểm tra bài cũ:

GV hỏi: Nêu định nghĩa và tính chất cơ bản của hàm logarit?

→ HS trả lời:

- + $\log_a x$ là logarit cơ số $a > 0, a \neq 1$ của số dương x .
- + Một số tính chất:

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y; \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y; \log_a(x^n) = n \log_a x$$

GV dẫn dắt vào bài học mới:

“Nếu trong bài toán có dạng $\log_2 x = 3$, làm sao tìm được giá trị của x ? Câu hỏi này đưa chúng ta đến một loại phương trình rất quan trọng – đó là phương trình logarit.”

→ GV ghi tên bài học: **Bài 24: Phương trình logarit**

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm (10 phút)

GV nêu ví dụ trực quan:

Ví dụ 1: Giải phương trình $\log_3 x = 4$

→ HS: $x = 81$ vì $3^4 = 81$

Ví dụ 2: Giải phương trình $\log_5(x-1)=2$

→ HS: $x = 26$ vì $(x-1)=5^2 \Rightarrow x-1=25 \Rightarrow x=26$

→ GV hỏi: Điểm chung của các phương trình trên là gì?

→ HS: Ẩn nằm trong biểu thức logarit.

→ GV chốt:

Phương trình logarit là phương trình chứa ẩn số nằm trong biểu thức logarit.

GV ghi định nghĩa:

Phương trình logarit là phương trình có dạng $\log_a f(x)=g(x)$ hoặc nhiều biểu thức logarit chứa ẩn.

GV lưu ý HS: Trước khi giải phương trình logarit, cần xác định điều kiện xác định (biểu thức trong logarit phải dương).

Hoạt động 3: Rèn luyện kỹ năng giải phương trình logarit cơ bản (20 phút)

GV giao nhiệm vụ nhóm:

Nhiệm vụ: Giải các phương trình sau và nêu rõ:

- + Điều kiện xác định
- + Các bước biến đổi
- + Cách kiểm tra nghiệm

Ví dụ 3: Giải $\log_3(x-2)=2$

→ HS: + ĐKXD: $x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$

+ Giải: $x-2=3^2=9 \Rightarrow x=11$

Ví dụ 4: Giải $\log_2(x^2-1)=3$

→ HS: + ĐKXD: $x^2-1=8 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$

→ Kết luận: $x=3$ và $x=-3$ đều thỏa mãn điều kiện.

Ví dụ 5: Giải $\log_5(x+1)=\log_5(2x-3)$

→ HS: + ĐKXD: $x+1 > 0$ và $2x-3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$

+ Phương trình tương đương: $x+1=2x-3 \Rightarrow x=4$

GV yêu cầu:

- + Phân tích logic của các bước biến đổi.

+ Kiểm tra lại nghiệm vào điều kiện xác định.

→ GV tóm tắt các bước giải phương trình logarit:

1. Xác định điều kiện xác định.
2. Biến đổi phương trình về dạng cơ bản.
3. Giải phương trình tương đương.
4. Kiểm tra nghiệm với điều kiện ban đầu.

Hoạt động 4: Luyện tập – củng cố (10 phút)

GV phát phiếu học tập gồm các bài sau:

Bài 1: Giải phương trình $\log_2(3x-5)=4$

Giải: ĐKXĐ: $3x-5 > 0 \Rightarrow x > \frac{5}{3}$

Giải phương trình: $3x-5=16 \Rightarrow 3x=21 \Rightarrow x=7$

Bài 2: Giải phương trình $\log_3(x+2)+\log_3(x-2)=2$

Giải: ĐKXĐ $x+2 > 0$ và $x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$

Giải phương trình:

$$\log_3(x+2)+\log_3(x-2)=\log_3[(x+2)(x-2)]=\log_3(x^2-4)$$

Phương trình trở thành:

$$\log_3(x^2-4)=2 \Rightarrow x^2-4=3^2=9 \Rightarrow x^2=13 \Rightarrow x=\pm\sqrt{13} \quad \text{Theo ĐKXĐ } x > 2$$

vậy $x=\sqrt{13}$

Bài 3: Giải phương trình $\log_4(x^2-4x+3)=0$

Giải: ĐKXĐ: $x^2-4x+3 > 0$

Xét bất phương trình: $x^2-4x+3=0 \Rightarrow (x-1)(x-3) > 0 \Rightarrow x < 1 \text{ hoặc } x > 3$

Giải phương trình: $\log_4(x^2-4x+3)=0 \Rightarrow x^2-4x+3=1 \Rightarrow x^2-4x+2=0$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(16-8)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

Kiểm tra điều kiện

+ $x = 2 + \sqrt{2} \approx 3.41 > 3 \rightarrow$ nhận

$$+ x = 2 - \sqrt{2} \approx 0.59 < 1 \rightarrow \text{nhận}$$

$$\text{Vậy } x = 2 \pm \sqrt{2}$$

→ HS làm cá nhân → thảo luận nhóm → trình bày bảng → nhóm khác phản biện.

GV định hướng:

+ *TDPB*: Kiểm tra điều kiện, đối chiếu các bước giải, đánh giá lỗi thường gặp.

+ *TDST*: Sử dụng các tính chất logarit khác nhau để giải theo nhiều cách.

Hoạt động 5: Vận dụng – mở rộng (5 phút)

GV đặt bài toán thực tiễn:

“Một chất phóng xạ có khối lượng theo thời gian t (giờ) được cho bởi: $M(t) = M_0 \cdot 2^{-t/5}$

. Biết $M(t) = 25, M_0 = 100$, hãy tìm thời gian để khối lượng còn lại 25g.”

→ HS mô hình hóa:

$$100 \cdot 2^{-t/5} = 25 \Rightarrow 2^{-t/5} = 0.25 \Rightarrow \log_2(0.25) = -\frac{t}{5}$$

→ Giải ra $t = 10$

→ GV chốt ý: phương trình logarit giúp giải các bài toán thực tiễn như phân rã, thời gian, âm thanh, độ pH, độ lớn động đất,...

*** Bài kiểm tra:**

PHIẾU HỌC TẬP ĐÁNH GIÁ THỰC NGHIỆM

Phiếu học tập đánh giá thực nghiệm – Đề số 1 (môn Toán lớp 11)

Thời gian: 30' phút. Thang điểm: 10 điểm

A. Nội dung đề

I. Bài toán thường

1. Giải PT mũ $2^{x+1} = 16$
2. Giải PT logarit $\log_2(x + 1) = 3$
3. Giải BPT logarit $2 \log_{49}(2x + 1) - 1 \leq 0$

II. Bài toán thực tế

4. Một người gửi 500.000 kip vào ngân hàng với lãi suất 4%/năm, tính theo lãi kép.

Hỏi sau bao nhiêu năm số tiền sẽ gấp đôi?

B. Mục đích bài kiểm tra, thang điểm

1. (2 Điểm):

Đánh giá khả năng:

- Xác định và làm rõ thông tin: Biến đổi 16 về cùng cơ số với 2.

2. (2 Điểm):

Đánh giá khả năng:

- Tổ chức và xử lý thông tin: Chuyển từ logarit sang mũ.

3. (3 Điểm):

Đánh giá khả năng:

- Đặt câu hỏi rõ ràng và cụ thể: “Điều kiện của biểu thức log là gì?”
- Áp dụng logic và lý luận: Biến đổi và giải bất phương trình logarit.
- Đánh giá các thủ tục và kết quả: Kiểm tra nghiệm có thỏa mãn điều kiện.

4. (3 Điểm):

Đánh giá khả năng:

- Tưởng tượng các khả năng và kết nối các ý tưởng: Nhận ra bài toán lãi kép có thể dùng logarit.
- Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động: Sử dụng công thức và biến đổi để tìm thời gian.
- Rút ra kết luận và thiết kế một quá trình hành động: Tính toán để đưa ra lời giải hợp lý. Người học làm được gì trong bài toán đó ạ

Biểu hiện của TDPB và TDST trong học PT và BPT	Đặt câu hỏi rõ ràng và cụ thể. (câu 3)	→ HS: + Trước khi giải, học sinh tự đặt ra câu hỏi: “Biểu thức $\log_{49}(2x + 1)$ có xác định với giá trị nào của x + Từ đó xác định điều kiện: $2x + 1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$ + Đây là bước đầu tiên rất cần thiết để đảm bảo quá trình giải toán đúng, thể hiện năng lực đặt vấn đề cụ thể và đúng trọng tâm.
--	--	---

	Xác định và làm rõ thông tin. (câu 1)	→ HS: + Nhận biết dạng toán: phương trình mũ một ẩn. + Xác định đặc điểm của hai vế: - Vế trái là 2^{x+1}, có cơ số 2. - Vế phải là 16 – cần chuyển về lũy thừa cơ số 2: $16 = 2^4$. + Việc này cho thấy học sinh hiểu rằng để giải được, cần đưa hai vế về cùng cơ số, từ đó làm rõ cấu trúc của bài toán.
	Tổ chức và xử lý thông tin. (câu 2)	→ HS: Nhận ra rằng biểu thức logarit $\log_2(x + 1) = 3$ có thể chuyển thành phương trình mũ để dễ giải hơn. + Thực hiện đúng thao tác chuyển đổi: $\log_2(x + 1) = 3 \Leftrightarrow x + 1 = 2^3 = 8 \Rightarrow x = 7$ + Điều này cho thấy học sinh có khả năng tổ chức lại dữ liệu toán học, chọn hình thức biểu diễn phù hợp để xử lý dễ hơn.
	Tương tự các khả năng và kết nối các ý tưởng. (câu 4)	→ HS: • Nhận ra rằng việc số tiền “gấp đôi theo lãi kép” có thể biểu diễn bằng một phương trình mũ (dạng $A = P(1 + r)^t$). • Từ đó, liên kết ý tưởng từ chương trình học về lãi kép, mũ và logarit để giải bài toán. • Không cần công thức gấp đôi có sẵn, học sinh hình dung và dựng được mối liên hệ toán học phù hợp.

	Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động. (câu 4)	→ HS: + Dùng công thức lãi kép: $A = P(+r)^t, \text{ sau đó thế số liệu và biến đổi để tìm ra ẩn } t.$ Biết chuyển đổi phương trình mũ thành phương trình logarit: $2 = (1.04)^t \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1.04}$ Đưa ý tưởng thành hành động giải cụ thể bằng kỹ năng toán học.
	Áp dụng logic và lý luận. (câu 3)	Áp dụng logic và lý luận → HS: + Biến đổi bất phương trình: $2 \log_{49}(2x + 1) - 1 \leq 0 \Rightarrow \log_{49}(2x + 1) \leq \frac{1}{2}$ $\Rightarrow 2x + 1 \leq 49^{1/2} = 7 \Rightarrow x \leq 3$ + Các bước chuyển đổi logic rõ ràng, đúng quy tắc biến đổi logarit và BPT.
	Rút ra kết luận. (câu 4)	→ HS: Thiết kế quá trình hành động rõ ràng: HS đã thể hiện khả năng lập kế hoạch giải quyết vấn đề một cách có hệ thống: 1. Xác định mục tiêu của bài toán: tìm số năm để tiền gấp đôi. 2. Thiết lập mô hình toán học tương ứng: $2P = P(1 + r)^t \rightarrow$ rút gọn thành $2 = (1.04)^t$ 3. Biến đổi phương trình để tìm ẩn: Dùng logarit để đưa về dạng: $t = \frac{\log 2}{\log 1.04}$ 3. Tính toán và đưa ra kết luận chính xác: $t \approx 17,7$, kết luận: “Sau khoảng 18 năm thì số tiền sẽ gấp đôi.”

		Quá trình hành động của học sinh được thiết kế hợp lý, tuần tự, có mục tiêu rõ ràng, đảm bảo kết quả đúng và sát thực tiễn.
	Đánh giá các thủ tục và kết quả. (câu 3)	→ HS: Kết hợp điều kiện xác định ban đầu và kết quả biến đổi để đưa ra tập nghiệm chính xác: $x > -\frac{1}{2} \text{ và } x \leq 3 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x \leq 3$ + Đây là bước đối chiếu giữa điều kiện và lời giải, thể hiện khả năng đánh giá toàn bộ quá trình và hiệu chỉnh kết quả để đảm bảo chính xác tuyệt đối.

C. Biểu điểm

Câu	1	2	3	5	Tổng
Đặt câu hỏi rõ ràng và cụ thể			1		
Xác định và làm rõ thông tin	2				
Tổ chức và xử lý thông tin		2			
Tưởng tượng các khả năng và kết nối các ý tưởng				1	
Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động				1	
Áp dụng logic và lý luận			1		
Rút ra kết luận				1	
Đánh giá các thủ tục và kết quả			1		10
Tổng điểm	2	2	3	3	

Phiếu học tập đánh giá thực nghiệm – Đề số 2 (môn Toán lớp 11)

Thời gian: 30' phút. Thang điểm: 10 điểm

A. Nội dung đề

Giải phương trình:

a) $\sqrt{x} + x = 6.$

b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0.$

c) $x^2 - 8x + 15 \geq 0.$

d) Biết phương trình $x^2 - x - 20 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Hỏi: Tổng và tích của hai nghiệm là bao nhiêu? Hãy tìm x_1, x_2 bằng định lý Vi-ét.

e) Tìm phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt biết:

$$x_1 + x_2 = 4, \text{ và } x_1 \cdot x_2 = -5$$

B. Mục đích bài kiểm tra, thang điểm

a. (2 điểm): Đánh giá khả năng tổ chức và xử lý thông tin.

b. (2 điểm): Đánh giá khả năng tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động.

c. (2 điểm): (2) Đánh giá khả năng áp dụng logic và lý luận và Đánh giá khả năng đánh giá kết quả.

d. (2 điểm): Đánh giá khả năng xác định và làm rõ thông tin.

e. (2 điểm): Đánh giá khả năng tưởng tượng các khả năng và kết nối các ý tưởng và Đánh giá khả năng rút ra kết luận và thiết kế quá trình hành động.

Biểu hiện của TDPB và TDST trong học PT và BPT	Xác định và làm rõ thông tin (câu d)	→ HS: - Nhận diện được cấu trúc của PT bậc hai: $A = 1, b = -1, c = -20$ - Xác định rõ yêu cầu đề bài gồm 2 phần: 1. Tính tổng và tích nghiệm 2. Tìm nghiệm bằng định lý Vi-ét - Việc làm rõ hệ số và mục tiêu giải quyết thể hiện khả năng đọc hiểu và tổ chức thông tin đầu vào.
	Tổ chức và xử lý thông tin (câu a)	→ HS: - Chủ động chọn PP giải phù hợp bằng đặt ẩn phụ $t = \sqrt{x} \rightarrow$ đưa về PP bậc hai. - Cho thấy khả năng tái tổ chức thông tin ban đầu thành dạng quen thuộc để dễ xử lý hơn.
	Tưởng tượng các khả năng và kết nối các ý tưởng (câu e)	→ HS: Nhận ra rằng bài toán không yêu cầu tìm nghiệm, mà yêu cầu dựng PT bậc hai từ các thông tin về tổng và tích hai nghiệm.

		HS liên hệ ngay đến định lý Vi-ét đảo: Nếu biết $x_1 + x_2 = S$, và $x_1 \cdot x_2 = P$, thì phương trình bậc hai là: $x^2 - Sx - P = 0$ Việc liên kết nhanh dữ liệu bài toán với kiến thức lý thuyết cho thấy năng lực kết nối và tưởng tượng các khả năng giải.
	Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động (câu b)	→ HS: - Sau khi chọn phương pháp đặt ẩn, học sinh thực hiện biến đổi cụ thể và giải PT bậc hai: $t = 1 \text{ hoặc } t = 4 \Rightarrow x^2 = 1 \text{ hoặc } x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 1, \pm 2$ - Thể hiện rõ khả năng biến ý tưởng thành bước giải thực tế và chính xác.
	Áp dụng logic và lý luận (câu c)	→ HS: - Dựa vào hệ số $a > 0$ và hai nghiệm $x = 3, x = 5$, học sinh lập luận: $x^2 - 8x + 15 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3 \text{ và } x \geq 5$ - Thể hiện tư duy logic chặt chẽ trong xác định chiều dấu và điều kiện thỏa BPT.
	Rút ra kết luận và thiết kế quá trình hành động (câu e)	→ HS: - Thiết lập lộ trình giải đầy đủ, gồm: - Xác định hệ số - Tính tổng và tích theo Vi-ét - Phân tích số để tìm nghiệm thỏa mãn - Kết luận nghiệm chính xác Toàn bộ tiến trình được HS thực hiện theo kế hoạch tư duy khép kín và rõ ràng, đúng với yêu cầu bài toán.
	Đánh giá kết quả (câu c)	→ HS: Viết chính xác tập nghiệm: $x \in]-\infty, 3] \cup [5, +\infty[$ Cho thấy năng lực kiểm tra và trình bày đúng kết luận, không sót hoặc sai nghiệm.

C. Biểu điểm

Câu	1	2	3	4	5	
(2) Xác định và làm rõ thông tin				2		Tổng
(3) Tổ chức và xử lý thông tin	2					
(6) Tìm kiếm giải pháp và biến ý tưởng thành hành động		2				
(10) Áp dụng logic và lý luận			1			
(11) Rút ra kết luận và thiết kế quá trình hành động					2	
(12) Đánh giá kết quả			1			
Tổng điểm	2	2	2	2	2	10

3.3.5. Hướng dẫn giáo viên dạy thực nghiệm

Chúng tôi tiến hành trao đổi, thảo luận và trình bày quan điểm trong việc dạy những nội dung nói trên với các GV giảng dạy TN một số điểm chính về PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit, DH theo hướng và phát triển TDPB và TDST, NL của người học, đặc biệt là việc rèn luyện và phát triển TDPB và TDST thông qua việc dạy về PT và BPT của hàm số mũ và hàm số logarit ở cấp THPT. Điều quan trọng là thông qua DH những nội dung đó, có thể vận dụng được một vài khía cạnh của các BP sư phạm đã trình bày ở chương 2 của đề tài nhằm góp phần phát triển TDPB và TDST cho HS. Một nguyên tắc cần đặt ra ở đây là: thực hiện ý đồ phát triển TDPB và TDST trong DH PT và BPT của các tiết TN phải góp phần cải thiện được chất lượng DH. Để đạt được điều đó, yêu cầu GV chú trọng phối hợp một cách nhuần nhuyễn việc rèn bồi dưỡng NL của TDPB và TDST với việc truyền thụ tri thức và rèn luyện kỹ năng toán học và hoàn thành các nhiệm vụ khác của môn học.

Khi chúng tôi đưa ra những định hướng chung về DH cho những nội dung TN sư phạm, các GV cũng đã cân nhắc và cho chúng tôi biết những khó khăn như sau: Trong SGK lớp 11, có rất ít nội dung về PT và BPT; thời gian giảng dạy cho một nội dung TN là dài; thiết kế giáo án cũng gặp những khó khăn; Khả năng tiếp thu của HS không đồng đều có sự chênh lệch lớn; số lượng HS trong lớp quá đông không. Để khắc phục những khó khăn này, chúng tôi cùng với GV TN, thống nhất một số vấn đề liên

quan đến nội dung và thiết kế tiết dạy theo chủ đề phù hợp, nhưng phải đảm bảo nguyên tắc: “Rèn luyện và phát triển TDPB và TDST phải góp phần cải thiện được chất lượng DH trên lớp”. Để giảng dạy những tri thức toán học cho các em, GV cần phải tạo tình huống có vấn đề, tùy từng hàm lượng tri thức trong mỗi tiết học, chủ đề học, mà tình huống đưa vào có thể là vấn đề bao trùm xuyên suốt một chủ đề DH, hay có thể chỉ đơn giản để giảng dạy một khái niệm, định lý, công thức toán học.

Như vậy, thiết kế các bài toán tình huống có vấn đề dụng ý sư phạm liên quan đến về PT và BPT là vấn đề then chốt của nội dung TN sư phạm, bên cạnh đó việc thiết kế bài kiểm tra để chi tiết hơn, ngoài tình huống có vấn đề hoặc tình huống thực tiễn, chúng tôi đưa thêm lý thuyết và bài toán áp dụng thực tế.

3.4. Kết quả thực nghiệm

Chúng tôi đã sử dụng PP định tính (chủ yếu qua nhận xét, đánh giá của GV, thể hiện qua các phiếu hoặc KQ phỏng vấn, qua khảo sát quan sát của tác giả, đặc biệt tập trung vào tính khả thi của BP và đánh giá các mức độ đạt được của TDPB và TDST đối với HS), kết hợp với đánh giá định lượng (xử lý số liệu từ phiếu đánh giá của GV và HS, KQ của bài kiểm tra đối với HS).

Nhiệm vụ đặt ra cho HS trong mỗi hoạt động phù hợp với khả năng tìm hiểu và xác định được vấn đề của HS, đồng thời trong QT DH chúng tôi cố gắng tạo không khí học tập thoải mái và động viên khích lệ HS, kích thích tinh thần thi đua giữa các nhóm. Vì thế, thực tế giờ DH TN trên lớp cho thấy: GV đã cuốn hút được HS tham gia các hoạt động nhận thức một cách tự nhiên, chủ động và tích cực. Đó là:

- + HS hăng hái tham gia thảo luận nhóm để thực hiện các nhiệm vụ học tập chung và khi cần vẫn tập trung, tự lực thực hiện các nhiệm vụ học tập dành cho mỗi cá nhân.
- + Các nhóm HS đã tự lực tiến hành thảo luận, nhận xét và rút ra các kết luận.
- + Khả năng hoàn thành nhiệm vụ của HS dần tăng sau mỗi tiết học. HS ghi nhớ tốt các điều đã học, có thể trình bày lại nội dung bài học theo ngôn ngữ riêng và vận dụng được những kiến thức vào thực tiễn.
- + HS chủ động hoạt động nhóm, rút ra các kết luận về vấn đề cần tìm hiểu.

Sau đây là một số đánh giá của các đối tượng TN, được phân tích từ các thông tin thu thập được thông qua phiếu khảo sát thu thập thông tin sau dạy TN và trao đổi trực tiếp với GV và HS.

3.4.1. Tính hiệu quả và khả thi của các biện pháp

Đối với việc đánh giá thông qua phiếu khảo sát là nhằm thu thập thông tin đánh giá về tính khả thi của các BP đã đề xuất để phát triển TDPB và TDST của HS THPT,

trên cơ sở đó để điều chỉnh những BP chưa phù hợp và khẳng định độ tin cậy của các BP được đánh giá.

+ Nội dung khảo sát: Các BP được đề xuất có thực sự khả thi đối với việc phát triển TDPB và TDST cho HS THPT hay không?

+ PP khảo sát: Chúng tôi xin ý kiến bằng bảng hỏi với 4 mức độ đánh giá: 1- không hiệu quả; 2 -Trung bình; 3- Khá hiệu quả; 4 -Rất hiệu quả.

+ Đối tượng khảo sát: là 20 giáo viên tổ môn toán và cán bộ quản lí THPT của hai trường như: Trường THPT NguaĐeng huyện Sanasomboon và Trường THPT Phonthong huyện Phonthong thuộc tỉnh Champasak.

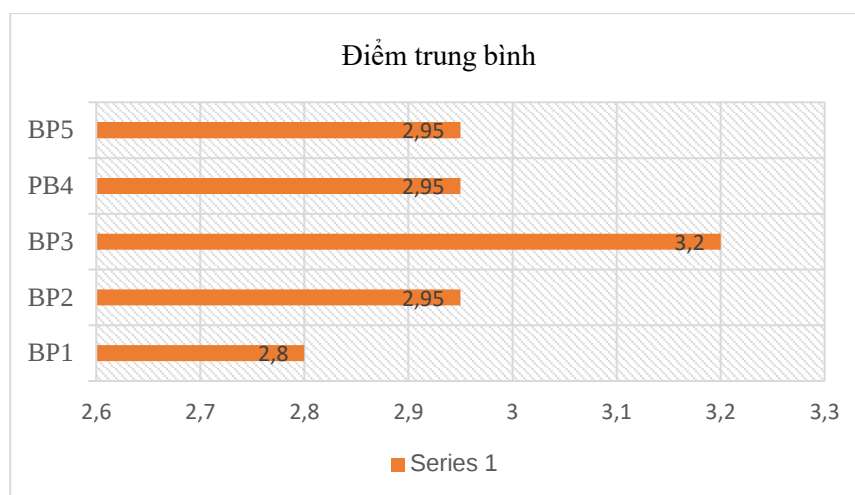
Kết quả dữ liệu khảo sát được xử lý theo giá trị trung bình, phân theo thang đánh giá như sau:

- Điểm trung bình từ $1 \leq \bar{x} \leq 1,79$ là không khả thi;
- Điểm trung bình từ $1,80 \leq \bar{x} \leq 2,59$ là trung bình;
- Điểm trung bình từ $2,60 \leq \bar{x} \leq 3,39$ là khả thi;
- Điểm trung bình từ $3,40 \leq \bar{x} \leq 4,00$ là rất khả thi.

Dưới đây là bảng kết quả ý kiến đánh giá tính khả thi của các BP

Bảng 3.2. Kết quả ý kiến đánh giá tính khả thi của các biện pháp

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ				Điểm trung bình
		Không khả thi	Trung bình	Khả thi	Rất khả thi	
BP1	Số lượng	2	4	10	4	2,80
	Tỉ lệ %	10%	20%	50%	20%	
BP 2	Số lượng	1	3	12	4	2.95
	Tỉ lệ %	5%	15%	60%	20%	
BP 3	Số lượng	0	4	8	8	3.20
	Tỉ lệ %	0%	20%	40%	40%	
BP 4	Số lượng	2	3	9	6	2.95
	Tỉ lệ %	10%	15%	45%	30%	
BP 5	Số lượng	1	3	12	4	2,95
	Tỉ lệ %	10%	15%	60%	20%	



Biểu đồ 3.3. Kết quả ý kiến đánh giá tính khả thi của các biện pháp

Trong đó:

Biện pháp 1: Tạo cơ hội cho học sinh đưa ra các phán đoán, tranh luận.

Biện pháp 2: Khuyến khích HS chia sẻ những hoài nghi tích cực thông qua các tình huống có chứa những khó khăn, sai lầm.

Biện pháp 3: Phát triển TDST cho học sinh nhờ hoạt động nhìn lại một cách toàn diện vấn đề và cách thức GQVĐ đã thực hiện, từ đó tìm ra cách thức GQVĐ mới.

Biện pháp 4: Phát triển TDST cho học sinh thông qua các hoạt động xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh khác nhau.

Biện pháp 5: Tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc thông qua nội dung phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh.

Như vậy, số liệu trong Bảng 3.2 và biểu đồ 3.3 cho thấy rằng, các BP được đánh giá ở mức độ khả thi nhất, trong đó các BP “Phát triển các thành tố của TDPB và TDST” như: BP1; BP2; BP3; BP4 và BP5 được đánh giá ở mức độ khả thi, với điểm đánh giá trung bình trong đoạn từ 2.80 đến 3.20. Điều này cho thấy, GV rất chú trọng đến hoạt động thực hành của HS, với sự phát triển của các thành tố của TDPB và TDST. Thông qua các bài toán đó, HS yêu thích Tìm hiểu; xác định và làm rõ những thông tin, sắp xếp và xử lý được tình huống có vấn đề, khơi gợi niềm đam mê tìm tòi khám phá Phản ánh về suy nghĩ trong QT DH giải PT và BPT cho HS theo hướng phát triển thành tố của TDPB và TDST cho HS.

Nhìn chung, các BP chúng tôi đề xuất trong Chương 2 có tính khả thi trong việc DH nhằm phát triển thành tố của TDPB và TDST cho HS.

Từ KQ khảo sát và phân tích đánh giá tính hiệu quả và khả thi của các BP đề xuất để phát triển thành tố của TDPB và TDST cho HS THPT, GV cần quan tâm đến việc tổ chức thực hiện của các BP.

3.4.2. Phân tích khả năng tư duy phản biện và tư duy sáng tạo của học sinh

Sau đây là một số phân tích của đối tượng tham gia TN được phân tích từ các thông tin thu thập được qua phiếu thu thập thông tin sau tiết dạy TN và trao đổi trực tiếp với GV và HS.

a) Phân tích đánh giá từ phía giáo viên

Sau khi dạy TN, GV dạy TN đánh giá tiết dạy đạt yêu cầu, cảm thấy thoải mái và không gặp nhiều áp lực; còn HS thì hứng thú với bài học. Các bài toán được GV được khai thác trong bài giảng giúp tăng sự tự tin, làm chủ giờ dạy và mang lại hiệu quả cao. Tuy nhiên, qua quan sát và nhận xét định tính, chúng tôi nhận thấy rằng TDPB và TDST của HS chưa được phát triển mạnh. Mặc dù có một số HS đã thể hiện sự hứng thú và có dấu hiệu rõ ràng của các thành tố của TDPB và TDST, nhưng nhiều HS còn hạn chế trong việc tham gia vào các hoạt động giải bài toán. Dưới đây là bảng tổng hợp KQ đánh giá khả năng TDPB và ST của HS lớp TN tại hai trường thông qua các hoạt động giải bài toán được thiết kế trong QT dạy TN.

Bảng 3.3. Phân tích đánh giá khả năng TDPB và TDST của HS lớp TN

TT	Kỹ năng thành phần	HS lớp TN trường THPT NguạĐeng		HS lớp TN trường THPT Phonthong	
		N=40	Tỉ lệ %	N=42	Tỉ lệ %
1	Tìm hiểu - xác định tình huống có VĐ	35	87,5%	35	83,33%
2	Sắp xếp và xử lý thông tin	32	80%	34	80,95%
3	Tưởng tượng ra các khả năng và kết nối các ý tưởng	29	72,5%	31	73,8%
4	Xem xét và mở rộng các hành động và ý tưởng đã biết	26	65%	27	64,28%
5	Tìm kiếm giải pháp và biến các ý tưởng thành hành động	24	60%	23	54,76%
6	Suy nghĩ về TDPB và TDST	21	52,5%	20	47,61%
7	Phản ánh về QT giải pháp	17	42,5%	18	42,85%
8	Chuyển kiến thức vào bối cảnh mới.	14	35%	13	30,95%
9	Xác định, cân nhắc và đánh giá tính logic và lý do đằng sau các lựa chọn	9	22,5%	10	23,8%
10	Rút ra kết luận và thiết kế một QT hành động	5	12,5%	6	14,28%
11	Đánh giá các ý tưởng, PP và KQ theo các tiêu chí	3	7,5%	4	9,52%

Theo số liệu trong Bảng 3.3 thì khả năng TDPB và TDST của HS hai trường còn nhiều hạn chế, nhiều HS chưa tìm hiểu và xác định được tình huống có vấn đề và sắp xếp và xử lý thông tin. Tuy nhiên, tỉ lệ số HS có thể tưởng tượng ra các khả năng và kết nối các ý tưởng ở mức độ 72,5% và 73,8% nhưng chỉ có 65% và 64,28% HS xem xét và mở rộng các hành động và ý tưởng đã biết và giải pháp. Đặc biệt là Tìm kiếm giải pháp và biến các ý tưởng thành hành động giải bài toán với tỉ lệ khoảng 60% và 54,76%, việc suy nghĩ về TDPB và TDST trong thực hiện giải bài toán chỉ khoảng 52,5% và 47,61% HS đạt được ở mức độ này, khả năng phản ánh về quy trình giải pháp bài toán nằm ở mức độ có khoảng 42,5% và 42,85%, Chuyển kiến thức vào bối cảnh mới nằm ở mức độ còn thấp, chỉ khoảng 35% và 30,95% số HS đạt được mức độ này, Xác định, cân nhắc và đánh giá tính logic và lý do cũng như quy trình được sử dụng để tìm giải pháp yếu tố này có HS đạt được với tỉ lệ 22,5% và 23,8%, Việc rút ra kết luận và thiết kế một QT thực hiện giải pháp chỉ có 12,5% và 14,28% HS đạt được, còn khả năng đánh giá các ý tưởng, PP và KQ theo các tiêu chí còn yếu chỉ có 7,5% và 9,52% HS đạt được mức độ này.

b). Phân tích đánh giá phía học sinh lớp thực nghiệm

Chúng tôi xin ý kiến của HS lớp TN bằng bảng hỏi với 4 mức độ đánh giá: 1- Yếu, kém; 2- Trung bình; 3- Tốt; 4 -Rất tốt.

Bảng sau đây cho thấy KQ đánh giá khả năng TDPB và TDST của các HS lớp TN sau khi dạy TN.

Bảng 3.4. Đánh giá khả năng TDPB và TDST của HS sau thực nghiệm

KN thành phần	HS lớp TN	Mức độ				Điểm TB
		1	2	3	4	
		Số HS/ Tỉ lệ	Số HS/ Tỉ lệ	Số HS/ Tỉ lệ	Số HS/ Tỉ lệ	
KN tìm hiểu, xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng	TTHPT NguạĐeng	12	20	6	2	1,95
	TTHPT Phonthong	11	22	5	4	2,04
KN tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động	TTHPT NguạĐeng	8	21	9	2	2,12
	TTHPT Phonthong	6	23	10	3	2,23
KN phản ánh về suy nghĩ và QT giải pháp	TTHPT NguạĐeng	7	19	12	2	2,22
	TTHPT Phonthong	5	21	14	2	2,30
KN phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình giải pháp	TTHPT NguạĐeng	6	24	6	4	2,00
	TTHPT Phonthong	9	20	8	5	2,21

Thông qua kết quả thể hiện ở bảng trên cho thấy đa số HS được hỏi ý kiến về mức độ của các thành tố KN TDPB và TDST của hai trường đều nằm trong mức độ trung bình như:

- Trường THPT NguaĐeng: Có 20 HS có KN tìm hiểu, xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng đạt được điểm trung bình là 1,95. Đối với 21 HS đạt được KN tạo ra ý tưởng, KN và thực hiện giải pháp bài toán đạt được điểm trung bình là 2,12. Trong đó, có 19 HS có thể phản ánh về suy nghĩ và thực hiện được QT giải pháp đạt được điểm trung bình là 2,22. Và có đa số 24 HS, cho rằng bản thân mình có KN phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình giải pháp đạt được điểm trung bình là 2,00.

- Trường THPT Phonthong: Có 22 HS có KN tìm hiểu, xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng đạt được điểm trung bình là 2,04. Đối với 23 HS đạt được KN tạo ra ý tưởng, KN và thực hiện giải pháp bài toán đạt được điểm trung bình là 2,23. Trong đó, có 21 HS có thể phản ánh về suy nghĩ và thực hiện được QT giải pháp đạt được điểm trung bình là 2,30. Và có đa số 20 HS, cho rằng bản thân mình có KN phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình giải pháp đạt được điểm trung bình là 2,21.

Kết quả định tính và định lượng trình bày ở bảng 3.3 và 3.4 phản ánh khá sát với các biểu hiện cụ thể của TDPB và TDST đã được xác lập trong Bảng 1.5. Chẳng hạn:

* Với nhóm biểu hiện thuộc thành phần "Tìm hiểu – xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng" (biểu hiện 1–3), tỉ lệ HS đạt mức độ trung bình trở lên dao động từ khoảng 65%–87,5% (bảng 3.3) và điểm trung bình từ 1,95 đến 2,04 (bảng 3.4). Điều này cho thấy HS có sự cải thiện ở việc đặt câu hỏi, xác định khái niệm chính và tổ chức thông tin, dù vẫn còn hạn chế về chiều sâu phân tích.

* Với nhóm "Tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động" (biểu hiện 4–6), dữ liệu thực nghiệm cho thấy khoảng 54%–73% HS có thể tưởng tượng và kết nối các ý tưởng khác nhau, tuy nhiên việc biến ý tưởng thành hành động mới chỉ dừng lại ở mức hơn 50%. Điều này phù hợp với nhận định rằng HS đã có dấu hiệu phát triển năng lực lựa chọn, thử nghiệm phương pháp nhưng chưa đạt đến mức linh hoạt và sáng tạo cao.

* Thành phần "Phản ánh về suy nghĩ và quá trình" (biểu hiện 7–9), tỉ lệ đạt chỉ từ 30% đến 52%, cho thấy HS gặp nhiều khó khăn trong việc tự đánh giá, chuyển hóa

kiến thức sang bối cảnh mới hay phản ánh sâu sắc quá trình giải toán. Điều này xác thực nhận định rằng mức độ "siêu nhận thức" và khả năng phản tư trong quá trình học còn yếu, cần có sự hỗ trợ từ GV để phát triển qua các tình huống có định hướng.

* Cuối cùng, với nhóm biểu hiện thuộc "Phân tích, tổng hợp và đánh giá lý luận – quy trình" (biểu hiện 10–12), tỉ lệ HS đạt yêu cầu còn rất thấp (dưới 25%), đặc biệt là ở khả năng rút ra kết luận, đánh giá các thủ tục và kết quả. Kết quả này hoàn toàn phù hợp với mô tả mức độ thấp nhất trong bảng 1.5, cho thấy HS chưa có khả năng lý luận chặt chẽ, đánh giá hiệu quả và phản biện các cách giải.

Như vậy, việc đối chiếu giữa dữ liệu thực nghiệm và hệ thống biểu hiện của TDPB và TDST cho thấy sự thay đổi năng lực của HS tuy có chuyển biến tích cực ở một số biểu hiện cơ bản, nhưng còn hạn chế rõ rệt ở các biểu hiện yêu cầu tư duy bậc cao. Điều này xác nhận tính phù hợp và giá trị của bộ tiêu chí biểu hiện trong Bảng 1.5 khi được sử dụng làm căn cứ đánh giá hiệu quả phát triển năng lực tư duy của HS trong học Toán.

3.4.3. Phân tích kết quả thực nghiệm

3.5.3.1. Phân tích định lượng

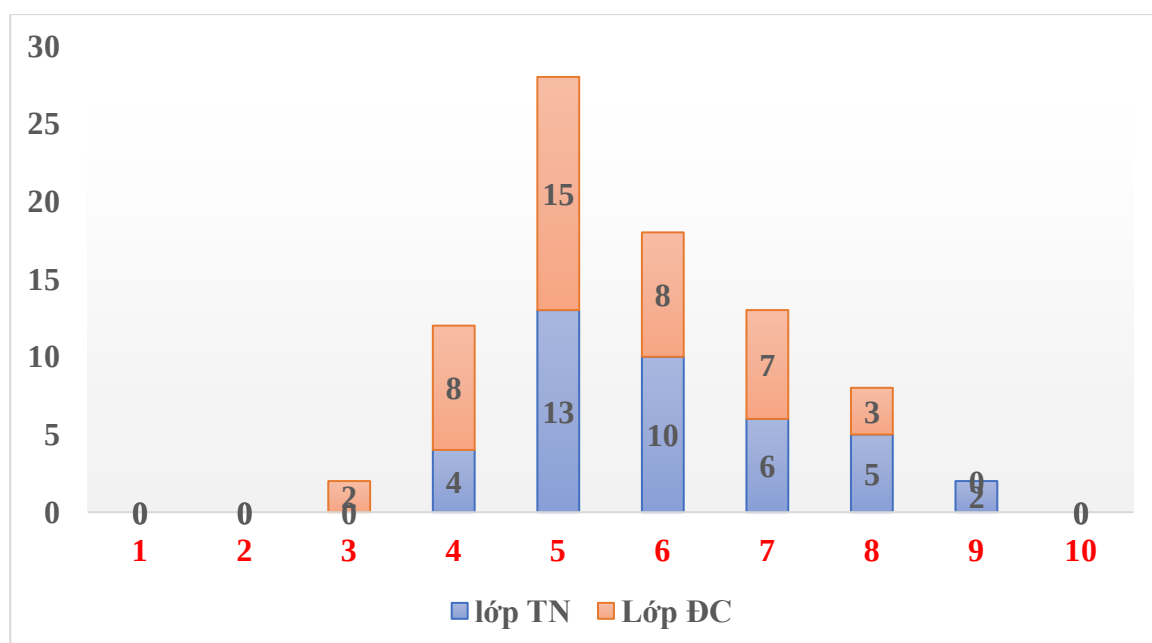
Ngoài việc đánh giá định tính kết quả thực hiện nhiệm vụ qua bài kiểm tra trong đợt thực nghiệm của lớp TN và lớp ĐC, chúng tôi sử dụng các dữ liệu từ bài kiểm tra đầu ra làm cơ sở xử lý và đánh giá. Bảng 3.5 trình bày kết quả kiểm tra của HS.

Bảng 3.5. Phân bố tần số kết quả của bài kiểm tra lớp thực nghiệm và lớp đối chứng

TT	TTHPT NguaĐeng				TTHPT Phonthong			
	Lớp TN		Lớp ĐC		Lớp TN		Lớp ĐC	
Điểm số	Tần số xuất hiện	Tổng điểm	Tần số xuất hiện	Tổng điểm	Tần số xuất hiện	Tổng điểm	Tần số xuất hiện	Tổng điểm
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	2	6	0	0	5	15
4	4	16	8	32	5	20	8	32
5	13	65	15	75	14	70	12	60
6	10	60	8	48	9	54	10	60

TT	TTHPT NguaĐeng				TTHPT Phonthong			
	Lớp TN		Lớp ĐC		Lớp TN		Lớp ĐC	
7	6	42	7	49	9	63	6	42
8	5	40	3	24	4	32	3	24
9	2	18	0	0	1	9	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
Tổng số	40 (HS)	241 (Điểm)	43 (HS)	234 (Điểm)	42 (HS)	248 (Điểm)	44 (HS)	233 (Điểm)
Điểm TB	6,02		5,44		5,9		5,29	
Phương sai mẫu	1,87		1,68		1,64		1,98	
Độ lệch chuẩn	1.36		1,29		1,28		1,40	

Có thể trực quan các số liệu bằng các biểu đồ phân bố tần số điểm của cặp lớp TN - lớp ĐC của trường THPT NguaĐeng và trường THPT Phonthong như sau:



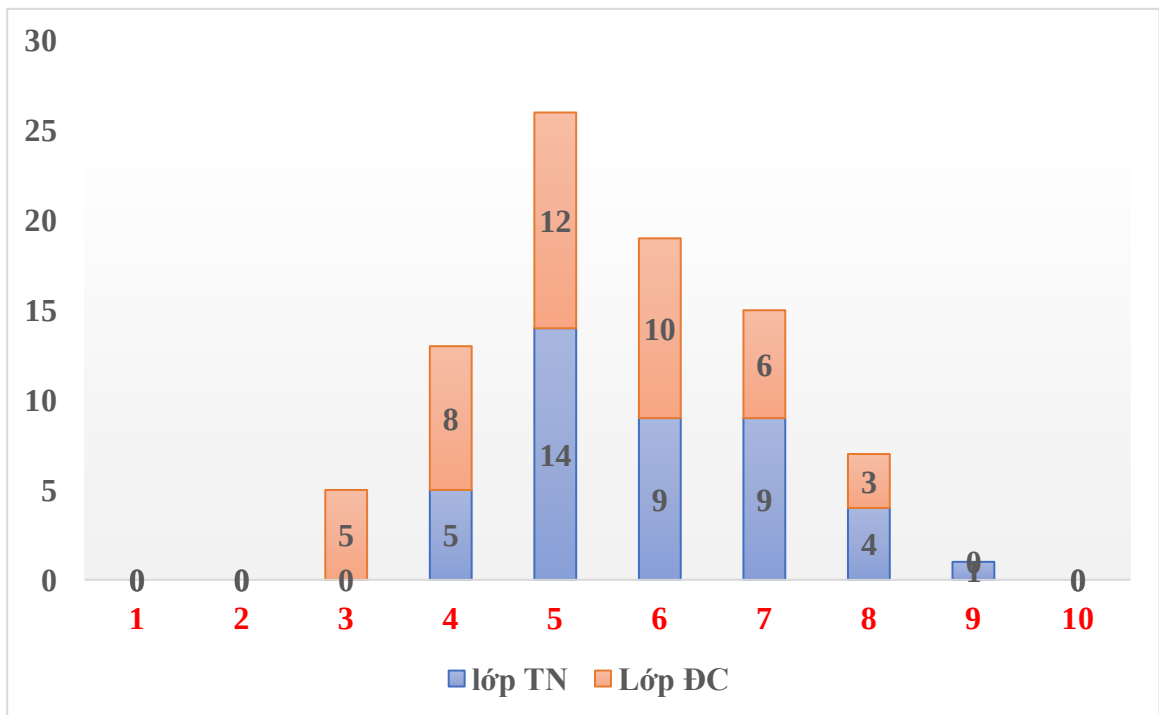
Biểu đồ 3.4. Phân bố tần số điểm bài kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường THPT NguaĐeng

KQ trong bảng trên của trường THPT NguaĐeng cho thấy điểm trung bình của bài kiểm tra đầu ra của lớp TN chỉ cao hơn so với điểm trung bình của lớp ĐC (cao hơn 0,58 điểm), có HS đạt KQ khá cao 8/10 điểm; độ lệch chuẩn bài kiểm tra lớp ĐC

so với bài kiểm tra lớp TN thấp hơn (giảm từ 1,36 xuống còn 1,29). Để khẳng định lại KQ trên, chúng tôi tiến hành kiểm định giả thuyết H_0 là chất lượng đầu ra của hai lớp là tương đương đối với là $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$

$$\text{Ta có: } |\theta_{TN}| = \frac{|6,02 - 5,44|}{\sqrt{\frac{1,87}{40} + \frac{1,68}{43}}} = 2,00 > 1,96 = \theta_{TB}$$

KQ trên cho phép bác bỏ giả thuyết H_0 hay nói cách khác việc DH phát triển TDPB và TDST ở lớp TN có hiệu quả và giúp nâng cao KQ học tập của HS tốt hơn PP DH ở lớp ĐC.



Biểu đồ 3.5. Phân bố tần số điểm bài kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường THPT Phonthong

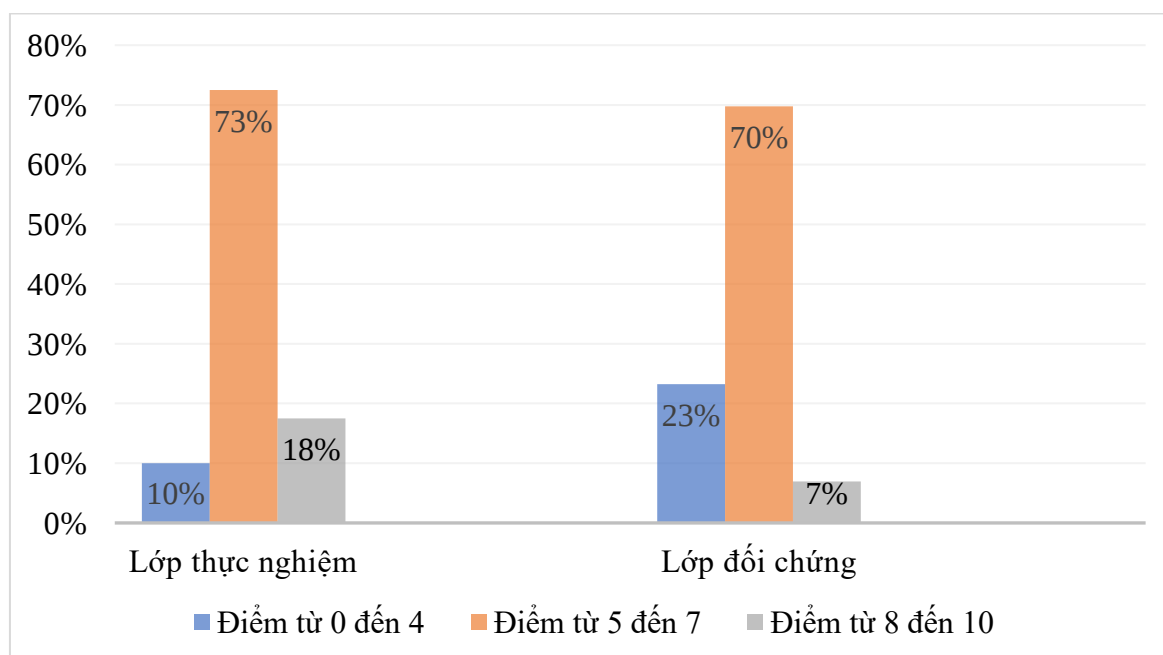
Còn trường THPT Phonthong, KQ cho thấy điểm trung bình của bài kiểm tra đầu ra của lớp TN cũng cao hơn so với điểm trung bình của lớp ĐC (cao hơn 0,61 điểm), có HS đạt KQ khá cao 8/10 điểm; độ lệch chuẩn bài kiểm tra lớp ĐC so với bài kiểm tra lớp TN thấp hơn (giảm từ 1,40 xuống còn 1,28). Để khẳng định lại KQ trên, tác giả luận án tiến hành kiểm định giả thuyết H_0 là chất lượng đầu ra của hai lớp là tương đương đối với là $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$.

$$\text{Ta có: } |\theta_{TN}| = \frac{|5,9 - 5,29|}{\sqrt{\frac{1,64}{42} + \frac{1,98}{44}}} = 2,17 > 1,96 = \theta_{TB}$$

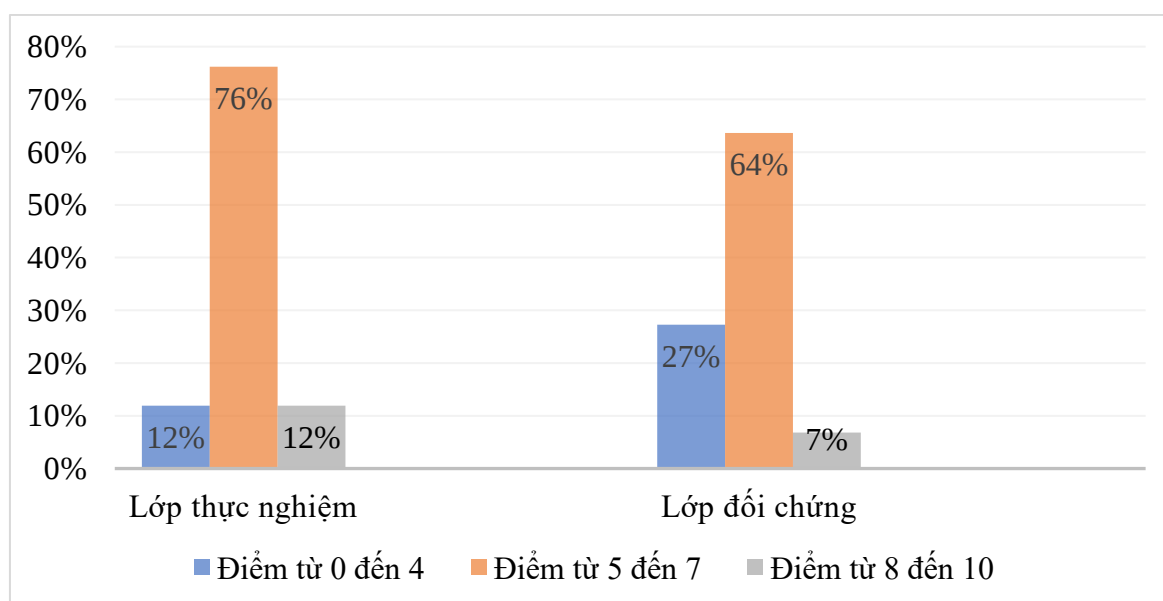
KQ trên cho phép bác bỏ giả thuyết H_0 hay nói cách khác việc DH phát triển TDPB và TDST ở lớp TN có hiệu quả và giúp nâng cao KQ học tập của HS tốt hơn PP DH ở lớp ĐC.

Bảng 3.6. Phân bố tần số (ghép lớp) kết quả của bài kiểm tra lớp TN và lớp ĐC

TT	Lớp	Số HS	Số bài kiểm tra đạt điểm tương ứng và tỷ lệ điểm số của bài kiểm tra		
			0-4	5-7	8-10
TTHPT NguaĐeng	TN	40	4	29	7
			10%	72,5%	17,5%
	ĐC	43	10	30	3
			23,25%	69,76%	6,97%
TTHPT Phonthong	TN	42	5	32	5
			11,90%	76,19%	11,90%
	ĐC	44	12	28	3
			27,27%	63,63%	6,81%



Biểu đồ 3.6. Phân bố tần suất điểm kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường NguaĐeng



Biểu đồ 3.7. Phân bố tần suất điểm kiểm tra lớp TN và lớp ĐC trường Phonthong

Xem xét vào bài kiểm tra TN, có thể thấy được KN TDPB và TDST vào việc tổ chức dạy theo hướng phát triển TDPB và TDST thông qua DH khái niệm, định lý, quy tắc PT và BPT, khả năng Phản ánh về suy nghĩ trong QT DH giải PT và BPT cho HS theo hướng phát triển thành tố của TDPB và TDST của HS còn hạn chế, thể hiện ở các mức độ trung bình. Tuy nhiên, có thể thấy là KQ bài kiểm tra của lớp TN đạt điểm trung bình của trường NguạĐeng chỉ cao hơn lớp đối chứng với tỷ lệ (cao hơn 2.74%), còn KQ bài kiểm tra của lớp TN đạt điểm trung bình của trường Phonthong cao hơn lớp ĐC với tỷ lệ khoảng 13%. Vì vậy, có thể khẳng định hiệu quả của PP DH trong việc phát triển TDPB và TDST cho HS thông qua DH PT và BPT.

KQ từ các bảng và biểu đồ, cùng với hoạt động của HS, cho thấy lớp TN nhờ được rèn luyện các kỹ năng liên quan đến TDPB và TDST, đã được nâng lên rõ rệt KN TD. Trong khi đó, lớp ĐC, có trình độ ngang bằng lớp TN nhưng sử dụng PP giảng dạy thông thường, chưa phát triển được TDPB và TDST cho HS trong QT tìm hiểu, xác định, khám phá và sắp xếp thông tin, tạo ý tưởng, phản ánh suy nghĩ và QT GQVĐ, phân tích, tổng hợp và đánh giá giải pháp. Điều này chứng tỏ rằng việc tổ chức các tình huống DH theo PP phát triển TDPB và TDST trong DH PT và BPT sẽ kích thích tính tích cực học tập của HS, giúp các em vận dụng kiến thức vào giải quyết các bài toán thực tiễn, từ đó KQ học tập được tốt hơn. Tuy nhiên, lớp TN vẫn còn một số HS đạt điểm thấp, cho thấy mặc dù PP mới hiệu quả, nhưng việc tác động đến những HS này chưa đủ mạnh, dẫn đến KQ cá nhân chưa có nhiều cải thiện. Do đó, GV cần có BP hỗ trợ thêm, như yêu cầu cụ thể, gợi ý, định hướng và theo sát HS trong suốt QT DH.

3.5.3.2. Phân tích định tính

Trong QT TN sư phạm, chúng tôi theo dõi quan sát, ghi chép cẩn thận các hoạt động của HS. Kết thúc mỗi tiết dạy, chúng tôi tiến hành thảo luận để rút kinh nghiệm, lắng nghe những chia sẻ của các HS, đặc biệt là sự hứng thú học tập của HS trong tiết TN. Đối với lớp TN, chúng tôi tổ chức giảng dạy theo giáo án riêng, được thiết kế giáo án theo hướng dẫn chúng tôi, cùng với việc áp dụng các BP sư phạm ở chương 2 và việc DH theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS đã phát huy được thể mạnh của từng cá nhân. Lớp học ĐC, tiến hành các hoạt động giảng dạy bình thường. Trong suốt QT TN, chúng tôi nhận thấy, không khí sôi động trong các lớp TN, các em hứng thú hơn trong việc học tập, các nhóm chủ động trong HĐ tìm hiểu, phân tích và giải bài toán có các tình huống đặt ra, thảo luận sôi nổi các trường hợp xảy ra của nó. Tuy nhiên, HS cả lớp TN và ĐC cũng gặp những khó khăn như: tìm hiểu, xác định, khám phá và sắp xếp thông tin và ý tưởng, tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động, phản ánh về suy nghĩ và QT giải pháp và phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình giải pháp lại còn nhiều hạn chế.

Như vậy, về mặt định tính nêu trên cho thấy KQ của tiết dạy thông thường và tiết dạy theo giáo án TN. KQ cho thấy, HS lớp TN đã chủ động tham gia đặt câu hỏi và tích cực tham gia các hoạt động học tập trong lớp học.

Nhận định chung cho thấy, điều khó khăn nhất cần và có thể vượt qua nếu ý tưởng này được triển khai về sau là tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc thông qua nội dung PT và BPT theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS, khuyến khích chia sẻ những hoài nghi tích cực thông qua các tình huống có chứa những khó khăn, sai lầm và phản ánh về suy nghĩ trong quá trình dạy học giải PT và BPT cho HS theo hướng phát triển thành tố của TDPB và TDST cho HS, để cùng một lúc đạt được nhiều mục đích DH như đề tài đã đặt ra. Mặt khác cho thấy việc phát TDPB và TDST của HS trong DH nếu tổ chức hợp lý thì đó là việc làm bình thường, không gây tâm lý nặng nề, không tạo áp lực cho GV và HS. Trong DH môn Toán có thể phát triển được TDPB và TDST của HS theo các thành tố của TDPB và TDST như đề tài đã đề xuất.

Theo KQ thể hiện trước TN và sau TN của HS trường THPT NguaĐeng và trường THPT Phonthong, cho thấy sự chênh lệch giữa các thành tố phát triển TDPB và TDST của HS không lớn nhưng HS rất hứng thú khi thực hiện hoạt động này. Các thành phần của TDPB và TDST của HS có sự phát triển, cụ thể như sau:

- *KN tìm hiểu, xác định, khám phá, sắp xếp thông tin và ý tưởng* (Biểu hiện 1–3): Trước TN, cho thấy những hạn chế trong việc tìm hiểu - xác định tình huống có vấn đề; sắp xếp và xử lý những thông tin ý tưởng toán học, nhiều HS chưa thực hiện tốt. Sau khi TN cho thấy HS đạt được và thực hiện việc tìm hiểu - xác định tình huống có vấn đề; sắp xếp và xử lý những thông tin ý tưởng toán học tốt hơn. Điều này cho thấy việc tìm hiểu - xác định tình huống có vấn đề; sắp xếp và xử lý những thông tin ý tưởng toán học cần được chú ý rèn luyện hơn nữa trong QT giải bài toán.

- *KN tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động* (Biểu hiện 4–6): KQ cho thấy, trước TN HS có thể tạo ra các khả năng và kết nối các ý tưởng toán học, xem xét và mở rộng các hành động và ý tưởng đã biết nhưng chưa tìm kiếm giải pháp và biến các ý tưởng toán học thành các hoạt động giải bài toán được. Sau khi TN số HS có thể tưởng tượng ra các khả năng và kết nối các ý tưởng, xem xét và mở rộng các hành động và ý tưởng đã biết vào giải các bài toán khác và tìm kiếm được các giải pháp và biến các ý tưởng thành QT giải bài toán. Điều này cho thấy, HS có KN tạo ra ý tưởng, khả năng và hành động, đề xuất được cách thức thực hiện, và tìm ra các giải pháp giải bài toán.

- *KN phản ánh về suy nghĩ và quá trình giải pháp* (Biểu hiện 7–9): Trước TN cho thấy, những hạn chế chỉ suy nghĩ về TDPB và TDST, nhưng việc phản ánh về QT giải pháp và chuyển kiến thức vào bối cảnh mới chưa thực hiện được tốt. Sau khi TN cho thấy, sự chênh lệch đối với việc suy nghĩ về TDPB và TDST, phản ánh về QT giải pháp và có thể chuyển kiến thức vào giải các bài toán khác. Điều này cho thấy HS hứng thú khi thực hiện hoạt động tìm hiểu, khám phá và đưa vào bài toán và bối cảnh mới.

- *KN phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình giải pháp* (Biểu hiện 10–12): Trước khi TN cho thấy, trong việc xác định, cân nhắc và đánh giá tính logic và lý do đằng sau các lựa chọn, Rút ra kết luận và thiết kế một QT hành động và đánh giá các ý tưởng, PP và KQ theo các tiêu chí của HS còn nhiều hạn chế. Một trong những nguyên nhân là do HS chưa được luyện tập nhiều. Việc KN phân tích, tổng hợp, đánh giá lý luận, quy trình giải pháp là khó đối với HS. Sau khi TN kết quả cho thấy, sự chênh lệch cũng không lớn về số HS có thể xác định, cân nhắc và đánh giá tính logic và lý do, rút ra kết luận và thiết kế một QT hành động và đánh giá các ý tưởng, PP và KQ theo các tiêu chí

Ngoài các kỹ năng TDPB và TDST trong việc giải quyết bài toán toán học, HS lớp thực nghiệm cũng có sự tiến bộ đáng kể trong việc vận dụng lập luận, phản biện và sáng tạo để xử lý các vấn đề gắn liền với đời sống thực tiễn.

- Về lập luận và phản biện trong thực tiễn (Biểu hiện 10–12) : Trước TN, HS còn gặp khó khăn trong việc đưa ra lập luận chặt chẽ để bảo vệ quan điểm của mình hoặc phản biện lại các ý kiến khác khi thảo luận về các vấn đề thực tế. Sau TN, với việc được khuyến khích đặt câu hỏi, tranh luận và phân tích các tình huống toán học có liên hệ thực tiễn, HS đã có sự cải thiện rõ rệt. Các em thể hiện khả năng tư duy biện chứng khi đánh giá một vấn đề từ nhiều góc độ khác nhau, biết cách sử dụng dữ kiện thực tế để củng cố lập luận của mình và phản biện các quan điểm chưa chặt chẽ. Điều này không chỉ giúp HS học toán tốt hơn mà còn rèn luyện năng lực tư duy logic, khả năng trình bày và bảo vệ ý kiến trong các tình huống đời sống.

- Về sáng tạo trong GQVĐ thực tiễn (Biểu hiện 4-6-9): Trước TN, nhiều HS chưa quen với việc vận dụng kiến thức toán học để GQVĐ thực tế và thường chỉ áp dụng các phương pháp đã học một cách máy móc. Tuy nhiên, sau TN, HS lớp TN đã có sự chuyển biến tích cực trong việc tư duy linh hoạt và sáng tạo hơn khi đối mặt với các bài toán thực tiễn. Các em không chỉ sử dụng những công thức, phương pháp có sẵn mà còn biết cách kết hợp nhiều cách tiếp cận khác nhau để tìm ra những giải pháp mới. Điều này thể hiện rõ qua các bài tập ứng dụng, khi HS đưa ra nhiều cách tiếp cận khác nhau, đề xuất các phương án giải quyết sáng tạo và biết cách liên hệ với các vấn đề xã hội, kinh tế, môi trường.

Kết quả thực nghiệm không chỉ cho thấy sự phát triển của HS về khả năng tìm hiểu, phân tích và giải quyết bài toán toán học mà còn phản ánh sự tiến bộ trong kỹ năng lập luận, phản biện và sáng tạo khi xử lý các vấn đề thực tiễn. Điều này chứng tỏ rằng, nếu được tổ chức hợp lý, việc phát triển TDPB và TDST trong dạy học toán không chỉ giúp HS nâng cao năng lực toán học mà còn trang bị cho các em những kỹ năng quan trọng để thích ứng và GQVĐ trong cuộc sống.

Do đó, chúng tôi đánh giá rằng HS lớp thực nghiệm, khi được tác động bởi các biện pháp đề xuất trong Chương 2, đã có sự phát triển rõ rệt về TDPB và TDST. Đồng thời, kết quả học tập toán học của các em cũng được nâng cao đáng kể.

Kết luận chương 3

Mục đích của thực nghiệm sư phạm là kiểm chứng tính khả thi và tính hiệu quả của việc rèn luyện và phát triển TDPB và TDST thông qua việc vận dụng phối hợp năm biện pháp dạy học đã được đề xuất trong luận án. Thực nghiệm được tiến hành một lần trong năm học 2023 – 2024 tại hai trường THPT Phonthong và THPT NguaĐeng, thuộc tỉnh Champasak, CHDCND Lào. Với 2 bài dạy thực nghiệm trên 2 lớp trong đó có 1 lớp thực nghiệm và 1 lớp đối chứng.

Các bài học lớp thực nghiệm được tổ chức trên cơ sở vận dụng 5 biện pháp đã đề xuất và trình bày ở chương 2.

Kết quả thực nghiệm cho thấy:

- Thông qua việc tổ chức tình huống và các hoạt động học tập cho HS, HS có thái độ học tập tích cực hơn.
- Các giờ học được tổ chức tạo ra được không khí sôi nổi vì HS hào hứng học tập, suy nghĩ, thảo luận hơn. Các giáo án có tiến trình dạy học phù hợp nên có thuận lợi trong tổ chức thực hiện.
- Kết quả học tập của các lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng, HS lớp thực nghiệm thể hiện được độ bền vững, sâu sắc của kiến thức hơn so với HS lớp đối chứng. Qua đó cho thấy các biện pháp đã đề xuất có tính khả thi và hiệu quả bước đầu.
- Kết quả của phân tích định lượng cho thấy giả thuyết của dạy học các đợt thực nghiệm là có thể chấp nhận được.

KẾT LUẬN

Các nhiệm vụ nghiên cứu đã được thực hiện và những kết quả chính đạt được như sau:

1. Tổng quan cơ sở lý luận:

Luận án đã hệ thống hóa và phân tích một số quan điểm về TDPB, TDST, năng lực TDPB và TDST; các hoạt động dạy học có khả năng phát triển hai loại tư duy này trong môn Toán nói chung và trong dạy học PT, BPT nói riêng. Qua đó, luận án cũng đã làm rõ mối quan hệ giữa TDPB và TDST, đồng thời chỉ ra sự cần thiết phải tăng cường rèn luyện và phát triển hai loại tư duy này cho HS THPT nước CHDCND Lào trong quá trình tổ chức dạy học môn Toán.

2. Đề xuất hệ thống biện pháp sư phạm:

Trên cơ sở lý luận về phát triển TDPB và TDST, kế thừa kinh nghiệm quốc tế (đặc biệt là Việt Nam), gắn với thực tiễn giáo dục tại Lào, luận án đã đề xuất năm biện pháp dạy học theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS THPT trong quá trình dạy học PT và BPT, cụ thể là:

Biện pháp 1: Tạo cơ hội cho học sinh đưa ra các phán đoán và tham gia tranh luận.

Biện pháp 2: Khuyến khích học sinh chia sẻ những hoài nghi tích cực thông qua các tình huống chứa đựng khó khăn, sai lầm.

Biện pháp 3: Phát triển TDST cho HS thông qua hoạt động nhìn lại toàn diện vấn đề và cách giải đã thực hiện, từ đó tìm ra cách giải quyết mới.

Biện pháp 4: Phát triển TDST cho học sinh thông qua hoạt động xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh khác nhau.

Biện pháp 5: Tổ chức dạy học khái niệm, định lý, quy tắc thông qua nội dung phương trình và bất phương trình theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS.

Các biện pháp này có mối liên hệ chặt chẽ với nhau và cần được triển khai một cách đồng bộ, hệ thống trong toàn bộ quá trình dạy học, cũng như trong từng bài học cụ thể.

3. Thực nghiệm sư phạm và kiểm chứng hiệu quả:

Tính khả thi và hiệu quả bước đầu của các biện pháp đề xuất đã được kiểm chứng thông qua thực nghiệm sư phạm tại hai trường THPT nước CHDCND Lào trong năm học 2023–2024.

Kết quả phân tích định tính và định lượng cho thấy các biện pháp này có tính khả thi và hiệu quả rõ rệt. Chúng phù hợp với chương trình, SGK hiện hành và thực tiễn dạy học ở các trường THPT; đồng thời, phù hợp với định hướng đổi mới GD phổ thông của CHDCND Lào trong giai đoạn phát triển mới.

Từ những kết quả trên, có thể rút ra các kết luận sau:

+ Phát triển năng lực và phẩm chất người học, đặc biệt là năng lực tư duy, là mục tiêu cốt lõi của quá trình đổi mới GD, nhất là GD toán học, phù hợp với xu hướng đổi mới GD quốc tế trong bối cảnh hội nhập của nước CHDCND Lào ở những thập kỷ đầu thế kỷ XXI.

+ Rèn luyện và phát triển TDPB và TDST cho HS một cách thường xuyên, chủ động, phù hợp với nhận thức theo từng giai đoạn, gắn với chương trình và SGK, trong đó nhấn mạnh vai trò chủ thể tích cực của HS, chính là cách tiếp cận hợp lý và hiệu quả để thực hiện mục tiêu đổi mới GD nêu trên.

+ Hệ thống 5 biện pháp đề xuất trong luận án, khi được thực hiện đồng bộ và có hệ thống, đã chứng minh được tính khả thi và hiệu quả qua thực nghiệm. Đây có thể được coi là những gợi ý thiết thực và có cơ sở khoa học – thực tiễn cho các hoạt động dạy học môn Toán trong bối cảnh đổi mới GD nước CHDCND Lào.

Từ đó, có thể khẳng định cơ sở lý luận và thực tiễn đủ độ tin cậy để xác nhận giả thuyết khoa học của luận án. Việc nghiên cứu vấn đề rèn luyện và phát triển tư duy cho HS, cùng với cách tiếp cận và hệ thống biện pháp cụ thể được trình bày trong luận án, có thể trở thành những định hướng giá trị và có tính khả thi trong công cuộc đổi mới GD toán học của nước CHDCND Lào, hướng tới các mục tiêu cốt lõi của GD thế kỷ XXI.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ CÔNG BỐ LIÊN QUAN ĐẾN ĐỀ TÀI

1. Thongdeng Pathoumma, Do Thi Trinh. (2024): Fostering Critical and Creative Thinking through Mathematics Instruction in High Schools in the Lao People's Democratic Republic. Pakistan Journal of Life and Social Sciences www.pjlss.edu.pk. Pak. j. life soc. Sci. (2024), 22(2): 20475-20485 E-ISSN: 2221-7630;P-ISSN: 1727-4915
<https://doi.org/10.57239/PJLSS-2024-22.2.00155>
2. Thongdeng Pathoumma, Đỗ Thị Trinh. (2024): Dạy học phương trình và bất phương trình ở trường trung học phổ thông nước cộng hòa dân chủ nhân dân Lào theo hướng phát triển tư duy phản biện cho học sinh. Journal of Education Management, 2024, Vol. 16, No. 8, pp. 124-134. DOI: 10.53750/jem24.v16.n8.124
3. Thongdeng Pathoumma, Đỗ Thị Trinh. (2025): Dạy học phương trình và bất phương trình ở trường trung học phổ thông nước Cộng Hòa Dân Chủ Nhân Dân Lào theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh. Journal of Education Management, 2025, Vol. 17, No. 6, pp. 182-188. DOI: 10.53750/jem25.v17.n6.182

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng Việt

- [1] Albert Rutherford (2019), *Rèn luyện tư duy phản biện*, NXB Phụ nữ Việt Nam, Hà Nội.
- [2] Ammone Phomphiban(2022), “*Dạy học Đại số ở trường trung học phổ thông nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào theo hướng phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh*”, Luận án tiến sĩ khoa học giáo dục. Thái Nguyên
- [3] Hoàng Chúng (1969), *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [4] Nguyễn Gia Cầu (2013), “*Bồi dưỡng, phát triển năng lực tư duy phản biện cho học sinh trong quá trình dạy học*”, Tạp chí Giáo dục (13).
- [5] Nguyễn Thiện Chí (2018), “*Dạy học giải một số dạng Toán số học theo hướng rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh khá, giỏi lớp 8, 9 ở trường trung học cơ sở*”, Tạp chí Giáo dục, 440, 40-43.
- [6] Phan Thị Kim Chi- Nguyễn Dương Hoàng (2019), “*Một số biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học giải toán hình học không gian*”, Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt tháng 12/2019, tr 166-170.
- [7] Cruchetxki V. A. (1980), *Những cơ sở của Tâm lý học sư phạm*, Tập 1, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [8] Cruchetxki .V. A. (1981), *Những cơ sở của tâm lý học sư phạm*, Tập 2, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [9] Vũ Dũng (2008), *Từ điển Tâm lý học*, NXB Từ điển bách khoa, Hà Nội.
- [10] Edward de Bono (2017), *Lateral Thinking (Tư duy đa chiều)*, Hải Yến dịch, Nxb Thế giới.
- [11] Lê Tấn Huỳnh Cẩm Giang (2011), *Tư duy phản biện - Critical Thinking*, Viện Nghiên cứu giáo dục.
- [12] Đặng Thị Thu Huệ (2019), *Dạy học môn Toán theo hướng phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh trung học cơ sở*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [13] Lê Văn Hồng, Lê Ngọc Lan, Nguyễn Văn Thành (2008), *Tâm lí học lứa tuổi và tâm lí học sư phạm, dùng cho các trường Đại học Sư phạm và Cao đẳng sư phạm*, NXB Thế giới.

- [14] Ngô Vũ Thu Hằng (2018), “*Giáo dục tư duy phê phán cho học sinh để nâng cao hiệu quả giáo dục phổ thông*”, Tạp chí Khoa học, Đại học Quốc gia Hà Nội, tập 34, số 1, tr 58 - 63.
- [15] Phạm Minh Hạc (1992), *Một số vấn đề tâm lý học*, NXB Giáo dục.
- [16] Trần Bá Hoàn (2004), *Đổi mới cách viết sách giáo khoa bậc trung học phổ thông, Kỷ yếu Hội thảo khoa học sách giáo khoa trong xã hội hiện đại*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội - Viện nghiên cứu Sách giáo khoa quốc tế Georg Eckert, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [17] Nguyễn Đức Huy (2022). “*Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề hàm số*”. Tạp chí Khoa học Giáo dục, số 196, tr. 33–37.
- [18] J. B. Baron, R. J. Sternberg (2000), *Dạy kỹ năng tư duy*, Lý luận và thực tiễn, Dự án Việt-Bỉ.
- [19] Jab Vongthavy (2007), *Rèn luyện tư duy thuật toán và tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học phương trình lượng giác ở lớp 11 nước Cộng hòa dân chủ nhân dân Lào*, luận văn Thạc sỹ PPDH Toán, Trường ĐHSP Hà Nội.
- [20] John Naibitt (2009), *Lối tư duy của tương lai, 11 lối tư duy thay đổi cách nhìn nhận - và sáng tạo - tương lai*, NXB Lao động xã hội, Hà Nội.
- [21] Nguyễn Bá Kim và cộng sự (2017), *Phương pháp dạy học môn Toán*. Hanoi: The HNUE Publishing House, 2017.
- [22] Trần Kiều (2018). *Dạy học phát triển năng lực trong giáo dục phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [23] Nguyễn Thị Kiều (2020), “*Phát triển năng lực tư duy phản biện cho học sinh tiểu học trong dạy học môn toán*”, Tạp chí giáo dục, số 471 (kì 1 - 2/2020), tr 36-41
- [24] Khăm Khoong (2005), *Phát triển tư duy sáng tạo thông qua giải quyết vấn đề Đại số lớp 10 theo chương trình của nước CHDCND Lào*, luận văn Thạc sỹ PPDH Toán, Trường ĐHSP - Đại học Huế.
- [25] Phan Thị Luyến (2007), *Rèn luyện tư duy phê phán của học sinh qua dạy học chủ đề PT và BPT ở THPT*, Tạp chí Khoa học Giáo dục số 27 (12-2007), Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [26] Phan Thị Luyến (2008), *Rèn luyện tư duy phê phán cho học sinh trung học phổ thông qua dạy học chủ đề phương trình và bất phương trình*, Luận án tiến sĩ giáo dục học, Viện khoa học giáo dục Việt Nam.

- [27] Trần Luận (1996), *Vận dụng tư tưởng sư phạm của G. Polya xây dựng nội dung và phương pháp dạy học trên cơ sở hệ thống bài tập theo chủ đề nhằm phát huy năng lực sáng tạo của HS chuyên toán cấp II*, Luận án Tiến sĩ giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [28] Trần Thị Bích Liễu (2013), *Giáo dục phát triển năng lực sáng tạo*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [29] Lerner (1977), *Dạy học nêu vấn đề*, NXB Giáo Dục, Hà Nội.
- [30] Đỗ Ngọc Miên (2014), *Phát triển một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh tiểu học*, Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [31] Nguyễn Thị Trúc Minh (2022), “*Một số biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh tiểu học trong dạy học giải toán có nội dung hình học*”, Tạp chí Giáo dục (2022), 22(2), 13-16.
- [32] Phạm Thị My (2024), *Biện pháp phát triển tư duy phản biện thông qua dạy học môn Toán cho sinh viên Trường Đại học Hải Dương*, Tạp chí Thiết bị Giáo dục số 2 - 327 (12/2024).
- [33] Nguyễn Thị Kiều Nga (2019), “*Rèn luyện tư duy sáng tạo cho sinh viên đại học ngành toán thông qua dạy học một số nội dung đa thức*”, Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt tháng 4/2019, tr 202-206
- [34] Nickerson R.S.(2002), *Dạy kỹ năng tư duy (Tài liệu hỗ trợ dạy học từ xa)*,_Dự án Việt - Bỉ, Hà Nội.
- [35] Dương Thị Hoàng Oanh (2017), *Tư duy biện luận ứng dụng*, NXB Đại học Quốc gia Hồ Chí Minh, Tp. Hồ Chí Minh.
- [36] P. Darriulat (2013), “*Phản biện để phát triển*”, Tạp chí Tia sáng (9).
- [37] Paul và Elder (2014), *Cẩm nang tư duy phản biện, khái niệm và công cụ*, NXB tổng hợp TP.Hồ Chí Minh.
- [38] Petrovski A.V. (1982), *Tâm lý học lứa tuổi và Tâm lý học sư phạm, tập II*, người dịch: Đỗ Văn, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [39] Piaget.J. (1997), *Tâm lý học và Giáo dục học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [40] Phongsavanh Sihavong (2021), *Đặc điểm chủ đề phương trình và bất phương trình trong môn Toán lớp 10 và lớp 11 Nước CHDCND Lào*, Tạp chí Khoa học Trường ĐHSP Hà Nội, số 66 (2021).

- [41] Phạm Đức Quang, Phạm Gia Đức (2007), *Đổi mới phương pháp dạy học môn toán ở trường trung học cơ sở nhằm hình thành và phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh*, NXB ĐHSP, Hà Nội.
- [42] R. Brooker (2012), “*Về khái niệm tư duy phản biện*”, Phạm Thị Ly dịch, Tạp chí Văn hóa văn nghệ, số 210.
- [43] S. Hibino, G. Nadler (2016), *Tư duy đột phá*, NXB Tổng hợp Thành phố Hồ Chí Minh.
- [44] Sacđacôp M. N. (1970), *Tư duy học sinh*, Tập 1, 2, Người dịch Phạm Ngọc Liên, Phạm Hồng Việt, Dương Đức Niệm, NXB Giáo dục Hà Nội.
- [45] Senglati Thongsane (2023), *Phát triển tư duy sáng tạo cho sinh viên ngành giáo viên tiểu học nước Cộng Hòa Dân Chủ Nhân Dân Lào qua dạy học chủ đề hệ Phương trình và hệ Bất Phương trình*, Luận Văn Thạc Sĩ Khoa Học Giáo Dục, Thái Nguyên 2023.
- [46] Lưu Văn Sử (2020). “*Phân tích một số biểu hiện của tư duy phản biện trong dạy học Toán THPT*”. Tạp chí Giáo dục, số 483, tr. 25–28.
- [47] Chu Cẩm Thơ (2016), *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [48] Nguyễn Hải Thanh, Nguyễn Thị Hiền (2021), *Rèn luyện tư duy phản biện cho học sinh THPT đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục*, Tạp chí Khoa học Trường ĐHSP Hà Nội số 66 (2021).
- [49] Đỗ Kiên Trung (2012), “*Về vai trò của tư duy phản biện và những yêu cầu cho việc giảng dạy ở Việt Nam*”, Tạp chí Phát triển và hội nhập (5).
- [50] Đỗ Thị Trinh, Trần Thị Thu Uyên (2019), “*Biện pháp phát triển tư duy phản biện cho học sinh lớp 12 THPT trong học tập đạo hàm, nguyên hàm và tích phân*”, Tạp chí Khoa Học & Công Nghệ ĐHTN 206(13): 63 - 70.
- [51] Lê Trung Tín (2016), *Xây dựng lớp học tư duy thông qua dạy học hình học không gian lớp 11 trung học*, Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [52] Nguyễn Cảnh Toàn (1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy, nghiên cứu toán học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
- [53] Nguyễn Cảnh Toàn, Nguyễn Văn Lê, Châu An (2004), *Khơi dậy tiềm năng sáng tạo*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [54] Nguyễn Huy Tú (1996), *Tâm lý học sáng tạo*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

- [55] Nguyễn Phương Thảo (2015), *Phát triển tư duy phản biện cho học sinh thông qua đối thoại trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [56] Nguyễn Thành Thi (2013), “*Cần rèn luyện năng lực phản biện trong học tập cho học sinh, sinh viên*”, Tạp chí Văn hóa và du lịch (13).
- [57] Nguyễn Thị Kim Thoa - Bùi Đức Phương (2020), “*Dạy học môn toán theo hướng phát triển năng lực tư duy phản biện cho học sinh lớp 9 thông qua mô hình lớp học đảo ngược*”, Tạp chí Giáo dục, Số 471 (Kì 1 - 2/2020), tr 36-41.
- [58] Tôn Thân (1995), *Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá và giỏi toán ở trường THCS Việt Nam*, Luận án Phó Tiến sĩ khoa học Sư phạm - Tâm lý, Viện Khoa học Giáo dục.
- [59] Viêng say Xulachit (2002), *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh THPT ở Lào thông qua dạy học phương trình, bất phương trình vô tỉ*, luận văn Thạc sỹ PPDH Toán, Trường ĐHSPT Hà Nội.
- [60] Nguyễn Hữu Vui, Phạm Ngọc Thanh, Nguyễn Văn Tân, Vũ Ngọc Pha (1997), *Triết học (Dùng cho nghiên cứu sinh và học viên cao học không thuộc chuyên ngành Triết học)* tập II, NXB Chính trị Quốc gia, Hà Nội.
- [61] Trần Vui (2005), *Nâng cao chất lượng dạy học toán theo những xu hướng mới*, Giáo trình Sau đại học, Đại học Sư phạm Huế.
- [62] Zoe Mckey (2018), *Tư duy phản biện*, NXB Thế giới, Hà Nội.

Tiếng Anh

- [63] A. Agoestanto, YLSukestiyarno & Rochmad. *Analysis of Mathematics Critical Thinking Students in Junior High School Based on Cognitive Style*, Journal of Physics: Conference Series, Vol.824, 1-6, 2017.
- [64] A. N. Chukwuyenum. *Impact of Critical thinking on Performance in Mathematics among Senior Secondary School Students in Lagos State*, IOSR Journal of Research & Method in Education, Vol.3, No.5, 18-25, 2013.
- [65] Ashim Bora (2020) “*Critical Thinking and Creative Thinking as the Focus on Mathematics Education*”. International Journal of Scientific Development and Research (IJS DR)

- [66] Baker, M., & Rudd, R. D. (2001). *Relationships between critical thinking skills and selected demographic variables of agriculture education students*. Journal of Southern Agricultural Education Research, 51(1), 102–115.
- [67] Barnett, R. (2015). *A curriculum for critical being*. In M. Davies & R. Barnett (Eds.), *The Palgrave handbook of critical thinking in higher education*. Palgrave MacMillan.
- [68] Beyer B. K. (1995), *Critical thinking*, Bloomington, IN: Phi Delta Kappa Educational Foundation
- [69] Birgili, B. (2015). *Creative and critical thinking skills in problem-based learning environments*. Journal of Gifted Education and Creativity, 2(2), 71–80.
- [70] Carol Tavis và Elliot Aronson (2007), "*Mistakes Were Made (But Not by Me): Why We Justify Foolish Beliefs, Bad Decisions, and Hurtful Acts*"
- [71] Chiam, C. L. (2014). *Critical and creative thinking in the Australian curriculum*. Australian Curriculum Studies Association.
- [72] Danton J. (1985), *Adventures in thinking: Creative thinking & co-operative talk in small groups*. Nelson.
- [73] David A. Sousa (2011), "*How the brain learns*" (4th ed.). Corwin Press.
- [74] David Klahr(2000), "*Exploring science: The cognition and development of discovery processes*". MIT Press.
- [75] Duong Huu Tong, Nguyen Phu Loc, Bui Phuong Uyen, Thach Hong Son (2020), *Enhancing Creative and Critical Thinking Skills of Students in Mathematics Classrooms: An Experimental Study of Teaching the Inequality in High Schools*. Universal Journal of Educational Research 8(2): 477-489, 2020 DOI: 10.13189/ujer.2020.080219
- [76] E. Aizikovitsh-Udi, D. Cheng. *Developing Critical Thinking Skills from Dispositions to Abilities: Mathematics Education from Early Childhood to High School*, *Creative Education*, Vol.6, 455-462, 2015.
- [77] E. L. Mann. *Creativity: The Essence of Mathematics*, Journal for the Education of the Gifted. Vol.30, No.2, 236 260, 2006.
- [78] E. Paul Torrance(1966), "*Torrance Tests of Creative Thinking: Norms-technical manual*". Personnel Press.
- [79] Facione, P. A. (2015). *Critical Thinking: What It Is and Why It Counts*. Insight Assessment.

- [80] Firdaus, Kailani, I., Nor Bin Bakar, Md., and Bakry, (2015). *Developing Critical Thinking Skills of Students in Mathematics Learning*, Journal of Education and Learning, 9(3), 226-236.
- [81] Fisher, A. (2005), *Critical thinking: An introduction* (2nd ed.). Cambridge University Press.
- [82] G. Dam & M. Volman. *Critical thinking as a citizenship competence: teaching strategies*, *Learning and Instruction*, Vol.14, 359-379, 2004.
- [83] Guilford, J. P. (1967), "*The Nature of Human Intelligence*". McGraw-Hill.
- [84] Guilford J. P. (1979), "*Creativity: Retrospect and prospect*", Journal of Creative Behavior, (4), 149 - 168.
- [85] H. F. Su, F. A. Ricci & M. Mnatsakanian. *Mathematical Teaching Strategies: Pathways to Critical Thinking and Metacognition*, Journal of Research in Education and Science (IJRES), Vol.2, No.1, 190-200, 2016.
- [86] Hidayat, A. S., Suhendra, S., & Dahlan, J. A. (2017). *Improving students' creative thinking and mathematical communication ability through problem-based learning*. International Journal of Science and Research (IJSR), 6(12), 1595–1601.
- [87] H. R. Maharani. *Creative Thinking in Mathematics: Are We Able to Solve Mathematical Problems in a Variety of Way?*, International Conference on Mathematics, Science, and Education, 120-125, 2014.
- [88] Halpern D. F., Roiggio H. (2003), *Thinking critically about Critical thinking*, Inc. Publishers, NJ, USA.
- [89] Hitchcock, D. (2018). *Critical thinking*. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford encyclopedia of philosophy* (Fall 2018 Edition). <https://plato.stanford.edu/archives/fall2018/entries/critical-thinking>
- [90] Ivanna Shubina, Atik Kulakli (2019), *Critical Thinking, Creativity and Gender Differences for Knowledge Generation in Education*. *Literacy Information and Computer Education Journal* (LICEJ), Volume 10, Issue 1, March 2019
- [91] Piaget, J. (1926). *The child's conception of the world* (J. Tomlinson & A. Tomlinson, Trans.). Routledge & Kegan Paul. (Original work published 1926)
- [92] Dewey, J. (1910). *How we think*. D. C. Heath & Co.
- [93] Kaufman, S.B., *Intelligence and the cognitive unconscious*. The Cambridge handbook of intelligence, 2011: p. 442-467.

- [94] L. Puspitasari, A. In'am & M. Syaifuddin. *Analysis of Students' Creative Thinking in Solving Arithmetic Problems*, International Electronic Journal of Mathematics Education, Vol.14, No.1, 49-60, 2019.
- [95] Lavie, I., Steiner, A. & Sfard, A. (2019). *Routines we live by: from ritual to exploration. Educational Studies in Mathematics*, 101(2), 153-176 <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9817-4>
- [96] Lev Vygotsky(1978), *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*.
- [97] Lipman M. (2003), *Thinking in Education*, Cambridge University Press.
- [98] Lowenfeld V. (1962), "Creativity, Education's Stepchild", *A Source Book of Creative Thinking*, Scribners, New York, 9-17.
- [99] Maharani, R. (2014). *The development of students' creative thinking skills through problem solving approach in mathematics learning*. Journal of Education and Practice, 5(35), 75–80.
- [100] Mayumi Hashimoto, Shigeko Horiuchi, Anousone Sisoulath, Souksavanh Phanpaseuth (2023), *Building consensus on critical thinking assessment tool for undergraduate nursing students in a socialist low-middle income country: A delphi study*. journal homepage: www.cell.com/heliyon
- [101] Muchlas Samani¹, Sunwinarti², Bima A.W. Putra³, Reza Rahmadian⁴, and Juni Noor Rohman⁵ (2019), *Learning Strategy To Develop Critical Thinking, Creativity, And Problem-Solving Skills For Vocational School Students*. Jurnal Pendidikan Teknologi dan Kejuruan, Vol. 25, No. 1, May 2019, 36-42
- [102] Ola W. A. Gafour , Walid A. S. Gafour (2020) "Creative Thinking skills - A Review article".
- [103] Paul, R., & Elder, L. (2004). *Critical thinking: Tools for taking charge of your learning and your life* (2nd ed.). Pearson Prentice Hall.
- [104] Raymond S. Nickerson (1987), *Thinking and Problem solving. Handbook of Perception and Cognition. Second edition*.
- [105] Robert H. Ennis (1993), *Critical thinking Assessment, Theory into Practice*, Volume 32, Number 3, Summer 1993
- [106] Robert J. Stenberg (1980), "How can we teach intelligence?" Education Leadership - Stenberg.
- [107] Robert Siegler (2015) "The Contribution of Cognitive Psychology to Understanding the Development of Arithmetic Thinking"

- [108] Runisah, T. Herman & J. A. Dahlan. *The Enhancement of Students' Creative Thinking Skills in Mathematics through The 5E Learning Cycle with Metacognitive Technique*, International Journal of Education and Research, Vol.4, No.7, 347-360, 2016.
- [109] Sarah Sanders (2016), *Critical and Creative Thinkers in Mathematics Classrooms*. Journal of Student Engagement: Education Matters
- [110] Say Phonekeo, John Macalister (2021), *Reading performance and perceptions of Lao EFL pre-service teachers following a Culture of Thinking implementation*. April 2021, Volume 33, No. 1 pp. 55-77
- [111] Scriven M. & Paul R. (1996), *Defining critical thinking: A draft statement for the National Council for Excellence in Critical Thinking* [On-line], <http://www.criticalthinking.org/University/univlibrary/library.ncll>.
- [112] Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- [113] Sousa, D. A. (2011), "How the brain learns (4th ed.)". Corwin Press.
- [114] Stein, M.K. and J.W.J.M.T.i.t.M.S. Bovalino, *Manipulatives: One piece of the puzzle*. 2001. 6(6): p. 356.
- [115] Stéphan Vincent- Lancrin (2023), *Fostering and assessing student critical thinking: From theory to teaching practice*. Eur J Educ. 2023;58:354-368.
- [116] Thomas, K., & Lok, B. (2015). *Teaching critical thinking: An operational framework*. In M. Davies & R. Barnett (Eds.), *The Palgrave handbook of critical thinking in higher education*. Palgrave MacMillan.
- [117] Torrance E.P. (1963), "Exploration in creative thinking in the early school years: A progress report", In Taylor C.W. & Barron F. (Eds.), *Scientific creativity: Its recognition and development*, Wiley, New York, 173-183.
- [118] Torrance, E. P. (1974). *Torrance Tests of Creative Thinking: Norms-Technical Manual*. Scholastic Testing Service.
- [119] Torrance E.P. (1995), *Insights about creativity: Questioned, rejected, ridiculed, ignored*, Educational Psychology Review, 7, (3), 313 - 322.
- [120] Weisberg, R. W. (2006). *Expertise and Reason in Creative Thinking: Evidence from Case Studies and the Laboratory*. In J. C. Kaufman & J. Baer (Eds.), *Creativity and reason in cognitive development* (p. 7-42). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511606915.003>
- [121] Willingham (2009), "Why Don't Students Like School?: A Cognitive Scientist Answers Questions About How the Mind Works and What It Means for the Classroom".

Tiếng Lào

- [122] ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ (2014); ປຶ້ມແບບຮຽນຄະນິດສາດ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາ ປີທີ 5 ສະຖາບັນຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດການສຶກສາ. Bộ giáo dục và thể thao (2014); *Sách giáo khoa Toán trung học phổ thông lớp 10*; Viện nghiên cứu khoa học giáo dục).
- [123] ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ (2015), ກົດໝາຍການສຶກສາ, ສຳນັກພິມກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ, ນະຄອນຫຼວງວຽງຈັນ. Bộ Giáo dục và Thể thao Lào (2015), *Luật giáo dục*, NXB Giáo dục, thủ đô Viêng Chăn.
- [124] ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ. Bộ Giáo dục và Thể thao (2011), ຫຼັກສູດຊັ້ນມັດທະຍົມຕອນປາຍ (*Chương trình giáo dục trung học phổ thông*), ສະຖາບັນຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດການສຶກສາ, ວຽງຈັນ (Viện nghiên cứu khoa học giáo dục, Viêng Chăn).
- [125] ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ. Bộ Giáo dục và Thể thao Lào (2015), ຫຼັກສູດຊັ້ນມັດທະຍົມຕອນປາຍ “*Chương trình và sách giáo khoa Toán lớp 10, 11, 12*”. NXB Viện nghiên cứu khoa học Giáo dục.
- [126] ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ, ສະຖາບັນຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດການສຶກສາ (2015), ປຶ້ມແບບຮຽນຄະນິດສາດ ມ6, ສຳນັກພິມກະຊວງການສຶກສາ. Bộ Giáo dục và Thể thao, Viện khoa học giáo dục (2015), *Sách giáo khoa Toán lớp 11*, NXB Viện nghiên cứu khoa học Giáo dục.
- [127] ມະຕິຕົກລົງຂອງຄະນະສູນກາງພັກ (2021), ກອງປະຊຸມໃຫຍ່ ຜູ້ແທນທົ່ວປະເທດຄັ້ງທີ XI ຂອງພັກປະຊາຊົນປະຕິວັດລາວ ທີ່ນະຄອນຫຼວງວຽງຈັນ. Trung ương Đảng (2021), *Đại hội đại biểu toàn quốc lần thứ XI của Đảng Nhân dân Cách mạng Lào*, thủ đô Viêng Chăn.
- [128] ວິລະເລີດ ສະພັງທອງ (Vilalerd Saphangthong) (2016), ແບບຮຽນຄະນິດສາດ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາ ປີທີ 7 (*Sách giáo khoa Toán lớp 12*), ສະຖາບັນຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດການສຶກສາ (Viện nghiên cứu khoa học Giáo dục), ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ (Bộ Giáo dục và Thể thao), ສະຖາບັນຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດການສຶກສາ (Viện nghiên cứu khoa học Giáo dục).

Internet

- [129] ACARA. (2011). *Critical and creative thinking: General capability*. In *Australian Curriculum (Version 3.0)*. Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority. <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/general-capabilities/critical-and-creative-thinking/>

- [130] Blum, W. and M. Niss, *Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction*. Educational studies in mathematics, 1991. 22(1): p. 37-68. <https://scihub.se/10.1007/bf00302716>
- [131] Dhaanti, H., Ghosh, A., & Rani, R. (2018). *Technology-enhanced learning in mathematics: Effects on creative and critical thinking skills*. International Journal of Emerging Technologies in Learning, 13(9), 108–120. <https://doi.org/10.3991/ijet.v13i09.8545>
- [132] Flavell, J. H. (1979). “Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry”. American Psychologist, 34(10), 906–911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- [133] Guilford, J. P. (1950). *Creativity*. American Psychologist, 5(9), 444–454. <https://doi.org/10.1037/h0063487>
- [134] Lawson, A. E. (2001). *The nature of scientific thinking as reflected by the work of biologists & by biology textbooks*. The American Biology Teacher, 63(7), 518–527. <https://doi.org/10.2307/4451163>
- [135] OECD. (2019). *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
- [136] Runco, M. A., & Acar, S. (2012). “Divergent thinking as an indicator of creative potential”. Creativity Research Journal, 24(1), 66–75. <https://doi.org/10.1080/10400419.2012.652929>
- [137] Sumner, W. G., “Our Concept of Critical Thinking” www.criticalthinking.org

PHỤ LỤC

Phụ lục 1: BỘ CÔNG CỤ ĐIỀU TRA THỰC TRẠNG PT TDPB VÀ TDST CHO HS TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG THPT

PHIẾU ĐIỀU TRA THỰC TRẠNG PHÁT TRIỂN TDPB VÀ TDST CỦA HỌC SINH TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

(Phiếu dành cho giáo viên)

Để cung cấp các thông tin về thực trạng dạy học Toán theo hướng phát triển TDPB và TDST của học sinh trung học phổ thông, xin Thầy/Cô vui lòng cho biết ý kiến về các vấn đề sau đây. Xin trân trọng cảm ơn!

Phần A. THÔNG TIN CÁ NHÂN

Họ tên giáo viên:

Tên trường: Tỉnh (thành phố):

Số năm đã giảng dạy:

Phần B. THỰC TRẠNG DẠY HỌC TOÁN THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN TDPB VÀ TDST

I. NHỮNG BIỂU HIỆN CỦA TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO

1. Theo Thầy/Cô, những dấu hiệu nào sau đây thể hiện TDPB và TDST trong quá trình học môn Toán của HS THPT? Vui lòng đánh dấu X vào các ô phù hợp.

1. Có khả năng giải bài tập và thực hiện các vấn đề theo hướng dẫn mẫu của GV.	☐
2. Có khả năng xem xét đối tượng trên nhiều khía cạnh khác nhau, có một cái nhìn sinh động từ nhiều phía đối với các sự vật hiện tượng chứ không phải cái nhìn bất biến, phiến diện, cứng nhắc.	☐
3. Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định. Có khả năng rút ra dự đoán hay kết luận từ một hoặc nhiều chi tiết. Có khả năng tìm kiếm những cách tiếp cận khác cho các bài toán phức tạp.	☐
4. Sử dụng chính xác và hợp lý ngôn ngữ của lý thuyết tập hợp, logic toán học, cùng với các ký hiệu và thuật ngữ chuyên môn để trình bày lời giải.	☐
5. Nhận diện được thiếu sót và sai lầm trong các lập luận không chính xác.	☐
6. Có khả năng tìm ra những giải pháp lạ tuy đã biết những giải pháp khác.	☐
7. Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm	☐

trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Đồng thời có khả năng sửa chữa những sai lầm, bổ sung những thiếu sót cho lời giải bài toán.	
8. Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới.	☐
9. Có khả năng đặt ra và giải quyết các bài toán phức tạp. Có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa bài toán ban đầu, phát triển bài toán mới.	☐
10. Có khả năng đặt ra những câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết bài toán.	☐
11. Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.	☐
12. Phát hiện vấn đề mới trong những tình huống quen thuộc và nhận ra chức năng mới của đối tượng đã biết..	☐
13. Tính đa dạng của cách xử lý khi giải toán, có khả năng tìm được nhiều giải pháp khác nhau để giải quyết vấn đề và từ đó có thể tìm được phương án tối ưu.	☐
14. Xác định được vấn đề cốt lõi, nhận diện ẩn ý trong câu hỏi, bài tập hoặc một vấn đề cụ thể.	☐
15. Có kỹ năng tranh luận, biện luận để bảo vệ hoặc phản bác một quan điểm.	☐
16. Có khả năng tìm ra những mối quan hệ bên trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có mối liên hệ với nhau.	☐
17. Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, có thái độ hoài nghi tích cực và sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và các phương án giải quyết, từ đó đưa ra cách giải quyết hợp lý nhất cho bài toán.	☐
18. Biết tự đánh giá và tư duy bậc cao	☐

II. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

2. Trong quá trình giảng dạy môn Toán, Thầy/Cô đã áp dụng những hoạt động và hình thức tổ chức dạy học nào sau đây? Vui lòng đánh dấu X vào ô phù hợp, với mức 1 là ít thực hiện nhất và mức 5 là thực hiện thường xuyên nhất...

Hoạt động/ Hình thức tổ chức dạy học	Mức độ				
	1	2	3	4	5
1. Chú trọng việc khơi dậy động cơ, nhu cầu và hứng thú học tập cho HS trong quá trình giảng dạy.					
2. Tạo môi trường để HS hợp tác, tranh luận nhằm tìm ra cách giải quyết bài toán.					
3. Khuyến khích và tạo cơ hội cho HS giải bài toán theo nhiều PP khác nhau.					
4. Yêu cầu HS trình bày nội dung toán học dưới nhiều hình thức khác nhau để phù hợp với vấn đề cần giải quyết.					
5. Động viên HS đưa ra dự đoán về hướng giải quyết bài toán, đồng thời yêu cầu các em chứng minh tính chính xác của dự đoán đó.					
6. Tạo điều kiện để HS tự trình bày lời giải và bày tỏ quan điểm cá nhân.					
7. Hướng dẫn HS giải thích bản chất của từng bước trong quá trình giải bài tập hoặc một công thức toán học.					
8. Định hướng HS phân tích, tìm tòi và khám phá vấn đề thông qua nghiên cứu và quan sát trực quan.					
9. Sử dụng các phương tiện trực quan để giúp HS nhận diện và khắc phục sai lầm trong quá trình học tập.					
10. Hỗ trợ HS nhận diện và xác định quy trình giải của một nhóm bài tập có đặc điểm chung.					
11. Khuyến khích HS phát huy tính tự chủ trong việc giải toán.					
12. Yêu cầu học sinh vận dụng kiến thức toán học vào giải quyết các tình huống thực tế.					

Hoạt động/ Hình thức tổ chức dạy học	Mức độ				
	1	2	3	4	5
13. Hướng dẫn HS sử dụng chính xác và hợp lý ngôn ngữ toán học, bao gồm lý thuyết tập hợp, logic toán và các ký hiệu, thuật ngữ chuyên môn.					
14. Định hướng HS liên hệ và huy động những kiến thức liên quan để tìm ra PP giải bài tập.					
15. Rèn luyện cho HS thói quen xem xét một vấn đề từ nhiều góc độ khác nhau trong quá trình tiếp thu kiến thức.					
16. Khuyến khích HS đặt ra giả thuyết và tiến hành kiểm chứng trong quá trình học tập.					
17. Tận dụng và khai thác hợp lý các bài tập có khả năng rèn luyện TDPB cho HS.					
18. Đưa ra lời giải có sai sót để HS phát hiện, phân tích và chỉnh sửa.					
19. Khuyến khích HS tự sáng tạo và làm các đồ dùng học tập liên quan đến nội dung bài học.					
20. Hướng dẫn HS tự xây dựng câu hỏi và bài tập dựa trên các nội dung đã học trong SGK.					
21. Tổ chức cho HS thực hiện các bài tập lớn hoặc dự án nhóm liên quan đến nội dung của một chương hoặc phần đã học.					
22. Các hình thức khác (nếu có, xin nêu cụ thể).					

III. ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ HỌC TẬP

1. Theo Thầy/Cô, những biện pháp đánh giá kết quả học tập nào sau đây có thể góp phần phát triển TDPB và TDST cho HS? Vui lòng đánh dấu X vào ô tương ứng, với mức 1 là thấp nhất và mức 5 là cao nhất.

Biện pháp	Mức độ				
	1	2	3	4	5
1. Sử dụng bài tập để giúp HS ôn tập và tái hiện kiến thức trong SGK.					
2. Áp dụng các bài toán gắn liền với thực tiễn.					

3. Đặt ra các câu hỏi mở nhằm khuyến khích TD.					
4. Sử dụng bài tập có nhiều phương án giải khác nhau.					
5. Thưởng điểm cho HS có TDPB, TDST hoặc đưa ra cách giải độc đáo, ngắn gọn.					
6. Các biện pháp khác (vui lòng nêu cụ thể):					

Xin trân trọng cảm ơn sự hợp tác của Thầy/Cô!

PHIẾU ĐIỀU TRA THỰC TRẠNG
PHÁT TRIỂN TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO
CỦA HỌC SINH TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG
HỌC PHỔ THÔNG

(Phiếu dành cho học sinh)

Để cung cấp các thông tin về thực trạng dạy học Toán theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo của học sinh trung học phổ thông, em vui lòng cho biết ý kiến của mình về các vấn đề dưới đây. Cảm ơn em!

Phần A. THÔNG TIN CÁ NHÂN

Họ và tên:.....

Năm học 2023- 2024, học lớp:

Trường:..... **Quận (Huyện):**.....**Tỉnh**
(Thành phố):.....

Phần B. THỰC TRẠNG DẠY HỌC TOÁN THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN
TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO

I. NHỮNG BIỂU HIỆN CỦA TƯ DUY PHẢN BIỆN VÀ TƯ DUY SÁNG TẠO

1. Trong các biểu hiện tư duy phản biện và tư duy sáng tạo dưới đây, em tự đánh giá mình đạt được ở mức độ nào? *Đánh dấu X vào ô thích hợp với 1 là mức độ thấp nhất, 5 là mức độ cao nhất.*

Biểu hiện	Mức độ				
	1	2	3	4	5
1. Có khả năng tìm ra những giải pháp lạ tuy đã biết những giải pháp khác.					
2. Có khả năng tìm ra những mối quan hệ bên trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có mối liên hệ với nhau.					
3. Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới.					
4. Có khả năng xem xét đối tượng trên nhiều khía cạnh					

Biểu hiện	Mức độ				
	1	2	3	4	5
khác nhau, có một cái nhìn sinh động từ nhiều phía đối với các sự vật hiện tượng chứ không phải cái nhìn bất biến, phiến diện, cứng nhắc.					
5. Tính đa dạng của cách xử lý khi giải toán, có khả năng tìm được nhiều giải pháp khác nhau để giải quyết vấn đề và từ đó có thể tìm được phương án tối ưu.					
6. Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.					
7. Có khả năng đặt ra và giải quyết các bài toán phức tạp. Có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa bài toán ban đầu, phát triển bài toán mới.					
8. Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Đồng thời có khả năng sửa chữa những sai lầm, bổ sung những thiếu sót cho lời giải bài toán.					
9. Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định. Có khả năng rút ra dự đoán hay kết luận từ một hoặc nhiều chi tiết. Có khả năng tìm kiếm những cách tiếp cận khác cho các bài toán phức tạp.					
10. Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, có thái độ hoài nghi tích cực và sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và các phương án giải quyết, từ đó đưa ra cách giải quyết hợp lý nhất cho bài toán.					
11. Có khả năng đặt ra những câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết bài toán.					

II. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

2. Trong quá trình học Toán, em được thực hiện những hoạt động học tập nào sau đây?
Đánh dấu X vào ô thích hợp với 1 là mức độ ít thường xuyên nhất, 5 là mức độ thường xuyên nhất.

Hoạt động học tập	Mức độ				
	1	2	3	4	5
1. Phát hiện và sửa chữa những sai lầm trong những lời giải có sai lầm.					
2. Hợp tác, tranh luận với các bạn để tìm cách giải quyết bài toán.					
3. Giải bài toán theo nhiều cách khác nhau					
4. Diễn đạt nội dung toán học dưới nhiều dạng khác nhau sao cho có lợi cho vấn đề cần giải quyết.					
5. Dự đoán về phương hướng giải quyết bài toán và chứng minh dự đoán đó.					
6. Phân tích, tìm tòi, khám phá, phát hiện vấn đề thông qua nghiên cứu, quan sát các hình ảnh trực quan.					
7. Phát hiện quy trình giải một lớp bài tập.					
8. Vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các bài toán thực tiễn.					
9. Liên tưởng và huy động những kiến thức liên quan để phát hiện đường lối giải bài tập.					
10. Nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau trong quá trình tiếp thu tri thức					
11. Tạo các giả thuyết và kiểm tra các giả thuyết trong quá trình học tập.					
12. Tự xây dựng các câu hỏi, bài tập xuất phát từ các bài tập trong sách giáo khoa					
13. Thực hiện các bài tập lớn, các dự án theo nhóm có liên quan đến nội dung của một chương/ phần đã học.					

Xin cảm ơn sự hợp tác của em!

Phụ lục 2: KỊCH BẢN PHÒNG VẤN GIÁO VIÊN TOÁN THPT

1. Thầy/cô hiểu như thế nào về TDPB và TDST của HS?

- Những biểu hiện nào của HS mà thầy/ cô đánh giá là HS đó có sự phản biện và sáng tạo? *(Biết diễn đạt bài tập theo những cách khác nhau sao cho có lợi cho vấn đề cần giải quyết; Biết dự đoán về phương hướng giải quyết bài tập. Có ý thức kiểm tra những điều mình dự đoán; Biết giải bài tập theo nhiều cách, tìm ra cách làm, cách giải quyết mới ngắn gọn hơn; Biết tìm mối quan hệ, so sánh, liên tưởng với các kiến thức đã học; Biết tự tìm ra vấn đề, tự phân tích, tự giải quyết đúng đối với những bài tập mới, vấn đề mới; Biết khai thác, xử lý thông tin trên các phương tiện thông tin đại chúng (sách, báo, tranh, ảnh, radio, internet, tivi,...); Biết phân tích, đánh giá vấn đề, đề ra giả thuyết, kiểm tra và chọn phương án đúng; Biết vận dụng kiến thức kỹ năng đã biết vào thực tế để đề xuất phương án giải quyết bài tập thực tiễn; Biết kết hợp các thao tác tư duy và các phương pháp phán đoán, đưa ra kết luận chính xác ngắn gọn nhất; Mạnh dạn đề xuất cái mới không theo đường mòn và không theo những qui tắc đã có; Có khả năng nghi vấn và đặt câu hỏi; Có khả năng tự nhận xét và phê bình)*

- Ở lớp thầy/cô dạy, thầy cô có thấy HS của mình có những biểu hiện nào trong số những biểu hiện mà thầy /cô vừa nêu?

.....
.....

- Có nhiều HS có biểu hiện đó không? Có em HS nào có được tất cả các biểu hiện đó?

.....
.....

2. Thầy/ cô thường sử dụng các PPDH nào? Theo thầy/cô, PPDH nào có ưu điểm đối với việc dạy học PT TDPB và TDST? Tại sao? *(Phát hiện và giải quyết vấn đề; Dạy học hợp tác; Thuyết trình; Đàm thoại; Dạy học dự án; Trực quan; Tìm tòi nghiên cứu)*

.....

3. Trong quá trình dạy, thầy/cô có:

- Đưa ra những lời giải có sai lầm để học sinh phát hiện và sửa chữa những sai lầm đó? HS có thực hiện được? Bao nhiêu %?

- Đưa ra những câu hỏi kích thích sự tò mò của HS; trò chơi; đồ vui; ... về toán cho HS? HS có hứng thú với những hoạt động đó?

.....

- Tạo điều kiện cho học sinh hợp tác, tranh luận (để tìm cách giải quyết bài toán, một vấn đề)? HS có tranh luận sôi nổi? Có đi đến thống nhất?

.....

- Khuyến khích, tạo điều kiện để học sinh giải bài toán theo nhiều cách khác nhau? Có nhiều HS đưa ra được các lời giải khác nhau trong tình huống cụ thể đó?

.....

- Yêu cầu học sinh diễn đạt nội dung toán học dưới nhiều dạng khác nhau? Ví dụ? HS có thường xuyên thực hiện được không? Khi làm bài tập, nhiệm vụ tổng hợp, HS có sử dụng được các cách diễn đạt khác nhau đó?

- Động viên, khích lệ học sinh đưa ra dự đoán về phương hướng giải quyết bài toán? Thầy/cô có yêu cầu học sinh sau khi dự đoán cần phải kiểm nghiệm dự đoán đó?

.....

.....

- Tạo điều kiện để học sinh tự trình bày lời giải và nêu ý kiến? Khi HS nêu câu hỏi, ý kiến thắc mắc, thầy/cô xử lý thế nào?

.....

.....

- Đề nghị học sinh phân tích, tìm tòi, khám phá, phát hiện vấn đề thông qua nghiên cứu, quan sát các hình ảnh trực quan. Ví dụ?

.....

.....

- Sử dụng phương tiện trực quan để vạch ra sai lầm của học sinh? Ví dụ?

.....

.....

- Tạo điều kiện để học sinh phát hiện quy trình giải một lớp bài tập? (lớp các bài toán về giải bài toán bằng cách lập PT?)

.....

.....

- Yêu cầu các học sinh vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các bài toán thực tiễn. Thầy/ cô hiểu thế nào là bài toán thực tiễn? Thầy/cô thường ra những bài toán thực tiễn như thế nào? Ví dụ?

.....

.....

- Yêu cầu học sinh liên tưởng và huy động những kiến thức liên quan để phát hiện đường lối giải bài tập? Cách thầy/cô hướng dẫn các em liên tưởng? Ví dụ?

.....
.....

- Đặt ra những tình huống buộc HS phải nhìn nhận vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau? HS của thầy/cô có thói quen nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau trong quá trình học tập?

.....
.....

- Yêu cầu học sinh tự xây dựng các câu hỏi, bài tập (tương tự, khái quát) xuất phát từ các bài tập trong sách giáo khoa? HS có thực hiện được?

.....
.....

- Tổ chức cho học sinh thực hiện các bài tập lớn, các dự án theo nhóm có liên quan đến nội dung của một chương/ phần đã học? Ví dụ? Kết quả?

.....
.....

Thực tế trong lớp các Thầy/cô dạy, HS đã thực hiện được hoạt động đó như thế nào? (khoảng bao nhiêu % không đánh giá được, nên hỏi mức độ thường xuyên như thế nào?, nêu ví dụ)

.....
.....

4. Khi muốn kiểm tra, đánh giá HS, thầy / cô thường sử dụng các dạng bài tập nào? HS thực hiện được ?

(Sử dụng các bài tập nhằm tái hiện kiến thức trong SGK; Sử dụng các bài toán thực tiễn; Sử dụng các câu hỏi mở; Sử dụng các bài tập có nhiều cách giải; ...)

.....
.....

Thầy /cô có thưởng điểm cho HS có ý tưởng phản biện và sáng tạo, có cách giải độc đáo, đơn giản?

.....

KỊCH BẢN PHÒNG VẤN HS THPT

1. Ở lớp học, em có hay nêu câu hỏi/ thắc mắc không? Em thường nêu câu hỏi/thắc mắc trong những tình huống nào? Ví dụ?

.....
.....

2. Thầy /cô có yêu cầu các em diễn đạt lại nội dung một định nghĩa, định lý, một tính chất, một bài tập? Em hãy cho ví dụ? Em có thể diễn đạt lại nội dung đó theo cách khác?

.....
.....

3. Các thầy/ cô có khuyến khích các em nêu ý kiến (khác nhau) cho 1 vấn đề đưa ra? Ví dụ?

.....
.....

4. Các thầy/cô có khuyến khích các em nhận xét về câu trả lời, cách làm của bạn/ trong sách?

.....
.....

5. Các thầy/cô có khuyến khích các em đưa ra cách trả lời, cách làm khác không? Nếu có, nêu ví dụ.

.....
.....

6. Em có sợ sai khi đưa ra câu trả lời không? Khi các em đưa ra câu trả lời chưa đúng hoặc khác với phương án trong sách, thầy/ cô thường có ý kiến như thế nào?

.....
.....
.....

7. Em có hay liên hệ vận dụng kiến thức đã học vào cuộc sống xung quanh ? Nêu ví dụ mà em đã liên hệ vận dụng? Có ai động viên khuyến khích em thực hiện điều này?

.....
.....

8. Trước một phương án/cách giải quyết một vấn đề mới, sáng tạo của em thì thầy/cô đánh giá như thế nào?

.....

9. Khi giải bài tập toán, có bao giờ em phải sử dụng một bài tập đã biết cách giải để giải bài toán mới? Sử dụng như thế nào?

.....

10. Em có thường tự giải quyết được bài tập mới, vấn đề mới mà em chưa từng gặp trước đó bao giờ không? Em có thường giải quyết được bài tập mới, vấn đề mới đó không? Mất nhiều thời gian không? Em có kiên trì để giải quyết không?

.....

11. Em có bao giờ tự đặt ra một bài toán tương tự hoặc mở rộng bài toán đã có? Em có kiểm chứng lại không?

.....

12. Trong quá trình học toán, có bao giờ em được thực hiện một dự án, một bài tập lớn? Em có hứng thú với cách học này không? Vì sao?

.....

PHỤ LỤC 3

Bảng 1: Nội dung chủ đề PT và BPT trong chương trình SGK THPT của Lào

Lớp	Bài	Nội dung	Tiếng
10	12	Phương trình bậc hai - Lý thuyết: Định nghĩa, các phương pháp giải phương trình bậc hai - Các dạng ví dụ: Giải phương trình bậc hai bằng công thức nghiệm, phương pháp phân tích nhân tử, phương pháp hoàn phương, định lý Vi-ét,...	6
	13	Bất phương trình bậc hai - Lý thuyết: Định nghĩa, cách xét dấu nhị thức bậc nhất và tam thức bậc hai - Các dạng ví dụ: Giải bất phương trình bậc hai bằng bảng xét dấu, phương pháp thử nghiệm, phương pháp đồ thị,...	4
11	16	Giải phương trình và bất phương trình mũ - Lý thuyết: Định nghĩa, tính chất của hàm số mũ, phương pháp giải phương trình mũ - Các dạng ví dụ: Giải phương trình bằng cách đưa về cùng cơ số, logarit hóa, đặt ẩn phụ,... - Lý thuyết: Nguyên tắc giải bất phương trình mũ - Các dạng ví dụ: Bất phương trình cùng cơ số, bất phương trình sử dụng tính đơn điệu của hàm số mũ,...	4
	23	Giải phương trình và bất phương trình logarit - Lý thuyết: Định nghĩa, tính chất của logarit, phương pháp giải phương trình logarit - Các dạng ví dụ: Giải phương trình bằng cách đổi cơ số, đặt ẩn phụ, sử dụng tính chất logarit,... - Lý thuyết: Quy tắc giải bất phương trình logarit - Các dạng ví dụ: Giải bất phương trình bằng cách sử dụng tính đơn điệu của hàm số logarit, đổi biến,...	4
	31	Phương trình lượng giác - Lý thuyết: Các phương pháp giải phương trình lượng	4

Lớp	Bài	Nội dung	Tiếng
		giác cơ bản và nâng cao - Các dạng ví dụ: Giải phương trình lượng giác bằng phương pháp đưa về dạng cơ bản, sử dụng công thức biến đổi, đặt ẩn phụ,...	
	32	Bất phương trình lượng giác - Lý thuyết: Định nghĩa, phương pháp giải bất phương trình lượng giác - Các dạng ví dụ: Sử dụng bảng xét dấu, xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác, biến đổi lượng giác,...	4
12	2	Phương trình tuyến tính - Lý thuyết: Định nghĩa, phương pháp giải phương trình tuyến tính - Các dạng ví dụ: Giải hệ phương trình tuyến tính bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số, phương pháp ma trận,...	4
	26	Phương trình vi phân bậc nhất - Lý thuyết: Khái niệm phương trình vi phân bậc nhất, phương pháp giải - Các dạng ví dụ: Giải phương trình vi phân tách biến, phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất,...	4
	27	Phương trình vi phân tuyến tính bậc hai có hệ số hằng số - Lý thuyết: Định nghĩa, phương pháp giải phương trình vi phân tuyến tính bậc hai - Các dạng ví dụ: Giải phương trình vi phân bằng phương pháp đặc trưng, phương pháp hệ số bất định,...	4

Chương trình toán THPT của nước CHDCND Lào dành nhiều thời gian để giảng dạy các nội dung về PT và BPT. Các bài học được sắp xếp từ cơ bản đến nâng cao, phù hợp với năng lực của HS từng khối lớp.

Lớp 10 tập trung vào PT và BPT bậc hai, lớp 11 mở rộng với PT và BPT mũ, logarit, lượng giác, trong khi lớp 12 nâng cao kiến thức với phương trình tuyến tính và phương trình vi phân.

PHỤ LỤC 4

Bảng 1.6: Nội dung Toán lớp 10-11-12 trong chương trình SGK THPT của Lào

SGK	Nội dung		Yêu cầu cần đạt
Lớp 10	Chương IV Ánh xạ và hàm số	Bài 9. Hàm số	- Nhận biết được những mô hình thực tế dẫn đến khái niệm hàm số. - Tính được giá trị của hàm số khi hàm số đó xác định bởi công thức. - Xác định được tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ; xác định được một điểm trên mặt phẳng tọa độ khi biết tọa độ của nó. - Nhận biết được đồ thị hàm số
	Chương V Hàm số cơ bản	Bài 10. Hàm hằng và hàm số bậc nhất	- Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$). - Vẽ được đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$). - Nhận biết được khái niệm hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$). - Sử dụng được hệ số góc của đường thẳng để nhận biết và giải thích được sự cắt nhau hoặc song song của hai đường thẳng cho trước. - Vận dụng được hàm số bậc nhất và đồ thị vào giải quyết một số bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán về chuyển động đều trong Vật lí,...).
		Bài 11. Hàm số bậc hai	- Thiết lập được bảng giá trị của hàm số bậc hai. - Vẽ được Parabola (parabol) là đồ thị hàm số bậc hai. - Nhận biết được các tính chất cơ bản của Parabola như đỉnh, trục đối xứng.

SGK	Nội dung		Yêu cầu cần đạt
			- Nhận biết và giải thích được các tính chất của hàm số bậc hai thông qua đồ thị. - Vận dụng được kiến thức về hàm số bậc hai và đồ thị vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: xác định độ cao của cầu, công có hình dạng Parabol,...).
		Bài 12. Phương trình bậc hai	- Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn. Giải được phương trình bậc hai một ẩn. - Tính được nghiệm phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay. - Giải thích được định lý Vi-ét và ứng dụng (ví dụ: tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số biết tổng và tích của chúng,...). - Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.
		Bài 13. Bất phương trình bậc hai	- Nhận biết được thứ tự trên tập hợp các số thực. - Nhận biết được bất đẳng thức và mô tả được một số tính chất cơ bản của bất đẳng thức (tính chất bắc cầu; liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, phép nhân). - Nhận biết được khái niệm bất phương trình bậc hai một ẩn, nghiệm của bất phương trình bậc hai một ẩn. - Giải được bất phương trình bậc hai một ẩn.
		Bài 14. Hàm số bậc ba	- Thiết lập được bảng giá trị của hàm số $y = ax^3$ ($a \neq 0$). - Vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^3$ ($a \neq 0$).

SGK	Nội dung		Yêu cầu cần đạt
			- Nhận biết được tính đối xứng (trục) và trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^3$ ($a \neq 0$). - Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hàm số $y = ax^3$ ($a \neq 0$)
		Bài 15. Hàm số căn bậc hai và căn bậc ba	- Nhận biết được khái niệm về căn thức bậc hai và căn thức bậc ba của một biểu thức đại số. - Thực hiện được một số phép biến đổi đơn giản về căn thức bậc hai của biểu thức đại số (căn thức bậc hai của một bình phương, căn thức bậc hai của một tích, căn thức bậc hai của một thương, trục căn thức ở mẫu).
Lớp 11	Chương IV Hàm số mũ	Bài 16. Hàm số mũ	- Nhận biết được hàm số mũ. Nêu được một số ví dụ thực tế về hàm số mũ. - Nhận dạng được đồ thị của các hàm số mũ. - Giải thích được các tính chất của hàm số mũ thông qua đồ thị của chúng. - Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với hàm số mũ (ví dụ: lãi suất, sự tăng trưởng,...)
		Bài 17. Phương trình và bất phương trình mũ	- Giải được phương trình, bất phương trình mũ ở dạng đơn giản. - Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình mũ (ví dụ: bài toán liên quan đến độ PH, độ rung chấn,...)
		Bài 22. Hàm số logarit	- Nhận biết được hàm số lôgarit. Nêu được một số ví dụ thực tế về hàm số lôgarit.

SGK	Nội dung		Yêu cầu cần đạt
			- Nhận dạng được đồ thị của các hàm số lôgarit. - Giải thích được các tính chất của hàm số lôgarit thông qua đồ thị của chúng. - Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với hàm số lôgarit (ví dụ: lãi suất, sự tăng trưởng,...).
		Bài 23. Giải phương trình và bất phương trình lôgarit	- Giải được phương trình, bất phương trình lôgarit ở dạng đơn giản - Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình lôgarit (ví dụ: bài toán liên quan đến độ pH, độ rung chấn,...)
		Bài 24. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lôgarit mà có thể đổi hàm số bậc hai	- Nhận biết được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số lôgarit mà có thể đổi hàm số bậc hai. - Xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số lôgarit mà có thể đổi hàm số bậc hai.
	Chương VIII Lượng giác	Bài 31. Phương trình lượng giác	- Nhận biết được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = m$; $\cos x = m$; $\tan x = m$; $\cot x = m$ bằng cách vận dụng đồ thị hàm số lượng giác tương ứng. - Tính được nghiệm gần đúng của phương trình lượng giác cơ bản bằng máy tính cầm tay. - Giải được phương trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp phương trình lượng giác cơ bản (ví dụ: giải phương trình lượng giác dạng $\sin 2x = \sin 3x$, $\sin x = \cos 3x$).

SGK	Nội dung		Yêu cầu cần đạt
			- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình lượng giác (ví dụ: một số bài toán liên quan đến dao động điều hòa trong Vật lí,...)
		Bài 32. Bất phương trình lượng giác	- Giải được phương bất trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp bất phương trình lượng giác cơ bản (ví dụ: giải phương trình lượng giác dạng $\sin 2x < \sin 3x$, $\sin x > \cos 3x$). - Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với bất phương trình lượng giác (ví dụ: một số bài toán liên quan đến dao động điều hòa trong Vật lí,...)
Lớp 12	Chương I: Phương trình $ax + by = c$	Bài 2: Phương trình tuyến tính $ax + by = c$	- Thiết lập được bảng giá trị của PT tuyến tính $ax + by = c$ - Vẽ được đồ thị của PT tuyến tính $ax + by = c$. - Nhận biết được khái niệm hệ số góc của đường thẳng PT tuyến tính $ax + by = c$ - Sử dụng được hệ số góc của PT tuyến tính để nhận biết và giải thích.

PHỤ LỤC 5

Ví dụ 1.1. Dạy học hàm số mũ

Môn Toán lớp 11 Sách giáo khoa Lào, chương 4, bài 15.

Hoạt động 1: (Khởi động) Ôn tập về Lũy thừa

Nhiệm vụ 1.1: a^n là gì? (a^n là tích của n thừa số a).

Nhiệm vụ 2.2: Hoàn thành bảng 2.1 dưới đây:

Bảng 1.1. Tính 2^n và $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ theo giá trị n

n	1	2	3	4	...
2^n	2	4	8	16	...
$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	$\left(\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{4}\right)$	$\left(\frac{1}{8}\right)$	$\left(\frac{1}{16}\right)$	...

Trong hoạt động 1, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB 1,3,6 trong bảng

Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

a. định nghĩa hàm số mũ

+ Hình thành định nghĩa

Chúng ta thường gọi các hàm số sau đây là hàm số lũy thừa: $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ và

$$h(x) = x^{\frac{1}{2}}.$$

+ Định nghĩa: Hàm số mũ là hàm số có dạng $y = a^x$, với a là cơ số, $a > 0$, $a \neq 1$ và x là số thực.

+ củng cố, khắc sâu định nghĩa khái niệm

Ví dụ 1: Cho hàm số mũ $f(x) = 2^x$, $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$ và $h(x) = -3^x$. Hãy tìm giá trị của

hàm số trong trường hợp dưới đây:

a) $f\left(\frac{3}{2}\right)$, b) $g(3)$ và c) $h(2)$.

b. Đồ thị của hàm số mũ $y = a^x$

b₁. Xác định các tính chất của đồ thị hàm mũ với hai trường hợp $a > 1$ và $0 < a < 1$

Hoạt động phân tích: GV Xét các trường hợp cụ thể của cơ số a của hàm số mũ:

$y = a^x$ như sau:

+ Trường hợp $a > 1$, chẳng hạn $a = 2, a = 3, a = 5, \dots$

+ Trường hợp $0 < a < 1$, chẳng hạn $a = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{3}, a = \frac{1}{5}, \dots$

Ví dụ 2: Hãy xem xét các tính chất của đồ thị hai hàm số, chẳng hạn như đồ thị hàm

số: $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

GV: Em hãy hoàn thành bảng dưới đây?.

Bảng 1.2. Bảng chưa hoàn thành của hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ theo giá trị x

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$							
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$							

HS trả lời:

Bảng 1.3. Bảng đã hoàn thành của hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ theo giá trị x

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

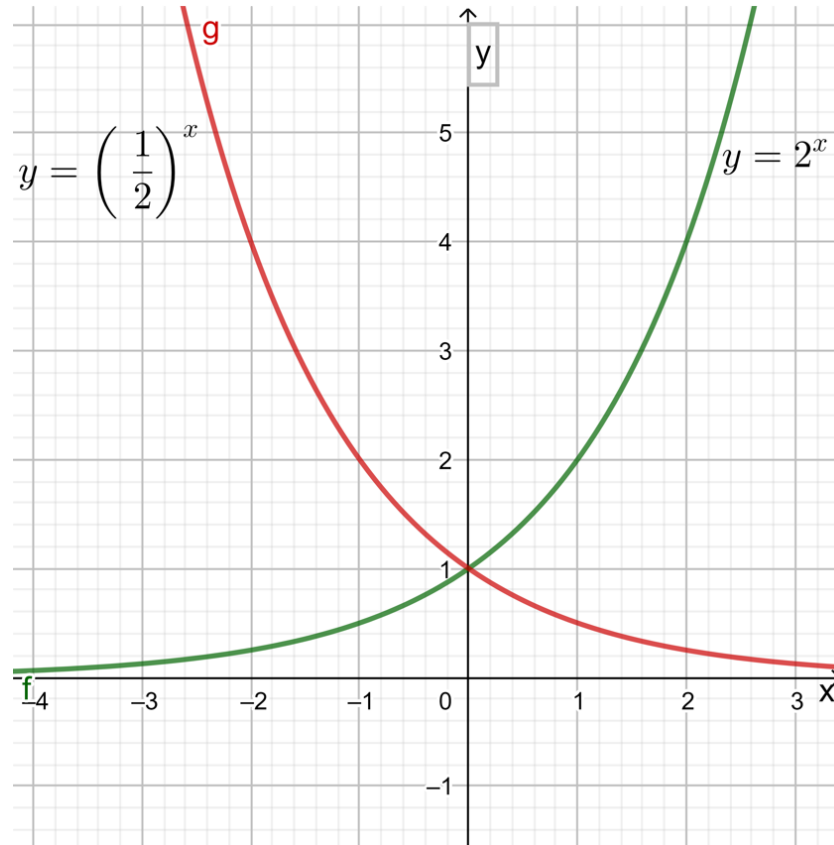
Trong hoạt động 2, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB 1,2,3,7 (trong bảng)

Hoạt động 3: Đồ thị hàm số mũ và tính chất hàm số mũ

GV thiết kế các nhiệm vụ cụ thể như sau:

Nhiệm vụ 2.1: Từ bảng giá trị ở trên, em hãy thực hiện:

- Xác định các điểm ở Bảng 3.3 trên có tọa độ tương ứng như bảng giá trị trên đây trên mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Nối các điểm đã xác định đó, nhận được đồ thị của hai hàm số mũ đã cho nói trên.



Đồ thị 1.1. Đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Nhiệm vụ 2.2: Quan sát đồ thị của các hàm số đó, em hãy nêu các nhận xét về:

- + Tính đơn điệu và chiều biến thiên của hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ trên tập xác định?
- + Đường tiệm cận của các đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?
- + Giao điểm của các đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ với các trục tọa độ (nếu có)?
- + Hình dạng đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?

HS phải thực hiện hoạt động “phân tích” để hoàn thành nhiệm vụ nói trên.

Nhiệm vụ 3: Hãy hoàn thành bảng tổng kết bảng 3.4 dưới đây:

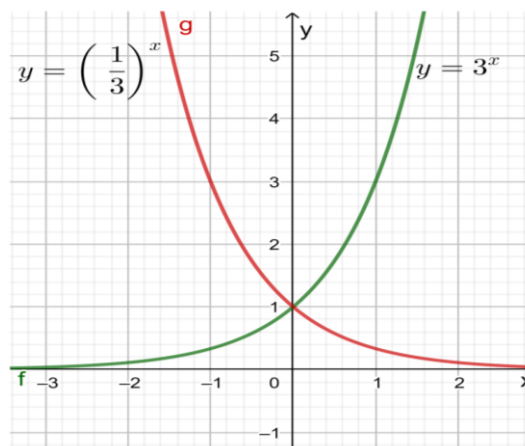
Kết quả mong đợi từ HS:

Bảng 1.4. Bảng tổng kết về tính chất đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Hàm số mũ	Hàm số $y = 2^x$	Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
Tập xác định	$D = R$	$D = R$
Tập giá trị	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$
Tính đơn điệu của hàm số	Hàm số đồng biến trên tập xác định	Hàm số nghịch biến trên tập xác định
Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số
Giao điểm với trục tung	Cắt trục tung tại điểm $(0;1)$	Cắt trục tung tại điểm $(0;1)$
Hình dạng đồ thị hàm số.	Đồ thị là đường cong đi lên từ trái sang phải (theo chiều tăng của biến số x) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.	Đồ thị là đường cong đi xuống từ trái sang phải (theo chiều tăng của biến số x) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Ví dụ 3: Em hãy vẽ các đồ thị hàm số, $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, trên cùng mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy?.

HS: Thực hiện “tương tự hóa”, kết quả như đồ thị 3.2 dưới đây



Đồ thị 1.2. Đồ thị hàm số, $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

+ *Hoạt động khái quát hóa*: được sử dụng trong quá trình thực hiện các nhiệm vụ sau:

GV: Từ các đồ thị hàm số trong các trường hợp cơ sở 1 cụ thể, em hãy điền vào chỗ chấm những đặc điểm chung giống nhau của đồ thị hàm số mũ bảng 3.5 dưới đây:

Kết quả mong đợi từ HS:

Bảng 1.5. Bảng đã hoàn thành về tính chất hàm số mũ

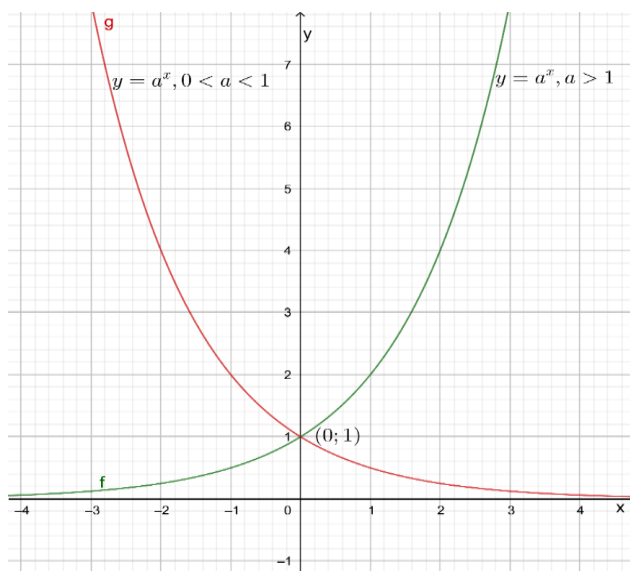
Hàm số mũ	Hàm số $y = a^x$ ($a > 1$)	Hàm số $y = a^x$ ($0 < a < 1$)
Tập xác định	$D = R$	$D = R$
Tập giá trị	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$
Tính đơn điệu của hàm số	Hàm số đồng biến trên tập xác định	Hàm số nghịch biến trên tập xác định
Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số
Giao điểm với trục tung	Cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$	Cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$
Hình dạng đồ thị của hàm số	Có hình dạng là đường cong đi lên từ trái sang phải trên hệ trục tọa độ Oxy	Có hình dạng là đường cong đi xuống từ trái sang phải trên hệ trục tọa độ Oxy

Để thực hiện được nhiệm vụ này, HS cần phải biết cách “khái quát hóa”, bằng cách nêu đặc điểm chung cho một lớp các đối tượng cùng loại (các hàm số mũ) từ đặc điểm nổi bật của một số phần tử có tính đại diện (hàm số $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ và

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x).$$

GV: Một cách tổng quát, dáng điệu đồ thị của hàm số $y = a^x$ với hai trường hợp $a > 1$ và $0 < a < 1$ như thế nào?

Dự kiến HS phác thảo đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ và $y = a^x$ với $0 < a < 1$



Đồ thị 1.3. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ và $y = a^x$ với $0 < a < 1$

Dựa vào dáng điệu của đồ thị, HS có thể phát hiện được các đặc điểm chung và riêng của đồ thị hàm số mũ trong hai trường hợp. Đồng thời, HS có thể phát biểu được các tính chất của các hàm số mũ.

Các hàm số mũ đều có các tính chất chung sau đây:

- + Tập xác định của hàm số mũ: $D = \mathbb{R}$.
- + Tập giá trị của hàm số mũ: $(0; +\infty)$, nói cách khác: hàm số mũ luôn nhận giá trị dương với mọi giá trị bất kì của đối số. Đồ thị của hàm số mũ nằm hoàn toàn ở phía trên trục hoành.
- + Tiệm cận: Đồ thị của hàm số mũ nhận trục Ox là tiệm cận ngang.
- + Đồ thị hàm số mũ đi qua điểm $(0; 1)$.

Để phát hiện và phát biểu được những tính chất chung của các hàm số mũ như trên, HS phải biết cách thực hiện hoạt động “khái quát hóa”.

Tuy nhiên, với các hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1 thì hàm số đó đồng biến trên toàn bộ tập xác định; nhưng với các hàm số mũ có cơ số $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên toàn bộ tập xác định.

+ Chiều biến thiên: cơ số $a > 1$, khi x tăng thì y tăng, nói cách khác: hàm số luôn đồng biến;

Cơ số a , $0 < a < 1$ khi x tăng thì y giảm, nói cách khác: hàm số luôn nghịch biến.

Để phát hiện và phát biểu được tính chất này của hàm số mũ, dựa vào hình ảnh trực quan là hai đồ thị đã vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy, HS phải biết cách “so sánh”: nêu lên sự khác biệt của hai nhóm đối tượng được so sánh (các hàm số mũ có cơ số a với $a > 1$ so với các hàm số mũ có cơ số a với $0 < a < 1$).

Trong hoạt động 3, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB 1,3,5,7(trong bảng)

Hoạt động 4: Luyện tập - củng cố

1. Em hãy vẽ các đồ thị của hàm số $y = 5^x$ và $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ trên cùng mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy?

2. Em hãy vẽ các đồ thị của hàm số dưới đây rồi bảo hàm số nào là đồng biến hoặc nghịch biến:

a) $y = 4^{2x}$.

b) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

Trong hoạt động 4, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB 4,5,6,7(trong bảng)

PHỤ LỤC 6

Ví dụ 1.2: Giải PP sau: $(x^2 - 4) + (x - 2)(3 - 2x) = 0$

1. Phân tích, so sánh, liên hệ với kiến thức đã học

Phương trình có hai phần chính:

- $x^2 - 4$ là một hằng đẳng thức quen thuộc: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$.
- $(x - 2)(3 - 2x)$ là một tích hai biểu thức bậc nhất.

Ta liên hệ với kiến thức về phương trình bậc hai và phương pháp phân tích nhân tử để tìm cách giải quyết.

2. Đặt câu hỏi để tìm kiếm thông tin và xác định hướng giải quyết

- Có thể nhóm hoặc khai triển các biểu thức để đơn giản hóa phương trình không?
- Có thể đưa phương trình về dạng tích để dễ tìm nghiệm không?

3. Tìm kiếm căn cứ trong lập luận và đưa ra nhiều phương án giải khác nhau

Cách 1: Nhóm và khai triển

Ta biến đổi từng phần: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(3 - 2x) = (x - 2)(-2x + 3)$$

Thay vào phương trình: $(x - 2)(x + 2) + (x - 2)(-2x + 3) = 0$

Đặt $(x - 2)$ làm nhân tử chung: $(x - 2)[(x + 2) + (-2x + 3)] = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 2)[x + 2 - 2x + 3] = 0 \Leftrightarrow (x - 2)[-x + 5] = 0$$

Từ đó, ta có hai trường hợp:
$$\begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ -x + 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2, x = 5$.

Cách 2: Khai triển và đưa về phương trình bậc hai

Khai triển $(x - 2)(3 - 2x)$: $(x - 2)(3 - 2x) = 3x - 6 - 2x^2 + 4x = -2x^2 + 7x - 6$

Thay vào phương trình: $x^2 - 4 + (-2x^2 + 7x - 6) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 + 7x - 4 - 6 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 7x - 10 = 0$$

Nhân với -1: $(x - 2)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 5$

Vậy nghiệm vẫn là $x = 2, x = 5$.

4. Xem xét, tranh luận và tìm ra cách giải hợp lý nhất

Hai cách giải đều cho cùng kết quả, nhưng cách 1 (phân tích nhân tử) nhanh hơn so với cách 2 (khai triển rồi giải phương trình bậc hai). Tuy nhiên, cách 2 giúp ta rèn luyện kỹ năng khai triển và nhận dạng phương trình bậc hai.

5. Lập luận, đưa ra phán đoán và tìm cách tiếp cận khác

Ta có thể kiểm tra nghiệm bằng cách thay $x = 2$ và $x = 5$ vào phương trình ban đầu:

$$\text{Với } x = 2: (2^2 - 4) + (2 - 2)(3 - 2(2)) = 0 + 0 = 0$$

$$\text{Với } x = 5: (5^2 - 4) + (5 - 2)(3 - 2(5)) = (25 - 4) + (3)(3 - 10)$$

$$\Leftrightarrow 21 + 3(-7) = 21 - 21 = 0$$

6. Nhận ra sai lầm và đưa ra phương án sửa chữa

Ở bước giải, nếu có sai sót trong khai triển hoặc tính toán, ta cần rà soát lại từng bước. Chẳng hạn, nếu khi nhóm nhân tử bị sai dấu, kết quả có thể sai.

7. Phát triển bài toán mới

- Nếu thay số 4 trong biểu thức $x^2 - 4$ bằng số khác, phương trình có dạng nào?
- Nếu thay hệ số trong tích $(x - 2)(3 - 2x)$, nghiệm thay đổi ra sao?
- Nếu thêm một tham số a , PT tổng quát có thể được giải ra sao?

Qua bài toán này, HS có thể thể hiện nhiều biểu hiện của TDPB: phân tích, đặt câu hỏi, đưa ra cách giải khác nhau, tranh luận về PP tối ưu, kiểm tra sai sót và mở rộng bài toán. Điều này giúp phát triển tư duy toán học sâu sắc hơn.

PHỤ LỤC 7

Ví dụ 1.3. Dạy học quy tắc giải BPT lượng giác(trong SGK 11- Chương 8-Bài 32)

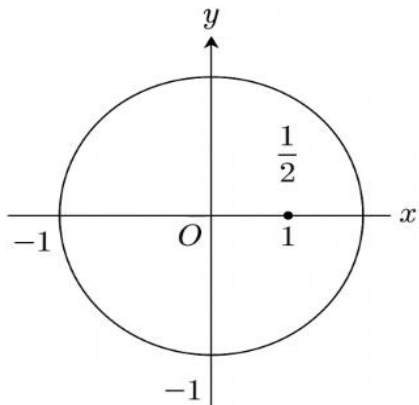
Hoạt động 1: Trải nghiệm – Nhận biết và khám phá nhu cầu cần quy tắc

Mục tiêu: Học sinh nhận diện được dạng bất phương trình lượng giác. Tự giải một vài bất phương trình bằng kinh nghiệm hoặc thử sai. Nhận ra khó khăn, từ đó thấy được nhu cầu cần có quy tắc giải tổng quát.

Tình huống khởi động

GV đưa bài toán sau (không gợi ý quy tắc):

Bài toán: Giải BPT $\cos x > \frac{1}{2}$, với $x \in [0, 2\pi]$

Hoạt động của Giáo viên:	Hoạt động của Học sinh:
+ Cho học sinh làm cá nhân hoặc cặp đôi. + Không cung cấp quy tắc giải, khuyến khích học sinh dùng hiểu biết cũ, vẽ đường tròn lượng giác, hoặc suy đoán nghiệm. + Gợi ý: “Khi nào thì $\cos x > \frac{1}{2}$?” Có những giá trị nào của x thỏa mãn điều đó trên đoạn từ 0 đến 2π?”	Vẽ đường tròn lượng giác, xác định điểm có hoành độ $\frac{1}{2}$  + Dự đoán nghiệm: “À, $\cos x = \frac{1}{2}$ tại $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$. Vậy nghiệm của BPT là giữa 2 giá trị này?” + Một số HS chọn nghiệm là $x \in \left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$, một số chọn sai vùng, hoặc không chắc chắn vùng nghiệm.

Thảo luận lớp:

GV hỏi:

- + Các em có đưa ra nghiệm khác nhau không?
- + Có ai thấy bối rối khi xác định khoảng nghiệm?

Nếu thay đổi từ $> \frac{1}{2}$ sang $\geq \frac{1}{2}$, nghiệm có thay đổi không?

+ Từ đó, học sinh thấy rằng:

- ☐ Việc giải bất phương trình lượng giác không dễ nếu chỉ dựa vào trục giác.
- ☐ Cần có quy tắc giải tổng quát để xác định nghiệm chính xác và đầy đủ.

Kết quả mong đợi:

- ☐ Học sinh có trải nghiệm ban đầu để hiểu bản chất bài toán.
- ☐ Phát hiện sự cần thiết của quy tắc, sẵn sàng đón nhận kiến thức mới trong hoạt động 2.

Trong hoạt động 1, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: (1) Phân tích mối liên hệ giữa phương trình và bất phương trình (qua nghiệm và miền xác định), (2) Đặt câu hỏi: “Khoảng nghiệm là gì?”, “Tại sao lại dùng đường tròn?”, “Cách mở rộng ra $\mathbb{R}$ như thế nào?”

Hoạt động 2: Giải thích và chứng minh quy tắc

Mục tiêu: Học sinh hiểu rõ cơ sở lý thuyết và quy tắc giải bất phương trình lượng giác cơ bản. Biết vận dụng đường tròn lượng giác và tập giá trị của các hàm lượng giác để xác định nghiệm. Hiểu vì sao quy tắc đó đúng, không chỉ nhớ máy móc.

Tình huống tiếp nối

GV quay lại bài toán ở Hoạt động 1:

“Ở Hoạt động trước, chúng ta đã gặp bất phương trình $\cos x > \frac{1}{2}$, một số bạn có đáp án, nhưng không chắc chắn. Bây giờ, hãy cùng tìm một quy tắc tổng quát để giải bài toán này chính xác và đầy đủ.”

Hoạt động của Giáo viên:	Hoạt động của Học sinh:
Bước 1: Nhắc lại kiến thức nền tảng + Nhắc học sinh: Hàm $\cos x$ có giá trị từ -1 đến 1 ; chu kỳ là 2π .	☐ Ghi chép quy tắc. ☐ Quan sát hình vẽ, chỉ ra khoảng nghiệm. ☐ Thực hành vận dụng ngay với ví dụ:

Hoạt động của Giáo viên:	Hoạt động của Học sinh:
+ Đưa ra câu hỏi: "Khi $\cos x = a$, thì x có dạng gì?" Bước 2: Trình bày quy tắc giải bất phương trình $\cos x > a$ trên đoạn $[0, 2\pi]$ + Nếu $-1 < a < 1$, thì phương trình $\cos x = a$ có hai nghiệm trong đoạn $[0, 2\pi]$: $x_1 = \arccos a, \quad x_2 = 2\pi - \arccos a$ + Vì hàm $\cos$ giảm trên đoạn $[0, \pi]$ và tăng trên $[\pi, 2\pi]$, nên: $\cos x > a$ $\Leftrightarrow x \in (0, \arccos a) \cup (2\pi - \arccos a, 2\pi)$ Bước 3: Giải thích bằng hình ảnh GV vẽ đường tròn lượng giác, biểu diễn cung ứng với hoành độ $a > \frac{1}{2}$.	Ví dụ: Giải $\cos x > \frac{1}{2}$ trên đoạn $[0, 2\pi]$. Học sinh áp dụng quy tắc: $x \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right)$

Thảo luận mở rộng (nếu còn thời gian):

+ Nếu thay “>” bằng “≥”, nghiệm có thay đổi không?

+ Nếu tìm nghiệm trên $\mathbb{R}$ thay vì đoạn $[0, 2\pi]$, cần làm gì?

Kết quả mong đợi:

- ☐ HS nắm vững quy tắc giải bất phương trình lượng giác cơ bản.
- ☐ Biết lý do tại sao cần hai khoảng nghiệm tách rời.
- ☐ Chuẩn bị tốt để sang hoạt động 3: Đặt câu hỏi và phản biện.

Trong hoạt động 2, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: (3) Tìm căn cứ từ đồ thị, từ giá trị hàm số, đưa ra các phương án xác định miền nghiệm, (5) Lập luận và hình thành quyết định: xác định chính xác miền nghiệm phù hợp điều kiện

Hoạt động 3: Đặt câu hỏi và phản biện

Mục tiêu: Học sinh rèn luyện tư duy phản biện thông qua đặt câu hỏi, nêu giả thuyết và kiểm chứng lại quy tắc. Xác định rõ phạm vi áp dụng và giới hạn của quy tắc đã học. Phát hiện, điều chỉnh các hiểu sai phổ biến.

Tình huống đặt vấn đề

Sau khi học quy tắc giải bất phương trình $\cos x > a$, GV chuyển sang tổ chức thảo luận – phản biện:

“Quy tắc có vẻ rất rõ ràng, nhưng liệu có tình huống đặc biệt nào khiến ta áp dụng sai?

Hãy cùng đặt câu hỏi, phản biện và làm sáng tỏ.”

Hoạt động của Giáo viên:	Hoạt động của Học sinh:
☐ Giao nhiệm vụ: “Mỗi nhóm hãy đặt ra ít nhất một câu hỏi phản biện hoặc kiểm tra giới hạn của quy tắc.” ☐ Gọi ý một số hướng phản biện: 1. Điều gì xảy ra nếu $a = 1$? Hoặc $a = -1$? 2. Nếu giải trên tập $\mathbb{R}$, quy tắc có thay đổi không? 3. Với $\cos x < 2$, có giải được không? Vì sao? 4. Nếu HS quên xét cả 2 khoảng nghiệm, sai sót gì có thể xảy ra?	Nhóm 1 – Đặt câu hỏi phản biện: “Nếu $\cos x > 1$, có nghiệm không?” → HS tự trả lời: “Không có nghiệm vì $\cos x \leq 1$.” → Rút ra: Cần kiểm tra điều kiện tồn tại trước khi áp dụng quy tắc. Nhóm 2 – Phản biện quy tắc dạng tổng quát: “Tại sao lại là hai khoảng $(0, \arccos a) \cup (2\pi - \arccos a, 2\pi)$? Có phải luôn đúng không?” → Một bạn nêu ý kiến: “Chỉ đúng khi giải trên $[0, 2\pi]$. Nếu mở rộng ra $\mathbb{R}$, nghiệm là nhiều khoảng lặp lại.” → Kết luận: Phạm vi áp dụng quy tắc cần nói rõ. Nhóm 3 – So sánh với trường hợp $\cos x \geq 2$: “Nếu thay $>$ bằng $\geq$, phải thay đổi gì trong cách viết nghiệm?” → Học sinh chỉnh sửa: $(0, \arccos a) \cup (2\pi - \arccos a, 2\pi)$

Tổng kết và củng cố:

GV dẫn dắt HS tổng hợp:

+ Khi nào không có nghiệm? (Ví dụ: $\cos x > 2$)

- + Khi nào có nghiệm vô số? (Ví dụ: giải trên $\mathbb{R}$)
- + Tầm quan trọng của kiểm tra điều kiện ban đầu và ghi rõ phạm vi nghiệm.

Kết quả mong đợi:

- ☐ HS biết đặt câu hỏi ngược, kiểm tra lại quy tắc.
- ☐ Hình thành tư duy phản biện trong việc học quy tắc – không chấp nhận máy móc.
- ☐ Sẵn sàng vận dụng quy tắc một cách chủ động, linh hoạt.

Trong hoạt động 3, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: (4) Hoài nghi và tham gia tranh luận về kết quả sai, (6) Phát hiện sai sót và đề xuất phương án sửa.

Hoạt động 4: Vận dụng

Mục tiêu: Học sinh vận dụng quy tắc đã học để giải quyết các bài toán ở mức độ vận dụng – vận dụng cao. Biết tổng quát hóa, áp dụng quy tắc vào nhiều tình huống khác nhau: trên các khoảng khác nhau, với các phép biến đổi đơn giản, hoặc các bất phương trình phức hợp. Tăng cường tư duy sáng tạo và khả năng ứng dụng linh hoạt quy tắc.

Tình huống vận dụng

GV đưa ra một số bài toán để HS áp dụng trực tiếp và biến đổi sáng tạo.

Hoạt động của Giáo viên:	Hoạt động của Học sinh:
1. Giao nhiệm vụ: Bài 1: Giải bất phương trình $\cos x > \frac{1}{2}$ trên $\mathbb{R}$ Bài 2: Giải bất phương trình $\cos(2x) \geq -\frac{1}{2}$ trên khoảng $[0, 2\pi]$. Bài 3 (nâng cao): Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để bất phương trình $\cos(x) > \frac{m}{3}$ có nghiệm trên $[0, \frac{\pi}{2}]$. 2. Hướng dẫn học sinh lựa chọn quy tắc phù hợp: Nhắc lại các bước: ☐ Xác định điều kiện tồn tại nghiệm.	Bài 1 – Giải trên $\mathbb{R}$: HS xác định $\cos x > \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right), \text{ với } k \in \mathbb{Z}$ → HS biết lặp chu kỳ và viết nghiệm tổng quát. Bài 2 – Có chứa hàm $\cos(2x)$: + HS đổi biến: đặt $u = 2x \Rightarrow \cos(2x) \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow u \in [-2\pi, 4\pi]$ + Giải bất phương trình $\cos(2x) \geq -\frac{1}{2}$, rồi chia nghiệm cho 2 để suy ra nghiệm của x.

Hoạt động của Giáo viên:	Hoạt động của Học sinh:
☐ Tìm nghiệm cơ bản. ☐ Suy ra nghiệm trên miền yêu cầu.	Bài 3 – Tư duy sáng tạo (tìm m nguyên): Xét $\cos(x) > \frac{m}{3}$ có nghiệm trên $[0, \frac{\pi}{2}]$ → Do $\cos x$ giảm từ 1 đến 0 trên đoạn này, nên ta cần: $\exists x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ sao cho $\cos(x) > \frac{m}{3} \Rightarrow \frac{m}{3} < 1$ → $m < 3$, đồng thời phải có: $\frac{m}{3} < \cos(\frac{m}{2}) = 0 \Rightarrow m < 0$ → $m \in -1, -2$

Thảo luận mở rộng:

- + Có thể thay đổi điều kiện bài toán: giải trên đoạn $[-\pi, \pi]$, hoặc xét $\sin x > a$, $\tan x > a$,...
- + Khuyến khích HS đưa ra bài toán ngược: “Hãy cho một bất phương trình lượng giác mà không có nghiệm và giải thích vì sao.”

Kết quả mong đợi:

- ☐ HS vận dụng chính xác quy tắc đã học.
- ☐ Biết khái quát hóa, phân tích điều kiện có nghiệm.
- ☐ Thể hiện tư duy phản biện (kiểm tra điều kiện đầu vào) và tư duy sáng tạo (biến đổi bài toán, tự thiết kế bài toán ngược).

Trong hoạt động 4, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: (7) Giải quyết tình huống mới (hàm bậc hai lượng giác, hàm hợp), phân tích miền xác định, (5) Tìm cách giải linh hoạt theo từng miền, đưa ra các biểu diễn nghiệm tương ứng

PHỤ LỤC 8

Ví dụ 1.4: GV nêu nhiệm vụ cho HS thông qua phiếu học tập sau:

1. Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để đưa ra cách giải phương trình sau:

$$\sqrt[m]{f(x)+a} - \sqrt[n]{f(x)-b} = c \quad (m, n \in \mathbb{N}, m, n \geq 2)$$

2. Áp dụng cách giải đó để giải các phương trình, bất phương trình sau:

$$\text{a) } \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1-x} = 1; \quad \text{b) } \sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$$

GV tổ chức cho HS thực hiện nhiệm vụ học tập

Đối với câu 1:

- GV yêu cầu HS quan sát mối quan hệ giữa hai biểu thức dưới dấu căn.

- HS nhận xét rằng: các biểu thức dưới dấu căn có cùng cấu trúc là $f(x)+a$ và

$$f(x)-b$$

- GV hướng dẫn HS đặt ẩn phụ để giải phương trình trên.

- HS đặt: $u = \sqrt[m]{f(x)+a}; \quad v = \sqrt[n]{f(x)-b}$

Suy ra hệ phương trình:
$$\begin{cases} u - v = c \\ u^m - a = v^n + b \end{cases}$$

- Từ đó, HS giải hệ phương trình tìm u, v , rồi tìm $f(x)$, cuối cùng tìm được nghiệm x .

Đối với câu 2:

GV yêu cầu 2 HS lên bảng giải bài tập. Mỗi HS giải một phương trình hoặc bất phương trình.

* HS 1 giải phương trình: $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1-x} = 1$

Bước 1. Xét điều kiện xác định (ĐKXĐ):

+ Căn bậc ba **luôn xác định với mọi số thực**. Vậy phương trình xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$

Bước 2. Đặt ẩn phụ: Gọi $u = \sqrt[3]{x}$, $v = \sqrt[3]{1-x}$. Khi đó: $u + v = 1$

$$\text{Đồng thời: } u^3 + v^3 = x + (1-x) = 1$$

Bước 3. Áp dụng công thức tổng lập phương:

$$\text{Ta có: } u^3 + v^3 = (u+v)^3 - 3uv(u+v). \text{ Thay số vào: } 1 = 1^3 - 3uv.1$$

$$\text{Giải ra: } 1 = 1 - 3uv \Rightarrow uv = 0$$

Bước 4. Xét các trường hợp:

Trường hợp 1: $u = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x = 0$. Khi đó: $v = 1 - u = 1 - 0 = 1$

Kiểm tra: $v = \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{1-0} = 1$ (đúng)

Trường hợp 2: $v = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{1-x} = 0 \Rightarrow 1-x = 0 \Rightarrow x = 1$

Khi đó: $u = 1 - v = 1 - 0 = 1$

Kiểm tra: $u = \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{1} = 1$ (đúng). Vậy nghiệm của PT là: $x = 0$ hoặc $x = 1$

* HS2 giải phương trình: $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$

Bước 1. Xác định điều kiện xác định

Biểu thức $\sqrt{7-x}$ xác định khi: $7-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7$.

Biểu thức $\sqrt[3]{x-1}$ luôn xác định với mọi x . Vậy **tập xác định** là: $x \leq 7$.

Bước 2. Đặt ẩn phụ

Đặt: $u = \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow x = u^3 + 1$. Khi đó $v = \sqrt{7-x} = \sqrt{7-(u^3+1)} = \sqrt{6-u^3}$

Bước 3. Đưa về bất phương trình theo u

Bất phương trình trở thành: $u + v \leq 4 \Rightarrow u + \sqrt{6-u^3} \leq 4$

Bước 4. Tìm điều kiện cho u

- $\sqrt{6-u^3}$ xác định khi: $6-u^3 \geq 0 \Rightarrow u^3 \leq 6 \Rightarrow u \leq \sqrt[3]{6}$

- Và $x = u^3 + 1 \leq 7 \Rightarrow u^3 \leq 6$ (điều kiện trùng nhau).

$\Rightarrow$ Miền xác định: $u \leq \sqrt[3]{6}$

Bước 5. Xét bất phương trình $u + \sqrt{6-u^3} \leq 4$

+ Thử $u = 2$: $2 + \sqrt{6-8} = 2 + \sqrt{-2}$ (loại)

+ Thử $u = 1$: $1 + \sqrt{6-1} = 1 + \sqrt{5} \approx 1 + 2,236 = 3,236 < 4$

+ Thử $u = \sqrt[3]{6} \approx 1,82$: $1,82 + \sqrt{6-1,82^3} = 1,82 + 0 = 1,82 < 4$

$\Rightarrow$ Với $u = \sqrt[3]{6}$, giá trị $u + \sqrt{6-u^3} \leq 4$.

Vậy bất phương trình **luôn đúng** với mọi $u = \sqrt[3]{6}$

Bước 6. Kết luận về x

Với $u = \sqrt[3]{6} \Rightarrow x = u^3 + 1 \leq 6 + 1 = 7$.

Mà điều kiện xác định cũng là $x \leq 7$.

Vậy Tập nghiệm của bất phương trình là: $x \leq 7$

Phân tích:

Thông qua hoạt động dạy học trên, HS đã phải vận dụng linh hoạt các hoạt động trí tuệ như: phân tích (tổng của các biểu thức trong dấu căn là hằng số); khái quát hóa (cách giải PT dạng $\sqrt[n]{f(x)+a} - \sqrt[n]{f(x)-b} = c$); tương tự hóa (cách giải BPT $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$ giống cách giải PT $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1-x} = 1$); HS được rèn luyện suy nghĩ không rập khuôn máy móc, mà biết vận dụng sáng tạo các tri thức, kinh nghiệm đã có (ở đây là cách giải PT $\sqrt[n]{f(x)+a} - \sqrt[n]{f(x)-b} = c$) vào một tình huống mới đã có yếu tố thay đổi (là BPT $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{7-x} \leq 4$). Như vậy HS đã được rèn luyện tính mềm dẻo của tư duy.

Ví dụ 1.5. Giải bất phương trình sau: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 5$

Với bài toán này, học sinh có thể tiếp cận từ nhiều góc độ khác nhau và tìm ra được nhiều cách giải khác nhau.

Cách 1: Bình phương hai vế và rút gọn trực tiếp

Bước 1: Đặt điều kiện xác định

$$\text{Để PT có nghĩa, cần: } 2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

Vậy **tập xác định** của PT là: $x \geq -1$

Bước 2: Viết lại PT $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 5$

Bước 3: Đặt $A = \sqrt{2x+3}$, $B = \sqrt{x+1}$ / ($A \geq 0$ $B \geq 0$)

Khi đó, ta có hệ: $A+B=5$. Ta cần liên hệ giữa A và B .

Bước 4: Biểu diễn A theo B

$$\text{Ta có: } A = 5 - B. \text{ Nhưng: } A^2 = 2x+3 \Rightarrow B^2 = x+1$$

Bước 5: Biến đổi và giải hệ

$$\text{Thay } A = 5 - B \text{ vào } A^2 = 2x+3: (5-B)^2 = 2x+3$$

$$\text{Mở rộng và rút gọn: } 25 - 10B + B^2 = 2x+3$$

$$\text{Mặt khác, từ } B^2 = x+1, \text{ suy ra: } x = B^2 - 1$$

$$\text{Thay vào PT trên: } 25 - 10B + B^2 = 2(B^2 - 1) + 3$$

$$25 - 10B + B^2 = 2B^2 - 2 + 3 \Rightarrow 25 - 10B + B^2 = 2B^2 + 1$$

Bước 6: Giải PT theo B

$$\text{Chuyển vế: } 25 - 10B + B^2 - 2B^2 - 1 = 0 \Rightarrow -10B - B^2 + 24 = 0 \Rightarrow 10B + B^2 - 24 = 0$$

Giải PT bậc hai: $\Delta = 100 + 96 = 196$

$$B = \frac{-10 \pm 14}{2} \Rightarrow B_2 = 2 \text{ (chọn, vì } B \geq 0) \Rightarrow B_2 = -12 \text{ (loại)}$$

Bước 7: Tìm x ; $B = 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$

Vậy nghiệm duy nhất của PT là: $x = 3$

Cách 2: Đặt điều kiện xác định

Để PT có nghĩa, cần: $2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

Vậy **tập xác định** của PT là: $x \geq -1$. Ta có: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 5$

Đặt $t = \sqrt{2x+3} \geq 0$. Suy ra: $x+1 = t^2 \Rightarrow x = t^2 - 1$

Thay vào $\sqrt{2x+3}$: $\sqrt{2(t^2-1)+3} = \sqrt{2t^2-2+3} = \sqrt{2t^2+1}$

PT trở thành: $\sqrt{2t^2+1} + t = 5$

Đặt $u = \sqrt{2t^2+1}$. Khi đó: $u + t = 5 \Rightarrow t = 5 - u$

Mặt khác: $u^2 = 2t^2 + 1$

Thay $t = 5 - u$ vào: $u^2 = 2t^2 + 1 \Rightarrow u^2 = 2(5-u)^2 + 1$

Giải PT: $u^2 = 2(25 - 10u + u^2) + 1 \Rightarrow u^2 = 50 - 20u + 2u^2 + 1$

$$u^2 = 51 - 20u + 2u^2$$

Chuyển vế: $u^2 - 2u^2 + 20u - 51 = 0 \Rightarrow -u^2 + 20u - 51 = 0 \Rightarrow u^2 - 20u + 51 = 0$

Giải PT bậc hai: $\Delta = 400 - 204 = 196$

$$u = \frac{20 \pm 14}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{34}{2} = 17; \quad u_2 = \frac{6}{2} = 3$$

Với $u = 17$: $t = 5 - 17 = -12$ (loại, vì $t \geq 0$)

Với $u = 3$: $t = 5 - 3 = 2 \Rightarrow t = \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$

Nghiệm tìm được là $x = 3$

Thử lại: $\sqrt{2(3)+3} + \sqrt{3+1} = \sqrt{6+3} + \sqrt{4} = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5$ (thoả mãn)

Cách 3: Xét hàm số

Xét hàm số: $f(x) = \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1}$. Tập xác định: $x \geq -1$

Tính đạo hàm: $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{2x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

Hàm số **đồng biến** trên miền xác định.

$$+ f(-1) = \sqrt{2(-1)+3} + \sqrt{-1+1} = \sqrt{1} + 0 = 1$$

$$+ f(3) = \sqrt{2(3)+3} + \sqrt{3+1} = \sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$$

Vậy: $f(x) = 5 \Leftrightarrow x = 3$; PT có nghiệm duy nhất: $x = 3$

Thông qua hoạt động giải phương trình trên, HS được rèn luyện khả năng xem xét đối tượng dưới nhiều góc độ. Từ đó, các em nhanh chóng tìm được nhiều giải pháp khác nhau và tìm ra cách giải tối ưu nhất. (Ví dụ: Cách 1 sử dụng phương pháp bằng cách bình phương hai vế, đồng thời khai thác mối liên hệ giữa các căn thức. Cách 2 sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ, chuyển đổi đại số linh hoạt, cách 3 xét tính đơn điệu của hàm số, ngắn gọn và trực quan). Như vậy, HS đã được **rèn luyện tính nhuần nhuyễn của tư duy**.

Ví dụ 1.6. $(x^2 - 4x + 2)(2x^2 + 3x - 5) = (x^2 + 5x + 3)(2x^2 - 5x - 1)$ (1)

Khi gặp bài toán không ở dạng quen thuộc HS thường hay lúng túng về cách chọn phương án giải, tuy nhiên một số học sinh khá hơn thì có thể tư duy theo các cách sau:

Cách 1. Thói quen thông thường là nhân các số hạng với nhau, sau đó mới đơn giản rồi giải. Ở PT này ta không thể dùng được phương pháp đó vì quá phức tạp và PT bậc quá cao. Do đó ta phải sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để hạ bậc của PT xuống.

Đặt $x^2 + 3 = a, 2x^2 - 1 = b$. PT (1) trở thành $(a - 5x)(b + 5x) = (a + 5x)(b - 5x)$

Rút được $ab - 5x(a - b)x = ab + 5(b - a)x \Leftrightarrow x(a - b) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ a = b \end{cases}$$

Với $a - b = 0$ hay $a = b \Leftrightarrow x^2 + 3 = 2x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = -2, x_3 = 2 \text{ hoặc } x = -2$$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $s = \{-2; 0; 2\}$

Cách 2. Đặt $x^2 + 5x + 3 = a$ (2) và $2x^2 - 5x - 1 = b$ (3)

Ta cộng hai vế của PT (2) cho $10x$ và trừ hai vế của PT (3) cho $10x$, ta được:

$$x^2 + 5x + 3 = a + 10x \quad (4)$$

$$2x^2 - 5x - 1 = b - 10x \quad (5)$$

Lấy (2), (3), (4), (5) thay vào (1), ta được:

$$ab = (a + 10x)(b - 10x) \Leftrightarrow 100x^2 + (a - b)10x = 0 \Leftrightarrow 10x[10x + (a - b)] = 0$$

$$\Leftrightarrow x[10x + (a-b)] = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 10x + (a-b) = 0 \end{cases}$$

$$10x + [x^2 - 5x + 3 - (2x^2 + 5x - 1)] = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = -2, x = 2$$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $s = \{-2; 0; 2\}$

Cách 3. Từ dạng tích biến đổi thành dạng tỉ lệ $\frac{x^2 + 5x + 3}{x^2 + 5x + 3} = \frac{x^2 - 5x - 3}{x^2 + 5x - 1}$

Dùng định lý tính chất tỉ lệ $\frac{b}{a} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b-a} = \frac{c+d}{c-d}$

$$\text{Được: } \frac{2x^2 + 6}{-10x} = \frac{4x^2 - 2}{-10x} \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 3}{x} = \frac{2x^2 - 1}{x} \Rightarrow \frac{x^2 + 3}{x} = \frac{2x^2 - 1}{-10x}$$

$$\text{Nên } x(x^2 + 3) = x(2x^2 - 1) \Rightarrow x(x^2 + 3 - 2x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x(4 - x^2) = 0$$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $s = \{-2; 0; 2\}$

Trong 3 cách giải trên, **Cách 3** thể hiện tính **độc đáo** và **ngắn gọn**, giúp tìm nghiệm nhanh mà không cần biến đổi phức tạp.

Ví dụ 1.7. Cho PT $3x^2 + 15x + \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$ (1)

- GV yêu cầu HS nhận xét về lời giải sau:

Đặt $t = x^2 + 5x$, khi đó (1) trở thành: $3t + 2\sqrt{t+1} = 2$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{t+1} = 2 - 3t \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 3t \geq 0 \\ 4(t+1) = (2-3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \frac{2}{3} \\ 9t^2 - 16t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$$

$$\text{Với } t = 0 \Rightarrow x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

- HS nhận xét: Lời giải trên là đúng nhưng hơi dài. Việc đặt ẩn phụ $t = x^2 + 5x$ vẫn chưa hữu tỉ hóa được PT (1). PT mới thu được vẫn là một PT vô tỉ do đó việc giải phức tạp.

- GV: Em có ý tưởng gì mới để khắc phục hạn chế của lời giải trên không?

- HS: Nêu ý tưởng sẽ đặt ẩn phụ như thế nào đó để có thể hữu tỉ hóa được PT (1), khi đó việc giải PT tiếp theo sẽ đơn giản hơn.

- GV: Em hãy giải bài toán theo ý tưởng đó (Kiểm chứng ý tưởng).

- HS: Đặt $t = \sqrt{x^2 + 5x + 1}$ ($t \geq 0$) $\Rightarrow x^2 + 5x = t^2 - 1$. PT (1) trở thành:

$$3(t^2 - 1) + 2t = 2 \Leftrightarrow 3t^2 + 2t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow t = 1 \text{ (vì } t \geq 0)$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

Kết luận: PT (1) có hai nghiệm: $x = 0; x = 5$.

Phân tích: Thông qua hoạt động dạy học trên HS đã được rèn luyện khả năng phát triển ý tưởng, kiểm chứng ý tưởng và tìm cách giải mới hoàn thiện hơn cách giải cũ. Như vậy HS đã được rèn luyện tính hoàn thiện của tư duy.

Ví dụ 1.8. Cho PT sau: $\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + 2} = 2\sqrt{x^2}$ (1)

- GV đưa ra lời giải và yêu cầu HS phát hiện sai lầm: Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -2 \\ x = 0 \end{cases}$. Ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = \sqrt{x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x}\sqrt{x-1} + \sqrt{x}\sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}\sqrt{x} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} - 2\sqrt{x}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 4(x^2 + x - 2) = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{9}{8} \end{cases}$$

Cả hai nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện, vậy PT (1) có hai nghiệm: $x = 0; x = \frac{9}{8}$.

- HS: Lời giải trên sai lầm ở bước biến đổi

$$\sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = \sqrt{x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x}\sqrt{x-1} + \sqrt{x}\sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}\sqrt{x}$$

Ở đây người giải đã cho rằng: $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, nhưng đẳng thức này chỉ đúng khi $a \geq 0, b \geq 0$.

- GV yêu cầu HS khắc phục sai lầm và giải lại bài toán.

- HS: Điều kiện:
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

+) Trường hợp 1: $x = 0$. Dễ thấy $x = 0$ là một nghiệm của PT (1).

+) Trường hợp 2: $x \geq 1$. Ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = \sqrt{x^2} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}\sqrt{x-1} + \sqrt{x}\sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} - 2\sqrt{x}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x - 1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4(x^2 + x - 2) = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \text{ (TM)} \end{aligned}$$

+) Trường hợp 2: $x \leq -5$. Ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sqrt{(-x)(1-x)} + \sqrt{(-x)(-x-2)} = \sqrt{(-x)(-x)} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{-x}\sqrt{1-x} + \sqrt{-x}\sqrt{-x-2} = 2\sqrt{-x}\sqrt{-x} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{-x}(\sqrt{1-x} + \sqrt{-x-2} - 2\sqrt{-x}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{1-x} + \sqrt{-x-2} = 2\sqrt{-x} \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + x - 2} = -2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ 4(x^2 + x - 2) = (-2x + 1)^2 \end{cases} \end{aligned}$$

Hệ này vô nghiệm.

+) Kết luận: PT (1) có hai nghiệm: $x = 0; x = \frac{9}{8}$.

Nhận xét: Qua việc phát hiện sai lầm và sửa chữa sai lầm trong lời giải bài toán trên, HS đã được rèn luyện tính nhạy cảm vấn đề của tư duy.

Như vậy các đặc trưng cơ bản trên của tư duy sáng tạo không tách rời nhau mà trái lại chúng có quan hệ mật thiết với nhau, hỗ trợ bổ sung cho nhau. Khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác (tính mềm dẻo) tạo điều kiện để cho việc tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ khác nhau và khía cạnh khác nhau (tính nhuần nhuyễn) và nhờ đó đề xuất được nhiều phương án khác nhau mà có thể tìm được giải pháp lạ đặc sắc (tính độc đáo). Tất cả các yếu tố đặc trưng trên góp phần tạo nên tư duy sáng tạo, đỉnh cao nhất trong các hoạt động trí tuệ của con người.

Các yếu tố cốt lõi có mối quan hệ chặt chẽ, hỗ trợ và bổ sung lẫn nhau. Khả năng chuyển đổi linh hoạt giữa các hoạt động trí tuệ (tính mềm dẻo) giúp mở rộng góc nhìn và tìm ra nhiều giải pháp khác nhau (tính nhuần nhuyễn). Việc đề xuất đa dạng phương án cũng tạo điều kiện để khám phá những ý tưởng độc đáo, mới lạ (tính độc đáo). Những yếu tố này đồng thời liên kết mật thiết với tính chính xác, tính hoàn thiện và khả năng nhạy bén trong việc nhận diện vấn đề. Sự kết hợp hài hòa giữa các yếu tố trên góp phần hình thành TDST.

PHỤ LỤC 9

Ví dụ 1.9. Dạy học định lý PT mũ (trong SGK Toán lớp 11– Chương 4- Bài 16)

Chủ đề: Định lý về phương trình mũ cơ bản

Nếu $a > 0$, $a \neq 1$, thì PT $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

Hoạt động 1. Khởi động

Mục tiêu: Kích thích hứng thú, khơi gợi tri thức về lũy thừa và tính đơn điệu của hàm mũ.

Vai trò	Nội dung hoạt động
GV	Đặt câu hỏi: “Em có nhận xét gì về giá trị của a^x và a^y khi $x = y$? Ngược lại, nếu $a^x = a^y$, có thể kết luận $x = y$ không?” Gợi nhắc: “Hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ có tính chất gì về đơn điệu?”
HS	Trả lời theo trực giác: “Nếu cùng cơ số và giá trị bằng nhau thì số mũ có lẽ cũng bằng nhau.” Gợi ý các ví dụ: $2^3 = 2^3 \Rightarrow 3 = 3$; “Nếu $2^x = 2^5$ thì chắc $x = 5$ ”.

Trong hoạt động 1, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: **(1)** Linh hoạt chuyển đổi giữa ví dụ cụ thể và lập luận chung, **(3)** Vượt qua tư duy khuôn mẫu để nghi ngờ giả định phổ biến, **(5)** Đánh giá từ nhiều góc nhìn: điều kiện áp dụng, cơ sở âm...

Hoạt động 2. Hình thành định lý

Mục tiêu: Nhận biết quy tắc chung qua các ví dụ cụ thể, hướng đến phát biểu định lý.

Vai trò	Nội dung hoạt động
GV	Cho HS khảo sát các cặp giá trị x, y sao cho $a^x = a^y$ với các cơ số khác nhau (2, 3, 1/2,...) Yêu cầu HS phát biểu nhận xét chung. Dẫn dắt phát biểu định lý: “vậy $a > 0$, $a \neq 1$, thì phương trình $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$ ”
HS	Làm bảng thử với các giá trị: $3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow x = 3$ Sau đó tổng quát: “có vẻ như cùng cơ số thì số mũ phải bằng nhau nếu kết quả bằng nhau”.

Trong hoạt động 2, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: **(1)** Tổng hợp, khái quát hóa từ các trường hợp cụ thể, **(6)** Tạo kết nối giữa ví dụ – biểu thức – định lý, **(7)** Phát hiện mối liên hệ giữa dạng phương trình và tính chất hàm mũ

Hoạt động 3. Chứng minh định lý

Mục tiêu: Hình thành lập luận chặt chẽ, biết phản biện giả định ngược.

Vai trò	Nội dung hoạt động
GV	Yêu cầu HS giải thích vì sao $a^x = a^y$ thì $x = y$, thì $a > 0$, $a \neq 1$. Gợi ý sử dụng tính đơn điệu của hàm số $y = a^x$.
HS	Trả lời: vì $y = a^x$ là hàm đơn điệu (đồng biến nếu $a > 1$, nghịch biến nếu $0 < a < 1$), nên hàm số là một – một, tức: nếu $a^x = a^y \Rightarrow x = y$ Có thể đề xuất thêm: chứng minh bằng cách lấy loga hai vế.

Trong hoạt động 3, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: **(1)** Vận dụng suy luận diễn dịch, logic chặt chẽ, **(2)** Điều chỉnh chiến lược nếu gặp khó với cách chứng minh đầu tiên, **(4)** Đề xuất nhiều cách chứng minh: đồ thị, loga, định nghĩa hàm một – một, **(10)** Nhận diện lỗi sai logic nếu giả định sai điều kiện cơ sở

Hoạt động 4. Củng cố định lý

Mục tiêu: Áp dụng định lý trong các tình huống cơ bản và nhận diện sai lầm nếu có.

Vai trò	Giao bài tập trắc nghiệm nhanh:
GV	1) $5^x = 5^7 \Rightarrow x = ?$ 2) Có đúng không: $3^x = 9 \Rightarrow x = 2$? 3) Sai ở đâu nếu nói: $(-2)^x = (-2)^3 \Rightarrow x = 3$?
HS	Trả lời: 1) $x = 7$ 2) Sai vì $3^x = 9 \Rightarrow x = 2$ (đúng) 3) Sai vì cơ số âm – không thỏa mãn định lý.

Trong hoạt động 4, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: **(1)** Phân tích – so sánh tình huống đúng/sai, **(3)** Vận dụng định lý vào những tình huống đặc biệt (cơ số âm, cơ số = 1), **(5)** Xem xét bài toán từ nhiều khả năng: đúng định lý hay cần phản biện?, **(10)** Phát hiện và chỉnh sửa mâu thuẫn, lập luận chưa đủ điều kiện.

Hoạt động 5. Vận dụng định lý

Mục tiêu: Giải các phương trình mũ bằng định lý đã học, mở rộng vào bài toán thực tế hoặc sáng tạo thêm cách giải.

Vai trò	Nội dung hoạt động
GV	Cho bài toán: “Giải các phương trình sau”: a) $2^{3x-1} = 2^{x+5}$ b) $3^{2x} = 9^{x-1}$ c) “Một vi khuẩn nhân đôi sau mỗi giờ. Sau bao lâu từ 1 con thành 1024 con?”
HS	Giải: a) $3x - 1 = x + 5 \Rightarrow x = 3$ b) Chuyển vế: $3^{2x} = (3^2)^{(x-1)} = 3^{2x-2}$ $\Rightarrow 2x = 2x - 2 \Rightarrow$ vô nghiệm c) $2^n = 1024 \Rightarrow n = \log_2(1024) = 10$ (giờ)

Trong hoạt động 4, HS có thể thể hiện biểu hiện của TDPB: **(1)** Chuyển đổi giữa mô hình toán học và thực tế, **(2)** Thay đổi phương pháp nếu gặp khó khăn (dùng log, đổi cơ số...), **(3)** Áp dụng kiến thức vào tình huống mới, thực tế, **(6)** Kết hợp công thức mũ với bất phương trình, **(9)** Thực hiện trọn vẹn quy trình giải toán sáng tạo, **(8)** Đề xuất lời giải độc đáo (ví dụ: kết luận bằng bảng, đồ thị, suy luận ngược...).

PHỤ LỤC 10

Ví dụ 1.10. Giải PP sau: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$

1. Vận dụng linh hoạt các thao tác tư duy để phân tích bài toán

- Xác định dạng phương trình: Đây là phương trình bậc hai theo x .
- Phân tích kỹ hơn: Mở ngoặc để thu gọn phương trình:

$$x^2 - x - 3x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

- Xác định rõ các hệ số: Đây là phương trình bậc hai có dạng tổng quát

$$ax^2 - bx + c = 0 \text{ với } a = 1, b = -4, c = 3.$$

2. Suy luận, diễn đạt vấn đề mạch lạc, rõ ràng

- Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử hoặc công thức nghiệm của phương trình bậc hai.

3. Biết chuyển hướng khi gặp khó khăn, tách bài toán thành các phần nhỏ

- Thử nghiệm phương pháp phân tích nhân tử: $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0$

$$\text{Hoặc dùng công thức nghiệm: } x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}; x = 3 \text{ hoặc } x = 1$$

4. Nhận thức được có thể vận dụng cách giải của dạng toán này vào các dạng toán khác

- Phương pháp phân tích nhân tử có thể áp dụng cho các phương trình bậc hai khác nếu chúng có nghiệm nguyên.

5. Lập kế hoạch giải và trình bày logic, chặt chẽ

- Lựa chọn phương pháp phù hợp (phân tích nhân tử hoặc dùng công thức nghiệm).
- Trình bày các bước giải mạch lạc, đầy đủ lý do.

6. Phân tích bài toán theo nhiều hướng khác nhau, tìm ra cách giải tối ưu

- Ta có thể thử nghiệm các phương pháp:

$$\text{Giải PT: } x^2 - x - (3x - 3) = 0$$

Trước hết ta biến đổi phương trình

$$\text{Ta mở ngoặc và thu gọn: } x^2 - x - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

Cách 1: Phân tích thành nhân tử

Ta tìm hai số có tổng bằng -4 và tích bằng 3. Hai số đó là -1 và -3, nên ta phân tích phương trình: $(x - 1)(x - 3) = 0$

Giải phương trình: $\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$

Vậy nghiệm PT là $x=1, x=3$

Cách 2: Dùng công thức nghiệm của phương trình bậc hai

Phương trình có dạng chuẩn: $x^2 - 4x + 3 = 0$

Áp dụng công thức nghiệm: $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Vậy nghiệm PT là $x=1, x=3$

Cách 3: Dùng định lý Viet

Phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$, với $a=1, b=-4, c=3$.

Theo định lý Viet, nếu phương trình có nghiệm x_1, x_2 , ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{1} = 4; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

Tìm hai số thỏa mãn điều kiện trên: $x_1=1, x_2=3$.

Vậy nghiệm PT là $x=1, x=3$

So sánh và chọn cách giải tối ưu

Phương pháp	Ưu điểm	Nhược điểm
Cách 1: Phân tích nhân tử	Nhanh, đơn giản, dễ hiểu, dễ áp dụng nếu có nghiệm nguyên	Không áp dụng được nếu phương trình không phân tích được
Cách 2: Dùng công thức nghiệm	Tổng quát, luôn tìm ra nghiệm đúng	Dài dòng, nhiều phép toán hơn
Cách 3: Dùng định lý Viet	Nhanh nếu nắm chắc kiến thức về định lý Viet	Chỉ áp dụng được khi phương trình có nghiệm nguyên

Kết luận:

Cách 1 (Phân tích nhân tử) là tối ưu nhất vì nhanh gọn, dễ hiểu, và không cần công thức phức tạp.

Nếu PT không thể phân tích nhân tử, ta có thể dùng công thức nghiệm hoặc định lý Viet.

7. Tìm ra các cách giải lạ, độc đáo

Phương trình đã cho: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$

Sau khi thu gọn: $x^2 - 4x + 3 = 0$

Cách giải độc đáo: Đặt biến phụ

Thay vì giải PT trực tiếp, ta biến đổi nó theo một cách mới bằng cách đặt biến phụ.

Bước 1: Đặt biến phụ

Ta nhận thấy rằng biểu thức $x^2 - 4x$ có dạng của một bình phương:

$$x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$$

Vậy ta viết lại PT dưới dạng: $(x - 2)^2 - 4 + 3 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1$

Bước 2: Giải PT bằng cách khai căn $x - 2 = \pm 1 \Rightarrow x = 2 + 1 = 3$ hoặc $x = 2 - 1 = 1$

Vậy nghiệm của PT: $x = 1, x = 3$

8. Tìm ra mối liên hệ giữa các dạng toán

Ví dụ 1.11: Giải PP sau: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$

1. Vận dụng linh hoạt các thao tác tư duy để phân tích bài toán

- Xác định dạng phương trình: Đây là phương trình bậc hai theo x .

- Phân tích kỹ hơn: Mở ngoặc để thu gọn phương trình:

$$x^2 - x - 3x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

- Xác định rõ các hệ số: Đây là phương trình bậc hai có dạng tổng quát

$$ax^2 - bx + c = 0 \text{ với } a = 1, b = -4, c = 3.$$

2. Suy luận, diễn đạt vấn đề mạch lạc, rõ ràng

- Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử hoặc công thức nghiệm của phương trình bậc hai.

3. Biết chuyển hướng khi gặp khó khăn, tách bài toán thành các phần nhỏ

- Thử nghiệm phương pháp phân tích nhân tử:

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0$$

Hoặc dùng công thức nghiệm:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = 1$$

4. Nhận thức được có thể vận dụng cách giải của dạng toán này vào các dạng toán khác

- Phương pháp phân tích nhân tử có thể áp dụng cho các phương trình bậc hai khác nếu chúng có nghiệm nguyên.

5. Lập kế hoạch giải và trình bày logic, chặt chẽ

- Lựa chọn phương pháp phù hợp (phân tích nhân tử hoặc dùng công thức nghiệm).
- Trình bày các bước giải mạch lạc, đầy đủ lý do.

6. Phân tích bài toán theo nhiều hướng khác nhau, tìm ra cách giải tối ưu

- Ta có thể thử nghiệm các phương pháp:

Giải PT: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$

Trước hết ta biến đổi phương trình

Ta mở ngoặc và thu gọn: $x^2 - x - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

Cách 1: Phân tích thành nhân tử

Ta tìm hai số có tổng bằng -4 và tích bằng 3. Hai số đó là -1 và -3, nên ta phân tích phương trình: $(x-1)(x-3) = 0$

Giải phương trình:
$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm PT là $x=1, x=3$

Cách 2: Dùng công thức nghiệm của phương trình bậc hai

Phương trình có dạng chuẩn: $x^2 - 4x + 3 = 0$

Áp dụng công thức nghiệm:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2}$$
$$\Rightarrow x = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Vậy nghiệm PT là $x=1, x=3$

Cách 3: Dùng định lý Viet

Phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$, với $a=1, b=-4, c=3$.

Theo định lý Viet, nếu phương trình có nghiệm x_1, x_2 , ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{1} = 4, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

Tìm hai số thỏa mãn điều kiện trên: $x_1=1, x_2=3$.

Vậy nghiệm PT là $x=1, x=3$

So sánh và chọn cách giải tối ưu

Phương pháp	Ưu điểm	Nhược điểm
Cách 1: Phân tích nhân tử	Nhanh, đơn giản, dễ hiểu, dễ áp dụng nếu có nghiệm nguyên	Không áp dụng được nếu phương trình không phân tích được
Cách 2: Dùng công thức nghiệm	Tổng quát, luôn tìm ra nghiệm đúng	Dài dòng, nhiều phép toán hơn
Cách 3: Dùng định lý Viet	Nhanh nếu nắm chắc kiến thức về định lý Viet	Chỉ áp dụng được khi phương trình có nghiệm nguyên

Kết luận:

Cách 1 (Phân tích nhân tử) là tối ưu nhất vì nhanh gọn, dễ hiểu, và không cần công thức phức tạp.

Nếu PT không thể phân tích nhân tử, ta có thể dùng công thức nghiệm hoặc định lý Viet.

7. Tìm ra các cách giải lạ, độc đáo

Phương trình đã cho: $x^2 - x - (3x - 3) = 0$

Sau khi thu gọn: $x^2 - 4x + 3 = 0$

Cách giải độc đáo: Đặt biến phụ

Thay vì giải phương trình trực tiếp, ta biến đổi nó theo một cách mới bằng cách đặt biến phụ.

Bước 1: Đặt biến phụ

Ta nhận thấy rằng biểu thức $x^2 - 4x$ có dạng của một bình phương:

$$x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$$

Vậy ta viết lại phương trình dưới dạng:

$$(x - 2)^2 - 4 + 3 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1$$

Bước 2: Giải phương trình bằng cách khai căn

$$x - 2 = \pm 1 \Rightarrow x = 2 + 1 = 3 \text{ hoặc } x = 2 - 1 = 1$$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = 1, x = 3$

8. Tìm ra mối liên hệ giữa các dạng toán

- Nhận thấy rộng sang bất phương trình bậc hai để xem xét nghiệm trong một khoảng nào đó.

9. Lập kế hoạch giải chi tiết

Bước 1: Biến đổi phương trình về dạng chuẩn $ax^2 + bx + c = 0$.

Bước 2: Chọn phương pháp giải (phân tích nhân tử hoặc công thức nghiệm).

Bước 3: Giải phương trình và kết luận nghiệm.

10. Dự đoán kết quả bài toán

Vì phương trình có hệ số nguyên nhỏ, có thể dự đoán rằng nghiệm sẽ là số nguyên.

Thử thay một vài giá trị để kiểm tra nghiệm hợp lệ.

11. Phát hiện lỗi sai và chuyển hướng giải mới

Nếu giải sai (chẳng hạn sai dấu khi nhân hai số trong phân tích nhân tử), ta cần kiểm tra lại từng bước.

Nếu gặp phương trình không phân tích nhân tử được, có thể chuyển sang công thức nghiệm.

Kết luận:

Nghiệm của phương trình là: $x = 1, x = 3$

Qua việc giải PT trên, HS có thể thể hiện nhiều biểu hiện của TDST trong toán học. Việc tìm ra nhiều cách giải và khả năng tư duy linh hoạt giúp HS nâng cao khả năng giải quyết các bài toán về PT và BPT trong tương lai.

PHỤ LỤC 11

Ví dụ 1.12. Cho phương trình $mx^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$

Tìm các giá trị của m để PT trên có ít nhất một nghiệm âm.

Ý nghĩa và mục tiêu sư phạm của bài toán:

Đây là một bài toán hay, có khả năng phát triển tư duy cho học sinh, đặc biệt là TDPB và TDST.

Đây là một bài toán hay, có khả năng rèn luyện tư duy rất tốt. Khi cho HS giải bài này, GV cần tạo điều kiện để HS suy nghĩ, đưa ra các cách giải quyết, GV có thể đưa ra những dẫn dắt trong những trường hợp cần thiết. Mặc dù cách làm này có thể tốn thời gian, nhưng nếu HS hiểu, biết cách suy luận thì khi gặp bài toán khác có dạng tương tự, HS có thể tự mình lựa chọn cách giải phù hợp. Qua việc giải bài toán như vậy, HS sẽ được rèn luyện TDPP và TDST. Nếu chỉ đưa ra một lời giải sẵn thì việc giải bài toán đó chỉ như những HS sẽ khó vận dụng vào các bài toán khác.

Thông qua việc hướng dẫn học sinh giải bài toán này, GV có thể giúp học sinh rèn luyện kỹ năng phân tích, suy luận logic, tư duy hệ thống, và khả năng linh hoạt khi lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề.

Đây là một phương án hướng dẫn HS giải bài toán 1.1 để phát triển TDPP và TDST:

1. Gọi mở tư duy phản biện thông qua đặt vấn đề và thảo luận chung:

GV: "Muốn phương trình (1.1) có ít nhất một nghiệm âm, ta cần xét các trường hợp nào?"

(Cho HS thảo luận, suy nghĩ và đưa ra các hướng tiếp cận).

HS dự kiến sẽ nhận xét được hai trường hợp lớn:

+ Trường hợp 1: PT (1.1) là phương trình bậc nhất, có nghiệm âm.

+ Trường hợp 2: PT (1.1) là phương trình bậc hai, có ít nhất một nghiệm âm.

GV nhấn mạnh: "Trong trường hợp PT là phương trình bậc hai, hãy suy nghĩ xem khi nào thì phương trình có nghiệm âm?"

2. Tư duy phản biện khi phân tích các trường hợp cụ thể:

Trường hợp 1: Phương trình bậc nhất

GV gợi ý: "Khi nào phương trình trở thành bậc nhất?"

HS: "Khi hệ số của x^2 bằng 0, tức là $m = 0$."

Tay $m = 0$ vào PT (1.1), ta được:

$$-2(-1)x + 0 - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} > 0$$

$\Rightarrow$ Không có nghiệm âm.

Vậy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: Phương trình bậc hai

Điều kiện: $m \neq 0$.

Phương trình có dạng: $mx^2 + 2(m-1)x + m-3 = 0$

HS thảo luận: "Muốn phương trình có nghiệm âm, ta cần kiểm tra nghiệm của phương trình."

GV gợi mở: "Có những cách nào để kiểm tra nghiệm âm?"

HS đưa ra các phương án giải quyết khác nhau, từ đó rèn luyện TDST.

3. Phân tích các cách giải khác nhau để phát triển tư duy sáng tạo:

Cách 1: Dùng định lý Vi-ét và xét điều kiện nghiệm

Theo định lý Vi-ét:

$$s = \frac{2(m-1)}{m}, \quad p = \frac{m-3}{m}$$

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 :

$$x_1 + x_2 = s, \quad x_1 x_2 = p$$

GV: "Có hai nghiệm, muốn có ít nhất một nghiệm âm, có thể xét các trường hợp nào?"

HS:

+ Trường hợp 1: Hai nghiệm trái dấu $\Rightarrow p < 0$.

+ Trường hợp 2: Cả hai nghiệm âm $\Rightarrow s < 0$ và $p > 0$.

GV yêu cầu HS lập bảng xét dấu hoặc xét các điều kiện:

$$+ P < 0 \Rightarrow \frac{m-3}{m} < 0.$$

□ TH1: $m-3 > 0 \Rightarrow m > 3$, đồng thời $m < 0$: không có giá trị m

□ TH2: $m-3 < 0 \Rightarrow m < 3$, đồng thời $m > 0$: $0 < m < 3$

$$\Rightarrow m \in (0; 3).$$

$$+ S < 0 \Rightarrow \frac{2(m-1)}{m} < 0:$$

□ TH1: $m-1 > 0 \Rightarrow m > 1$, đồng thời $m < 0$: vô lý.

□ TH2: $m-1 < 0 \Rightarrow m < 1$, đồng thời $m > 0$: $0 < m < 1$.

Kết hợp với $P > 0 \Rightarrow \frac{m-3}{m} > 0$:

□ TH1: $m - 3 > 0 \Rightarrow m > 3$, đồng thời $m > 0$: $m > 3$.

□ TH2: $m - 3 < 0 \Rightarrow m < 3$, đồng thời $m < 0$: $m < 0$.

$\Rightarrow$ Không có m thỏa mãn $0 < m < 1$.

Vậy từ cách 1, ta có $m \in (0; 3)$.

Cách 2: Xét nghiệm lớn nhất hoặc nhỏ nhất của phương trình

GV: “Gọi nghiệm lớn hơn là x_2 , nhỏ hơn là x_1 . Muốn có ít nhất một nghiệm âm thì $x_1 < 0$ hoặc $x_2 < 0$.”

HS có thể xét:

+ Nếu $x_1 \leq x_2$, chỉ cần $x_1 \leq 0$ là đủ.

GV yêu cầu HS xét đồ thị hàm số bậc hai hoặc lập bảng dấu.

Cách 3: Giải bất phương trình với $x_1 < 0$

GV cho HS giải trực tiếp bất phương trình với nghiệm nhỏ hơn 0, qua đó rèn luyện kỹ năng giải bất phương trình tham số.

Cách 4: Giải bài toán ngược (gián tiếp)

GV gợi ý: “Thử tìm giá trị m sao cho phương trình không có nghiệm âm rồi lấy phần bù.”

HS nhận định:

+ Hoặc phương trình **vô nghiệm** (không thỏa mãn điều kiện đề bài).

+ Hoặc cả hai nghiệm đều dương:

* $S > 0, P > 0$:

$$\Rightarrow S > 0 \Rightarrow \frac{2(m-1)}{m} > 0 \Rightarrow m > 1.$$

$$\Rightarrow P > 0 \Rightarrow \frac{m-3}{m} > 0 \Rightarrow m > 3$$

Vậy phương trình có hai nghiệm dương khi $m > 3$.

Lấy phần bù, ta có $m \leq 3$ (nhưng loại $m = 0$ đã xét ở trên).

Vậy $m \in (-\infty; 0) \cup (0; 3)$.

Cách 5: Sử dụng đồ thị hoặc phần mềm hỗ trợ

Cho HS vận dụng phần mềm GeoGebra hoặc vẽ đồ thị bằng tay để kiểm tra miền giá trị m thỏa mãn điều kiện. Qua đó phát triển TDST.

4. Tổng hợp và kết luận điều kiện của tham số m :

Từ các cách làm trên, kết luận giá trị của m để phương trình có ít nhất một nghiệm âm là: $m \in (-\infty; 0) \cup (0; 3)$

5. Phân tích các phương pháp giải để phát triển tư duy phản biện và sáng tạo:

Cách 1 (Sử dụng định lý Vi-ét, xét tổng và tích hai nghiệm): Thường được sử dụng khi hệ số phương trình đơn giản. Đặc biệt thuận lợi khi hệ số a (hệ số của x^2) là hằng số (không chứa tham số), hoặc khi việc giải điều kiện $P < 0, S < 0$ đưa đến các BPT đơn giản. Giúp HS rèn luyện kỹ năng suy luận logic và phân tích các mối quan hệ giữa nghiệm và tham số. Cách 2 và Cách 3 (Xét dấu nghiệm nhỏ hơn/lớn hơn hoặc trực tiếp giải BPT tham số): Mặc dù phải xét nhiều trường hợp, nhưng các BPT cần giải thường không phức tạp. Cách tiếp cận này giúp HS rèn luyện tư duy phân tích, tư duy hệ thống và kiểm soát tốt hơn các trường hợp có thể xảy ra đối với nghiệm. Có thể áp dụng hiệu quả cho các bài toán yêu cầu xét ít nhất một nghiệm dương hoặc âm. Cách 4 (Giải bài toán theo hướng ngược - tìm giá trị m để PT không có nghiệm âm, rồi lấy phần bù): Phù hợp với những bài toán liên quan đến tính chất nghiệm của PT và các bài toán khảo sát dấu nghiệm. Sau khi lập được bảng xét dấu cho PT hoặc BPT, việc chọn ra các trường hợp thỏa mãn điều kiện bài toán trở nên rõ ràng và trực quan hơn. Đây là cách giúp HS phát triển TDPB mạnh mẽ, vì phải tư duy ngược vấn đề và kiểm soát toàn bộ các tình huống có thể xảy ra còn Cách 5 (Sử dụng đồ thị hoặc phần mềm hỗ trợ): Đưa ra cái nhìn trực quan cho HS, dễ dàng kiểm chứng nghiệm và điều kiện tham số. Có thể giúp rút ngắn lời giải, đồng thời rèn luyện kỹ năng sử dụng công nghệ thông tin hỗ trợ học toán. Nhược điểm về bản chất vẫn dựa trên điều kiện hệ số của PT như trong cách 2 và cách 3. Không phải lúc nào cũng có thiết bị hỗ trợ hoặc phần mềm sẵn có. Khi không giải thích rõ ràng, HS dễ bị phụ thuộc vào trực giác thay vì hiểu bản chất bài toán. Đây cũng là một yếu tố cần quan tâm trong quá trình giải toán. Bên cạnh việc nêu lên được lời ra toán và ứng dụng các cách giải chiến thuật tốt, HS cần có nhận thức được bài toán đó có nên để đưa ra cách giải ngắn gọn cho bài toán đó.

Định hướng cho HS khi lựa chọn cách giải:

Giáo viên cần khuyến khích HS trao đổi và thảo luận để chọn lựa cách giải phù hợp nhất cho từng bài toán cụ thể.

Học sinh cần biết:

+ Nếu hệ số phương trình đơn giản, đặc biệt là hệ số x^2 là hằng số, thì cách 1 (Vi-ét) sẽ là lựa chọn tối ưu, giúp tiết kiệm thời gian.

+ Nếu bài toán yêu cầu xét điều kiện tồn tại nghiệm âm/dương mà việc xét dấu nghiệm đơn giản, thì cách 2 và cách 3 là phù hợp, tuy phải xét nhiều trường hợp nhưng lời giải không phức tạp.

+ Nếu bài toán có thể dễ dàng suy luận ngược hoặc có sẵn bảng xét dấu rõ ràng, thì cách 4 là một lựa chọn hiệu quả, giúp HS phát triển TDPB cao.

+ Trong trường hợp bài toán yêu cầu trình bày trực quan hoặc kiểm tra nghiệm nhanh, đặc biệt khi HS nắm vững kỹ năng sử dụng phần mềm, cách 5 là phương án thích hợp.

Bài học kinh nghiệm cho HS từ bài toán (1.3):

Từ việc giải bài toán trên, HS biết cách phân tích, tìm ra đường lối giải trong những trường hợp tương tự, chẳng hạn:

+ Tìm điều kiện để PT có ít nhất một nghiệm không âm.

+ Tìm điều kiện để PT có ít nhất một nghiệm âm hoặc cả hai nghiệm âm.

GV cần nhấn mạnh:

Trong khi giải các bài tập, HS nên chú ý tới đặc điểm riêng của từng bài toán, đặc biệt là đặc điểm về hệ số và dạng PT, để đưa ra lời giải ngắn gọn và phù hợp.

Việc tìm cách giải ngắn gọn dựa trên đặc điểm riêng của bài toán là rất cần thiết và cần được quan tâm.

Tuy nhiên, điều quan trọng nhất là HS phải nắm chắc phương pháp tổng quát và hiểu bản chất của loại bài toán này, từ đó có thể vận dụng linh hoạt vào các bài tập khác.

Từ đó, GV có thể cho thêm một số bài tập tương tự để HS tự luyện tập. GV cần nhấn mạnh: trong khi giải các bài tập cũng nên chú ý tới những đặc điểm riêng của từng bài toán (đặc biệt khi sử dụng hệ thức Vi-ét) để có thể đưa ra những lời giải ngắn gọn. Việc đưa ra cách giải ngắn gọn dựa vào đặc điểm riêng của bài toán là rất cần thiết và cần được quan tâm, tuy nhiên điều quan trọng vẫn phải hiểu và vận dụng được cách giải tổng quát của loại bài toán đó.

Trong khi giải bài tập như vậy, HS phải sử dụng dàn xếp TDST và TDPP. Việc phân tích yêu cầu của bài toán, phân tích các khả năng có thể xảy ra để dẫn tới lời giải bài toán đó đòi hỏi phải sử dụng TDPP. Qua việc xuất nhiều cách giải quyết khác nhau cho bài toán đã cho, HS được rèn luyện TDST. Việc đánh giá lời giải, đánh giá ưu nhược điểm của từng lời giải, lựa chọn cách giải tốt nhất cho bài toán cụ thể chính là cách rèn luyện TDPP cho HS. Việc nhận xét mở rộng cách giải cho những bài tập cùng

loại cần sự kết hợp cả TDST và TDPB. Sau giờ học như vậy, GV có thể yêu cầu HS tự học bằng cách tự mình đưa ra bài tập tương tự rồi giải theo cách khác nhau. Làm được như thế, HS không những được củng cố về mặt kiến thức, phát triển tư duy mà HS còn được rèn luyện tính tự giác cao và tinh thần tự học, biết vận dụng những kiến thức kỹ năng đã học vào giải quyết các bài toán khác.

** Mối quan hệ giữa TDPB và TDST trong học toán của HS rất mật thiết và tương hỗ. Khi nghiên cứu về mối quan hệ giữa hai hình thức tư duy này của các công trình nghiên cứu trước chúng tôi nhận thấy một số điểm nổi bật về mối quan hệ này đó là:*

1) *Tính bổ sung:* TDPB giúp HS phân tích và đánh giá thông tin, từ đó nhận ra các giả định, sai sót và thiếu sót trong lý luận. Điều này là cần thiết để giải quyết các vấn đề toán học một cách chính xác. TDST cho phép HS hình thành những ý tưởng mới, phát triển các phương pháp giải quyết độc đáo và tìm ra các cách tiếp cận khác nhau cho cùng một vấn đề.

2) *Khả năng giải quyết vấn đề:* Khi HS sử dụng TDPB, họ có thể phân tích và đánh giá các phương pháp giải khác nhau, từ đó lựa chọn cách tiếp cận phù hợp nhất. TDST thúc đẩy HS tìm ra những giải pháp mới cho các bài toán, giúp họ không chỉ giải quyết vấn đề mà còn phát triển sự linh hoạt trong TD.

3) *Phát triển tư duy toàn diện:* Việc rèn luyện cả hai loại TD này giúp HS phát triển tư duy toàn diện hơn. TDPB giúp họ trở nên thận trọng và có cơ sở hơn trong việc đưa ra quyết định, trong khi TDST khuyến khích sự tự tin trong việc thử nghiệm và khám phá.

4) *Tương tác trong học tập:* Trong quá trình học tập, khi HS thảo luận, tranh luận và đánh giá ý tưởng của nhau (TDPB), họ cũng đồng thời tạo ra những ý tưởng mới và các cách tiếp cận khác nhau (TDST). Sự giao thoa này giúp tạo ra một môi trường học tập phong phú, khuyến khích sự sáng tạo và cải thiện khả năng phản biện.

5) *Khả năng thích ứng:* HS có khả năng TDPB tốt thường có thể thích ứng nhanh chóng với các tình huống mới và tìm ra các PP sáng tạo để GQVĐ. Ngược lại, những HS có TDST mạnh mẽ có thể phát hiện ra những vấn đề và thách thức chưa được khám phá, từ đó phát triển TDPB để đánh giá và điều chỉnh các ý tưởng của mình.

Sự kết nối giữa TDPB và TDST trong dạy học môn Toán dựa trên các tiêu chí cụ thể:

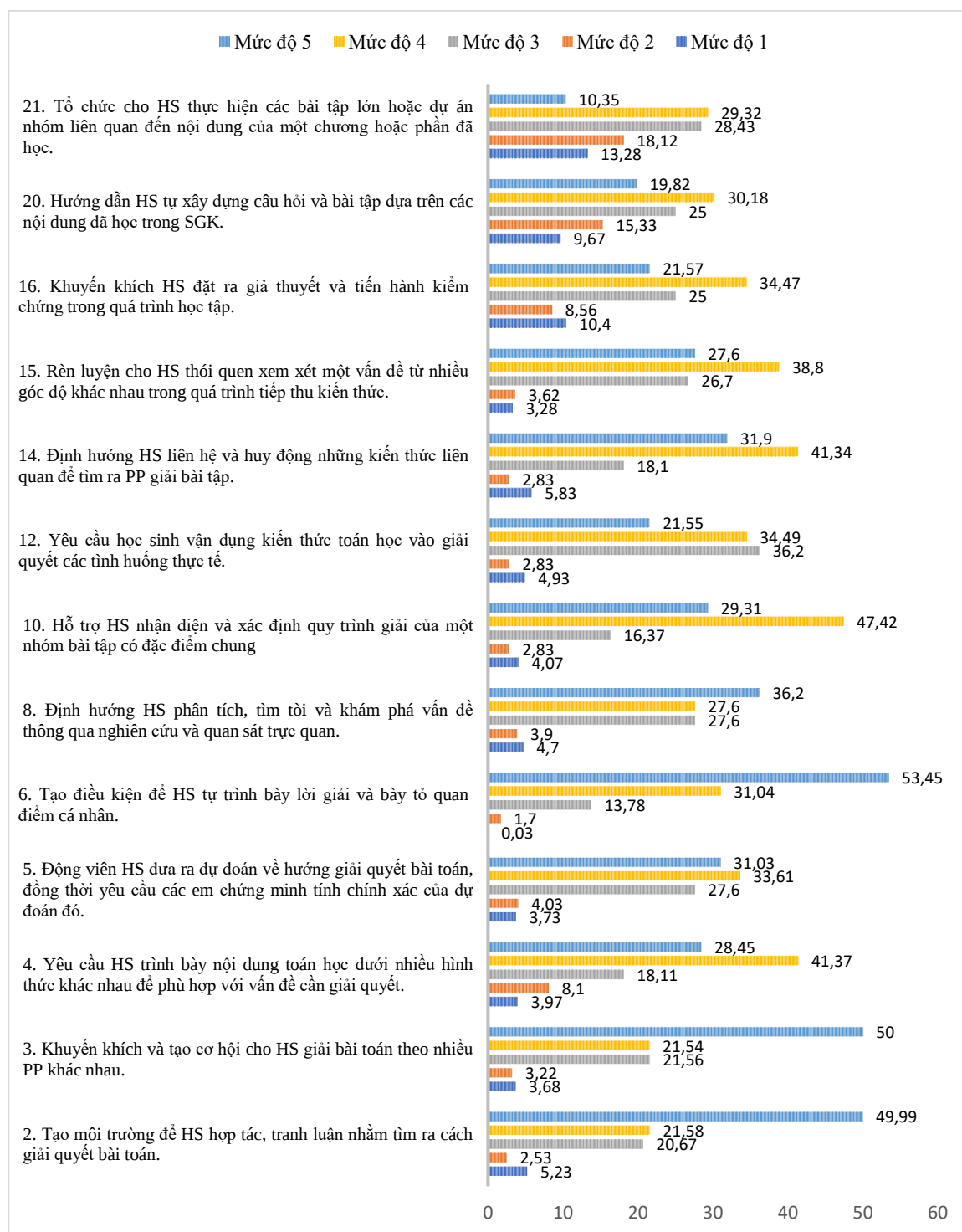
Tiêu chí	Tư duy phản biện (TDPB)	Tư duy sáng tạo (TDST)	Mối quan hệ trong dạy học Toán
1. Mục đích	Đánh giá, phân tích, phản biện tính đúng đắn, hợp lý của phương pháp và kết quả.	Tìm ra cách tiếp cận mới, sáng tạo lời giải độc đáo, linh hoạt.	HS cần kết hợp cả hai để giải quyết bài toán hiệu quả: tìm nhiều cách giải (TDST) và kiểm chứng độ chính xác, hợp lý (TDPB).
2. Cách tiếp cận	Dựa vào suy luận logic, phản biện các giả định, tìm lỗi sai, tối ưu hóa giải pháp.	Linh hoạt, không bị ràng buộc bởi khuôn mẫu, sẵn sàng thử nghiệm ý tưởng mới.	Cách tiếp cận bổ trợ nhau: TDST giúp mở rộng ý tưởng, TDPB giúp chọn lọc và tinh chỉnh phương án tốt nhất.
3. Khả năng áp dụng vào dạy Toán	- Đặt câu hỏi phản biện: "Cách giải này có đúng không?", "Có cách nào tối ưu hơn không?" - So sánh các phương pháp giải, tìm ưu nhược điểm.	- Khuyến khích HS tìm nhiều cách giải khác nhau. - Áp dụng phương pháp học tập sáng tạo như giải toán theo nhiều góc nhìn (đại số, hình học, số học...).	GV cần thiết kế bài học giúp HS vừa suy nghĩ sáng tạo, vừa đánh giá phản biện lời giải của mình và bạn bè.
4. Tác động đến tư duy toán học	Rèn luyện khả năng suy luận logic, kiểm chứng giả thiết, nâng cao độ chính xác.	Phát triển khả năng tưởng tượng, linh hoạt trong cách tiếp cận bài toán.	Kết hợp cả hai giúp HS không chỉ giải toán đúng mà còn tìm ra cách giải hay và sáng tạo hơn.
5. Ý nghĩa đối với học sinh trong học tập Toán	- Giúp HS hạn chế sai sót, nâng cao khả năng lập luận. - Biết cách phản biện, tự đánh giá và cải tiến phương pháp học.	- Giúp HS không ngại thử nghiệm cách giải mới. - Tăng sự hứng thú với toán học, rèn tư duy linh hoạt.	HS có tư duy toàn diện hơn: vừa có khả năng phát minh cách làm mới vừa biết kiểm tra và cải thiện phương án của mình.

PHỤ LỤC 12



Biểu đồ 1.1. Kết quả nhận biết được các biểu hiện của TDPB và TDST của HS

PHỤ LỤC 13

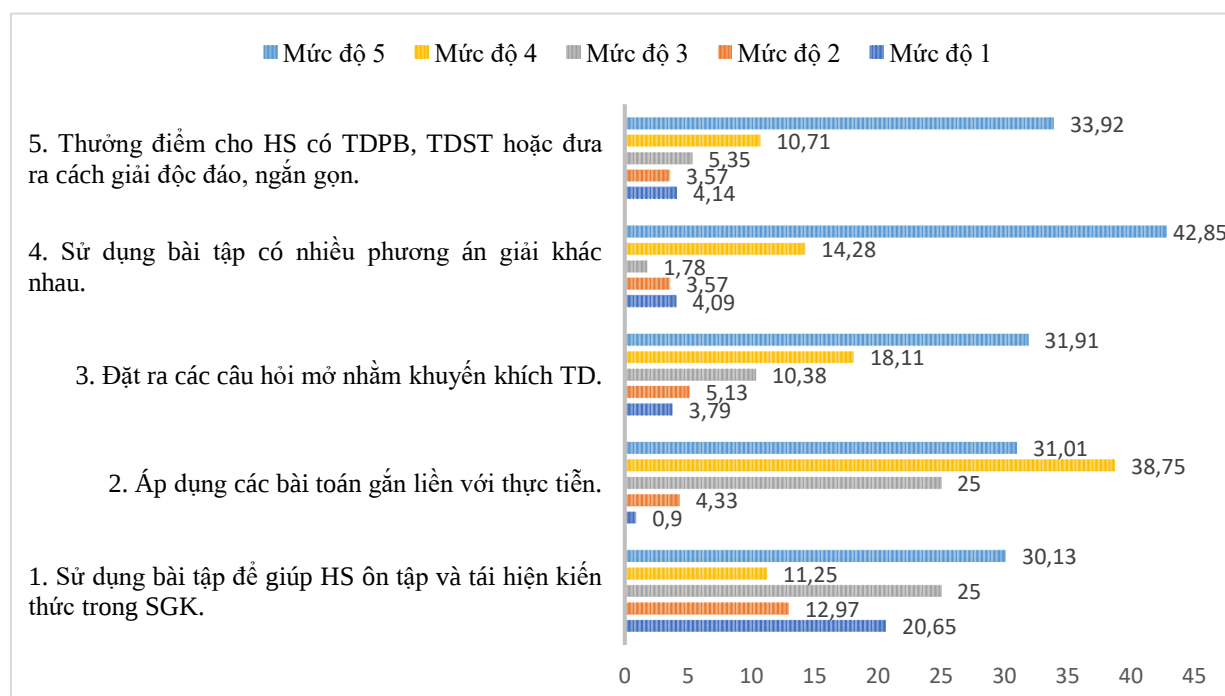


Biểu đồ 1.2. Kết quả lựa chọn mức độ phát triển TDPB và TDST của các HD và hình thức tổ chức DH

PHỤ LỤC 14

Bảng 1.6. Kết quả xác nhận các biện pháp ĐG nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS

Biện pháp	Giá trị trung bình	Mức độ				
		1	2	3	4	5
1. Sử dụng bài tập để giúp HS ôn tập và tái hiện kiến thức trong SGK.	3.16	20.65	12.97	25.00	11.25	30.13
2. Áp dụng các bài toán gắn liền với thực tiễn.	3.93	0.90	4.33	25.00	38.75	31.01
3. Đặt ra các câu hỏi mở nhằm khuyến khích TD.	3.79	5.13	10.38	18.11	31.91	34.50
4. Sử dụng bài tập có nhiều phương án giải khác nhau.	4.09	3.57	1.78	14.28	42.85	37.5
5. Thưởng điểm cho HS có TDPB, TDST hoặc đưa ra cách giải độc đáo, ngắn gọn.	4.14	3.57	5.35	10.71	33.92	46.42



Biểu đồ 1.3. Kết quả mức độ các biện pháp ĐG nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS

PHỤ LỤC 15

Bảng 1.7. Những khó khăn gặp phải khi DH phát triển TDPB, TDST cho HS

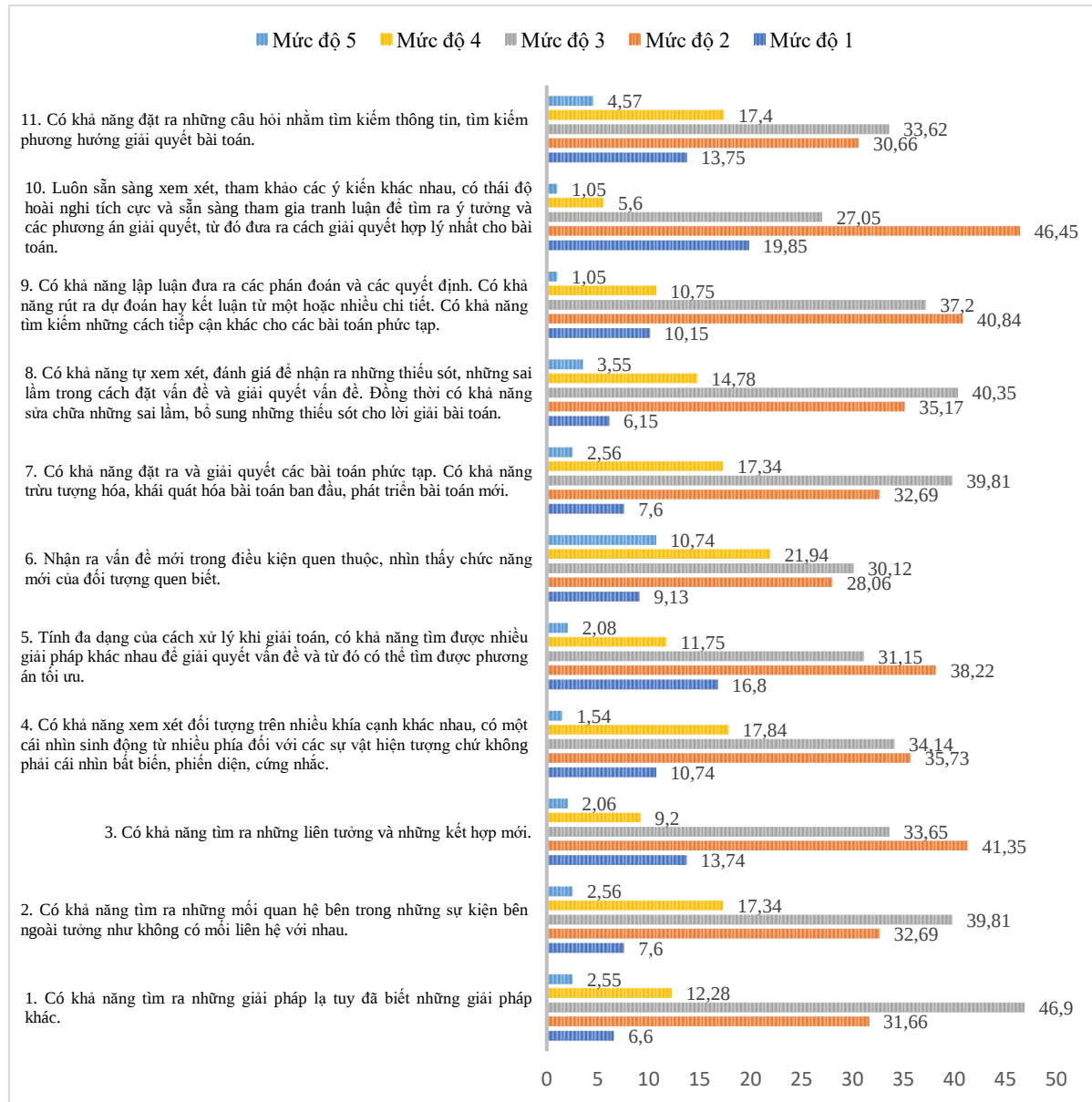
Nội dung	Đồng ý (%)	Không đồng ý (%)
1. Nội dung kiến thức trong tiết dạy còn quá nhiều so với khả năng tiếp thu của HS.	60,70	39,30
2. Mặt bằng trình độ HS nhìn chung còn yếu.	80,34	19,66
3. TDPB vẫn còn là khái niệm mới mẻ đối với các em	73,25	26,75
4. TDST vẫn còn là khái niệm mới mẻ đối với các em.	57,15	42,85
5. GV chưa thành thạo các phương pháp rèn luyện tư duy cho HS.	83,95	16,05
6. Nội dung về PT và BPT khá phức tạp so với năng lực của HS.	82,15	17,85
7. Việc áp dụng các PPDH tích cực của GV còn hạn chế.	53,53	46,47
8. Đề thi THPT quốc gia hiện nay chưa thực sự chú trọng yêu cầu phát triển tư duy HS.	69,66	30,34

PHỤ LỤC 16

Bảng 1.8. Những vấn đề cần quan tâm trong dạy học theo hướng phát triển TDPB và TDST cho HS

Nội dung	Ý kiến	Có (%)	Không (%)
1. Hướng dẫn HS cách đặt câu hỏi một cách logic và có hệ thống.		82,15	17,85
2. Khuyến khích HS thực hiện các bài tập mở, có nhiều phương án giải quyết, đa dạng về hình thức như bài tập cân và các bài toán gắn với thực tiễn.		91,02	8,98
3. Xây dựng các tình huống có vấn đề trong quá trình dạy học và yêu cầu HS tìm cách giải quyết.		94,61	5,39
4. Giao cho HS thực hiện các dự án học tập hoặc bài tập lớn.		64,25	35,75
5. Tăng cường các hoạt động thảo luận nhóm và tranh luận trong lớp nhằm phát huy năng lực phản biện.		23,23	76,77
6. Ứng dụng công nghệ thông tin để nâng cao hiệu quả dạy và học.		75,01	24,99
7. Rèn luyện cho HS thói quen và kỹ năng tự đánh giá quá trình học tập của bản thân.		73,20	26,80

PHỤ LỤC 17



Biểu đồ 1.4. Kết quả HS tự ĐG mức độ biểu hiện TDPB và TDST trong học tập

Bảng 1.9. Kết quả HS tự ĐG mức độ biểu hiện TDPB và TDST trong học tập

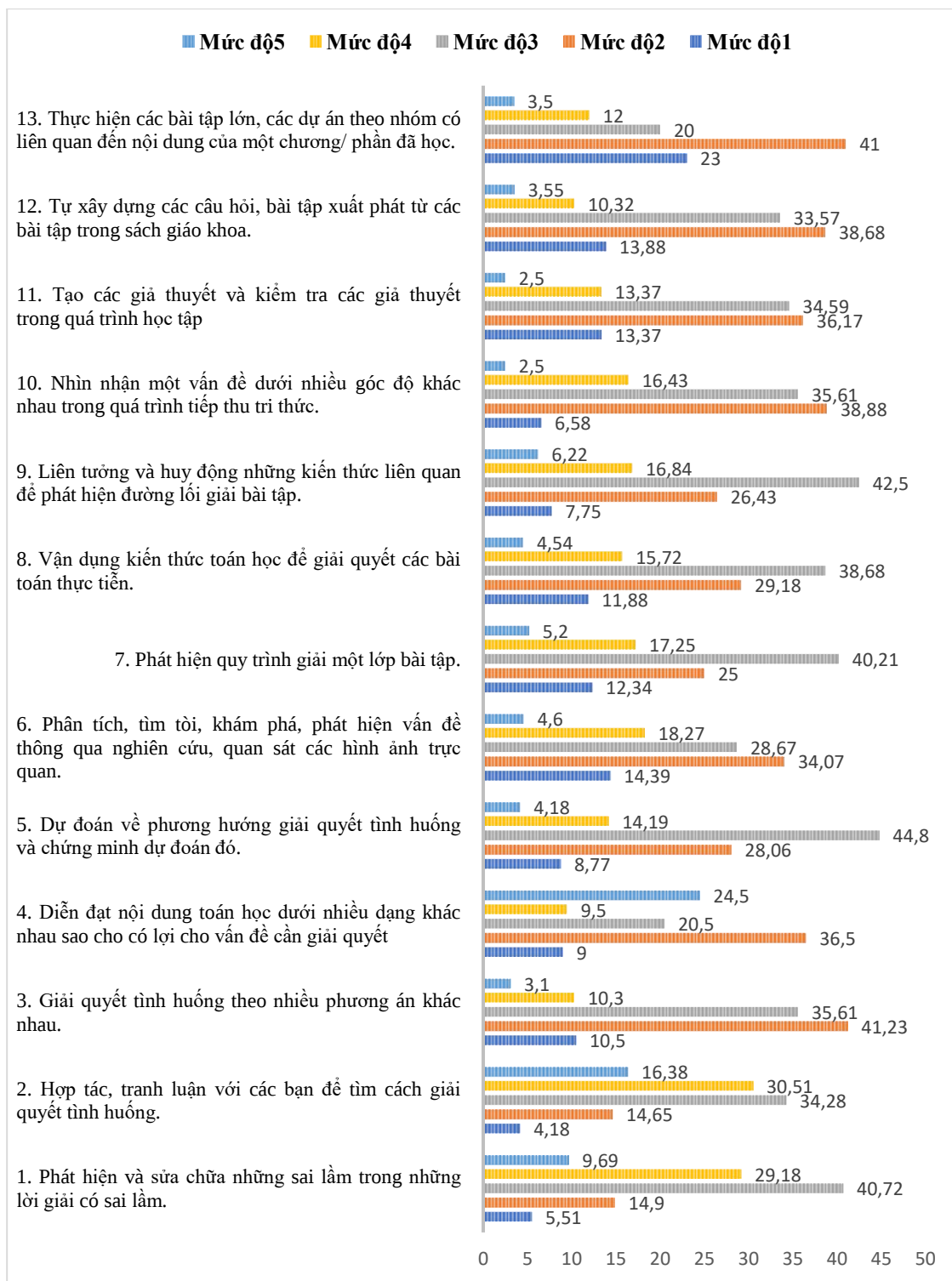
Biểu hiện	Giá trị trung bình	Mức độ				
		1	2	3	4	5
1. Có khả năng tìm ra những giải pháp lạ tuy đã biết những giải pháp khác.	2.73	6.60	31.66	46.90	12.28	2.55
2. Có khả năng tìm ra những mối quan hệ bên trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có mối liên hệ với nhau.	2.75	7.60	32.69	39.81	17.34	2.56

Biểu hiện	Giá trị trung bình	Mức độ				
		1	2	3	4	5
3. Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới.	2.44	13.74	41.35	33.65	9.20	2.06
4. Có khả năng xem xét đối tượng trên nhiều khía cạnh khác nhau, có một cái nhìn sinh động từ nhiều phía đối với các sự vật hiện tượng chứ không phải cái nhìn bất biến, phiến diện, cứng nhắc.	2.64	10.74	35.73	34.14	17.84	1.54
5. Tính đa dạng của cách xử lý khi giải toán, có khả năng tìm được nhiều giải pháp khác nhau để giải quyết vấn đề và từ đó có thể tìm được phương án tối ưu.	2.44	16.80	38.22	31.15	11.75	2.08
6. Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.	2.98	9.13	28.06	30.12	21.94	10.74
7. Có khả năng đặt ra và giải quyết các bài toán phức tạp. Có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa bài toán ban đầu, phát triển bài toán mới.	2.75	7.60	32.69	39.81	17.34	2.56
8. Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Đồng thời có khả năng sửa chữa những sai lầm, bổ sung những thiếu sót cho lời giải bài toán.	2.75	6.15	35.17	40.35	14.78	3.55
9. Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định. Có khả năng rút ra dự đoán hay kết luận từ một hoặc nhiều chi tiết. Có khả năng tìm kiếm những cách tiếp cận khác cho các bài toán phức tạp.	2.52	10.15	40.84	37.20	10.75	1.05
10. Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, có thái độ hoài nghi tích cực và sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và các phương án giải quyết, từ đó đưa ra cách giải quyết hợp lý nhất cho bài toán.	2.21	19.85	46.45	27.05	5.60	1.05
11. Có khả năng đặt ra những câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết bài toán.	2.68	13.75	30.66	33.62	17.40	4.57

PHỤ LỤC 18

Bảng 1.10. KQ mức độ sử dụng các HĐ học tập nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS

Hoạt động học tập	Giá trị trung bình	Mức độ				
		1	2	3	4	5
1. Phát hiện và sửa chữa những sai lầm trong những lời giải có sai lầm.	3.22	5.51	14.90	40.72	29.18	9.69
2. Hợp tác, tranh luận với các bạn để tìm cách giải quyết tình huống.	3.41	4.18	14.65	34.28	30.51	16.38
3. Giải quyết tình huống theo nhiều phương án khác nhau.	2.54	10.5	41.23	35.61	10.30	3.10
4. Diễn đạt nội dung toán học dưới nhiều dạng khác nhau sao cho có lợi cho vấn đề cần giải quyết	3.04	9	36.5	20.5	9.5	24.5
5. Dự đoán về phương hướng giải quyết tình huống và chứng minh dự đoán đó.	2.76	8.77	28.06	44.80	14.19	4.18
6. Phân tích, tìm tòi, khám phá, phát hiện vấn đề thông qua nghiên cứu, quan sát các hình ảnh trực quan.	2.65	14.39	34.07	28.67	18.27	4.60
7. Phát hiện quy trình giải một lớp bài tập.	2.78	12.34	25.00	40.21	17.25	5.20
8. Vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các bài toán thực tiễn.	2.71	11.88	29.18	38.68	15.72	4.54
9. Liên tưởng và huy động những kiến thức liên quan để phát hiện đường lối giải bài tập.	2.87	7.75	26.43	42.5	16.84	6.22
10. Nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau trong quá trình tiếp thu tri thức.	2.70	6.58	38.88	35.61	16.43	2.50
11. Tạo các giả thuyết và kiểm tra các giả thuyết trong quá trình học tập	2.56	13.37	36.17	34.59	13.37	2.50
12. Tự xây dựng các câu hỏi, bài tập xuất phát từ các bài tập trong sách giáo khoa.	2.51	13.88	38.68	33.57	10.32	3.55
13. Thực hiện các bài tập lớn, các dự án theo nhóm có liên quan đến nội dung của một chương/ phần đã học.	2.31	23.00	41.00	20.00	12.00	3.5



Biểu đồ 1.5. KQ mức độ sử dụng các HĐ học tập nhằm phát triển TDPB và TDST cho HS

PHỤ LỤC 19

Ví dụ 2.2: Giải bất phương trình:

Bước 0: Giáo viên chuẩn bị bài toán/tình huống/vấn đề

Xác định mục tiêu: Rèn kỹ năng phân tích, lập luận logic khi giải PT; Phát triển TDPB qua đánh giá, lựa chọn PP giải; Khuyến khích TDST qua việc tìm nhiều hướng giải.

Chọn bài toán phù hợp: Dạng phương trình trùng phương có thể khai triển hoặc biến đổi theo nhiều cách (hiệu hai bình phương, đặt ẩn phụ...); Có thể tạo cơ hội phán đoán nhanh hoặc đánh giá bản chất bài toán trước khi giải chi tiết.

Chuẩn bị hỗ trợ HS:

Xây dựng câu hỏi gợi mở như: “Có thể không khai triển mà vẫn giải được không?”, “Dùng hằng đẳng thức nào sẽ thuận lợi hơn?”.

Dự kiến các hướng tiếp cận để chủ động điều phối thảo luận hiệu quả.

Bước 1: GV đưa ra bài toán và yêu cầu HS phán đoán nghiệm

- GV viết PT lên bảng: $(2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = 0$, yêu cầu HS phán đoán GV có thể đặt câu hỏi:

(?) Theo các em, phương trình này có bao nhiêu nghiệm?

(?) Liệu phương trình có nghiệm nguyên không? Nếu có, ta có thể tìm ra nhanh không?

(?) Có thể biến đổi phương trình này thành dạng dễ giải hơn mà không cần dùng công thức nghiệm không?

- HS tự do đưa ra các phán đoán: Một số phán đoán có thể là: PT này có hai nghiệm thực. PT này có nghiệm kép hay PT này có thể có nghiệm nguyên, thử nhận dạng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương xem sao.

Bước 2: Yêu cầu HS thảo luận phân tích, tranh luận và bảo vệ ý kiến cá nhân bằng các lập luận logic để đưa ra các ý tưởng, phán đoán để GQVĐ.

- GV chia lớp thành 6 nhóm nhỏ (mỗi nhóm 5-6 HS), yêu cầu HS thảo luận, đưa ra phán đoán, bảo vệ ý kiến và đề xuất cách giải.

- HS: Các nhóm phán đoán và giải có thể gồm:

Cách 1: *Phán đoán về nghiệm thực và nguyên:* Nhóm 1 và 3 có phán đoán rằng PT này có nghiệm thực, vì sau khi biến đổi, ta thu được một PT tích có hai nghiệm thực $x = 7$ và $x = 1$. Vì vậy, họ sẽ thử nhận dạng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương:

$$(2x - 5 - (x + 2))(2x - 5 + (x + 2)) = 0$$

Rút gọn biểu thức trong hai dấu ngoặc:

$$(2x-5-x-2)(2x-5+x+2)=0 \Rightarrow (x-7)(3x-3)=0$$

Nghiệm của phương trình là $x=7$ hoặc $x=1$.

Cách 2: *Phán đoán về nghiệm nguyên*: Nhóm 2 và 5 có phán đoán rằng PT có nghiệm nguyên, vì sau khi biến đổi, ta thu được hai nghiệm nguyên $x=7$ và $x=1$. Vì vậy, họ sẽ thử triển khai bình phương hai vế rồi giải phương trình bậc hai:

$$(4x^2-20x+25)-(x^2+4x+4)=0$$

$$4x^2-20x+25-x^2-4x-4=0 \Rightarrow 3x^2-24x+21=0$$

$$\text{Giải phương trình bậc hai: } 3(x^2-8x+7)=0 \Rightarrow 3(x-7)(x-1)=0$$

Nghiệm của phương trình là $x=7$ hoặc $x=1$.

Cách 3: *Sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai* (trong trường hợp các nhóm không tìm ra cách khác): Nhóm 4 và 6 có thể không tìm ra cách phân tích nhân tử và quyết định sử dụng công thức nghiệm, và sau đó tìm được nghiệm là:

Bước 1: Biến đổi phương trình về dạng bậc hai chuẩn

$$\text{Xuất phát từ phương trình ban đầu: } (2x-5)^2-(x+2)^2=0$$

$$\text{Khai triển các bình phương: } (4x^2-20x+25)-(x^2+4x+4)=0$$

$$\text{Rút gọn: } 4x^2-20x+25-x^2-4x-4=0 \Rightarrow 3x^2-24x+21=0$$

$$\text{Viết lại phương trình bậc hai chuẩn: } 3x^2-24x+21=0$$

Bước 2: Áp dụng công thức nghiệm

Với phương trình $ax^2+bx+c=0$, công thức nghiệm là:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Trong đó: $a=3, b=-24, c=21$

$$\text{Tính biệt thức } (\Delta): \Delta = (-24)^2 - 4(3)(21) = 576 - 252 = 324 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{324} = 18$$

$$\text{Tìm nghiệm: } x_1 = \frac{24+18}{6} = \frac{42}{6} = 7; \quad x_2 = \frac{24-18}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Nghiệm của phương trình là $x=7$ hoặc $x=1$.

Bước 3: Tổ chức cho HS trình bày các ý tưởng/cách giải khác nhau và phân tích ưu, nhược điểm của từng cách, thống nhất vấn đề

- GV cho đại diện các nhóm báo cáo kết quả của nhóm, các nhóm khác để lắng nghe các ý kiến và yêu cầu các nhóm giải thích vì sao họ chọn PP đó. (Mục đích của

phần này là giúp HS thảo luận, tìm ra cách giải hợp lý, đồng thời rèn luyện kỹ năng bảo vệ quan điểm).

- Sau khi các nhóm trình bày xong cách giải của mình, GV tổng kết lại các PP đã được đưa ra:

+ Dùng hiệu hai bình phương: Cách giải này nhanh, không cần triển khai bình phương phức tạp.

+ Giải bằng khai triển: PP này có thể áp dụng với mọi phương trình bậc hai.

+ Sử dụng công thức nghiệm: PP này chắc chắn và có thể áp dụng với mọi PT bậc hai, nhưng đôi khi tính toán phức tạp và không phải lúc nào cũng giúp nhận ra các yếu tố đặc biệt của PT như trong trường hợp này.

- Sau đó, GV có thể đặt câu hỏi cho HS:

? Vì sao PP dùng hiệu hai bình phương lại nhanh và không cần triển khai bình phương phức tạp?

? Khi nào PP này sẽ không hiệu quả và tại sao?

Bước 4: Kết luận và rút ra bài học

GV nhấn mạnh rằng việc phát hiện ra dạng đặc biệt của phương trình giúp HS giải nhanh hơn.

Việc phán đoán và tranh luận giúp HS hiểu sâu hơn bản chất của bài toán thay vì chỉ áp dụng công thức máy móc.

GV phản hồi về cách lập luận và trình bày của từng nhóm, khuyến khích HS luyện tập thêm các bài toán tương tự.

Kết luận: Bài toán này giúp HS nhận ra rằng không phải mọi phương trình bậc hai đều cần công thức nghiệm. Việc phân tích dạng đặc biệt có thể giúp tìm nghiệm nhanh chóng hơn.

Trong ví dụ này HS phát triển khả năng phát hiện, so sánh, đánh giá các cách giải khác nhau, nhận ra phương pháp nào hiệu quả hơn và tranh luận, bảo vệ ý kiến dựa trên lập luận logic đồng thời đó HS được phát triển khả năng đề xuất nhiều hướng tiếp cận khác nhau, phát hiện cách biến đổi linh hoạt hơn và sáng tạo trong việc tìm nghiệm nhanh mà không rập khuôn vào công thức

Ví dụ 2.3. Sau khi học xong bài BPT bậc 2, GV có thể củng cố khắc sâu cho HS cách giải, khai thác bài toán hiệu quả, GV có thể sử dụng PP tổ chức tranh luận, khuyến khích HS đưa ra các phán đoán về nhóm nghiệm của BPT và đưa ra nhiều cách giải, từ đó dẫn dắt HS đến các PP giải hợp lý và nhanh nhất. Cụ thể:

Bước 0: GV chuẩn bị bài toán/tình huống/vấn đề

- Mục tiêu bài học:
- + Củng cố kỹ năng giải bất phương trình bậc hai.
- + Phát triển TDPB qua việc phân tích, so sánh các PP giải khác nhau.
- + Khuyến khích TDST thông qua việc tìm kiếm và đề xuất nhiều cách tiếp cận bài toán.

- Lựa chọn bài toán phù hợp:
- + Chọn bất phương trình bậc hai cơ bản, dễ phân tích để tạo cơ hội cho HS đưa ra các phán đoán khác nhau.

- + Bất Phương trình được chọn là: $3 - 4x^2 \geq 0$

- + Đây là dạng bài cơ bản, HS đã quen thuộc sau khi học xong phần bất phương trình bậc hai.

- + Bài toán này có nhiều phương pháp giải (đưa về dạng tích, xét dấu tam thức bậc hai, sử dụng đồ thị hàm số), thuận lợi cho việc khuyến khích HS tranh luận và bảo vệ ý kiến.

- + Giúp HS nhận diện được phương pháp nào phù hợp với từng bài toán cụ thể.

- Chuẩn bị cho hoạt động lớp học:

- + Dự kiến câu hỏi dẫn dắt HS phán đoán, tranh luận như:

- "Theo các em, bất phương trình này có nghiệm hay không? Vì sao?"

- "Làm thế nào để giải bất phương trình này nhanh nhất?"

- "Nếu xét đồ thị, các em có đoán được nghiệm không?"

Bước 1: Giáo viên đưa ra bài toán và yêu cầu học sinh phán đoán nghiệm

- GV viết bất phương trình lên bảng: $3 - 4x^2 \geq 0$ yêu cầu HS phán đoán GV có thể đặt câu hỏi:

- (?) Theo các em, bất phương trình này có nghiệm hay không?

- (?) Làm thế nào chúng ta có thể giải quyết bài toán này một cách nhanh nhất?

- HS sẽ tự do đưa ra phán đoán. Một số phán đoán có thể là: BPT có nghiệm khi x^2 không lớn hơn $\frac{3}{4}$. BPT có thể được giải bằng cách đưa về dạng tích. Dùng phương pháp xét dấu của tam thức bậc hai.

Bước 2: Yêu cầu HS thảo luận phân tích, tranh luận và bảo vệ ý kiến cá nhân bằng các lập luận logic để đưa ra các ý tưởng, phán đoán để GQVĐ.

- GV chia lớp thành 6 nhóm (mỗi nhóm 5-6 học sinh), yêu cầu HS thảo luận theo nhóm đưa ra ý tưởng, phán đoán, bảo vệ các phán đoán của mình và đề xuất cách giải.

Mỗi nhóm có thể lựa chọn một PP giải khác nhau hoặc đưa ra lý do cho phán đoán của mình. Các nhóm sẽ tranh luận để tìm cách giải hợp lý và nhanh nhất.

- HS: Các phán đoán và giải có thể gồm:

Cách 1: Phán đoán về cách tìm nghiệm: Nhóm 1 và 3 có phán đoán rằng PT này có nghiệm, vì tồn tại khoảng giá trị của x thỏa mãn điều kiện $3 - 4x^2 \geq 0$. Vì vậy, họ sẽ thử giải BPT theo dạng đưa về dạng x^2 nhỏ hơn một số. Bất phương trình được viết lại như sau: $3 \geq 4x^2$

Chia cả hai vế cho 4: Ta được $\frac{3}{4} \geq x^2$

$$\text{Tức là: } -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy tập nghiệm là: } \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

Cách 2: Phán đoán về cách tìm nghiệm: có phán đoán rằng PT này có nghiệm, vì tồn tại khoảng giá trị của x thỏa mãn điều kiện $3 - 4x^2 \geq 0$. Vì vậy, họ sẽ thử giải BPT theo PP xét dấu tam thức bậc hai. Viết lại bất phương trình: $3 - 4x^2 \geq 0$

Đổi dấu toàn bộ để có dạng chuẩn của tam thức bậc hai: $4x^2 - 3 \leq 0$

Xét phương trình liên quan: $4x^2 - 3 = 0$

$$\text{Giải ra nghiệm: } x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Xét dấu tam thức bậc hai trên trục số, ta thấy bất phương trình có nghiệm khi:

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy tập nghiệm là: } \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

Cách 3: Sử dụng đồ thị hàm số: Nhóm 4 và 6 có thể dựng đồ thị hàm số, và sau đó tìm được nghiệm là:

Xét hàm số: $y = 3 - 4x^2$. Đây là một parabol có bề lõm hướng xuống vì hệ số

$a = -4$ âm. Đỉnh parabol tại $(0, 3)$ và giao với trục hoành tại $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta tìm miền $y \geq 0$, tức là phần nằm trên hoặc chạm trục hoành, tương ứng với đoạn:

$$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right]. \text{ Vậy tập nghiệm là: } \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

Bước 3: Tổ chức cho HS trình bày các ý tưởng/cách giải khác nhau và phân tích ưu, nhược điểm của từng cách, thống nhất vấn đề

- GV cho đại diện các nhóm báo cáo kết quả của nhóm, các nhóm khác để lắng nghe các ý kiến và yêu cầu các nhóm giải thích vì sao họ chọn PP đó. (Mục đích của phần này là giúp HS thảo luận, tìm ra cách giải hợp lý, đồng thời rèn luyện kỹ năng bảo vệ quan điểm).

- Sau khi tất cả các nhóm đã trình bày xong cách giải của mình, GV sẽ tổng kết lại các PP đã được đưa ra:

- + Giải theo dạng đưa về dạng x^2 nhỏ hơn một số: PP này nhanh chóng, không cần giải phương trình bậc hai. Dễ hiểu cho học sinh đã quen với bất phương trình dạng $x^2 \leq a$. Ít bước biến đổi hơn so với các phương pháp khác.

- + PP xét dấu tam thức bậc hai: Hệ thống, dễ áp dụng cho bất kỳ bất phương trình bậc hai nào. Chắc chắn, tránh sai sót vì xét dấu rõ ràng. Tổng quát hóa, có thể dùng cho các bài toán phức tạp hơn.

- + Sử dụng đồ thị hàm số: Trực quan, giúp HS hiểu rõ bản chất bài toán. Giúp nhận biết nghiệm nhanh nếu HS đã quen với đồ thị hàm số. Ứng dụng tốt cho những bài toán yêu cầu khảo sát đồ thị.

- Sau đó, GV có thể đặt câu hỏi cho HS:

? Vì sao PP xét dấu tam thức bậc hai: Dễ áp dụng cho bất kỳ bất phương trình bậc hai nào?

? Khi nào PP này sẽ không hiệu quả và tại sao?

Bước 4: Kết luận và rút kinh nghiệm

- GV nhấn mạnh rằng có nhiều cách giải và mỗi cách có ưu điểm riêng. Học sinh nên linh hoạt sử dụng tùy vào bài toán cụ thể.

- GV sẽ đưa ra phản hồi cho từng nhóm về cách giải và khả năng tranh luận của HS, đồng thời chỉ ra những điểm mạnh và điểm cần cải thiện trong cách trình bày và lập luận. Khuyến khích HS làm thêm các bài tập tương tự để rèn luyện kỹ năng phán đoán và tranh luận.

- GV động viên HS tiếp tục luyện tập với các bài toán tương tự.

Trong ví dụ này được phát triển khả năng so sánh, đánh giá các PP giải khác nhau, nhận diện phương pháp nào phù hợp với từng dạng bài toán, tranh luận, bảo vệ ý kiến dựa trên lập luận logic, đề xuất nhiều cách tiếp cận khác nhau, khám phá phương pháp

giải phù hợp với tư duy cá nhân và vận dụng linh hoạt kiến thức đại số và hàm số để giải quyết vấn đề.

Biện pháp này giúp HS phát triển TDPB và TDST thông qua việc đưa ra phán đoán, tranh luận và tìm kiếm PP giải tối ưu. HS không chỉ nắm vững kiến thức về PT và BPT mà còn học cách tư duy toán học linh hoạt và hiệu quả

PHỤ LỤC 20

Ví dụ 2.5. (Chủ đề phương trình logarit): Trong giờ học tập về PT logarit HS, GV có thể tổ chức hoạt động như sau:

Bước 0: Giáo viên chuẩn bị bài toán/tình huống chứa khó khăn, sai lầm

Mục tiêu: Gây hoài nghi tích cực, kích thích học sinh kiểm chứng; Giúp HS nhận diện và sửa sai lầm thường gặp khi giải phương trình logarit; Rèn TDPB và TDST.

Yêu cầu bài toán/tình huống: Có yếu tố gây hoài nghi (giải tưởng đúng nhưng có sai sót tiềm ẩn); Phản ánh sai lầm thực tế (quên ĐKXD, áp dụng sai tính chất logarit, kết luận vội vàng); Tạo cơ hội tranh luận, phản biện về phương pháp và kết luận; Phù hợp trình độ lớp 11: Không quá dễ, không quá khó.

Dạng tình huống phù hợp: Thiếu điều kiện xác định; Biến đổi sai quy tắc logarit; Có nghiệm không thỏa mãn điều kiện; Nhiều cách giải nhưng dễ mắc lỗi; Câu hỏi yêu cầu kiểm chứng lời giải đã cho.

Tổ chức hoạt động:

Hình thức: Nhóm nhỏ hoặc thảo luận toàn lớp.

Gợi mở: “Nghiệm tìm được có thỏa mãn điều kiện không?”; “Phép biến đổi này có đúng với mọi x không?”; “Thử thay ngược vào phương trình xem kết quả?”.

Dự kiến sai lầm: Quên kiểm tra ĐKXD; Áp dụng sai công thức logarit;

Không đánh giá tính đúng đắn của bước biến đổi.

Thời gian đề xuất: Gây hoài nghi: 3–5 phút; Thảo luận nhóm: 7–10 phút; Trình bày & phản biện: 5–7 phút; Tổng kết & rút kinh nghiệm: 3–5 phút.

Bước 1: Xác định mục tiêu của hoạt động

Mục tiêu: Giúp HS có được PP giải bài tập về PT logarit, biết những sai lầm trong lời giải toán và lựa chọn PP giải tối ưu.

Bước 2: GV lựa chọn và đưa ra các tình huống chứa khó khăn, sai lầm phù hợp với nội dung bài học, trong đó có cơ hội để HS hoài nghi tích cực

- GV đưa ra tình huống sau: Cho PT logarit:

$$\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12, \quad x \in]0; +\infty[$$

Có lời giải như sau:

$$\text{Từ PT: } \log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12$$

$$PT \Leftrightarrow (\log_3 3^x - \log_3 1) \cdot (\log_3 3^{x+1} - \log_3 3) = 12$$

Áp dụng công thức cơ bản của logarit:

$$\log_a a = 1 ; \log_a 1 = 0 ; \log_a b^n = n \log_a b$$

Từ PT trên, ta có:

$$(x - 0)(x + 1 - 1) = 12$$

$$x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm\sqrt{12}$$

Vậy theo các em lời giải của bạn đã đúng chưa? Các em có ý kiến như thế nào?
(Thể hiện sự hoài nghi)

Bước 3: Tổ chức cho HS thảo luận tích cực để phát hiện, khắc phục và tìm kiếm giải pháp

GV chia lớp thành các nhóm nhỏ (3-4 HS nhóm). Yêu cầu phát hiện sai lầm (nếu có) và phân tích sai lầm và đề xuất cách sửa chữa.

Kết quả thu được:

- Ý kiến của HS thứ 1: Trong lời giải của PT trên khi biến đổi là không tương đương thay đổi tập xác định của PT dẫn đến việc giải PT mắc sai lầm khi giải bài toán, đó là:

$$\log_3(3^x - 1) \neq \log_3 3^x - \log_3 1$$

$$\log_3(3^{x+1} - 3) \neq \log_3 3^{x+1} - \log_3 3$$

- Ý kiến của HS thứ 2: Lời giải trên quên đặt điều ĐKXĐ của PT để loại nghiệm đó là: ĐK:
$$\begin{cases} 3^x - 1 > 0 \\ 3^{x+1} - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$$

?GV nhận xét và đánh giá câu trả lời của HS:

- Sai lầm của HS: Trong lời giải bài toán trên bạn chưa nắm rõ công thức hàm số logarit và đã bị nhầm lẫn:

$\log_a(P \pm Q) \neq \log_a P \pm \log_a Q$ và $\log_a(P.Q) \neq \log_a P . \log_a Q$. Khi ta sử dụng công thức biến đổi PT:

$\log_3(3^x - 1) . \log_3(3^{x+1} - 3) = 12$ thành PT $(\log_3 3^x - \log_3 1) . (\log_3 3^{x+1} - \log_3 3) = 12$, là sai. Do đó, lời giải bài toán trên của HS chưa chính xác.

- Nguyên nhân sai lầm: Sai lầm do không nắm rõ bản chất của khái niệm toán học. Khi gặp những dạng PT logarit thường thì những HS yếu kém không đặt điều kiện hoặc đặt sai, nhiều HS không nhớ công thức, áp dụng sai công thức dẫn đến việc kết luận sai hoặc làm sai. Trong QT giải HS thường biến đổi làm thay đổi tập xác định của PT dẫn đến sai lầm nghiêm trọng.

+ Thảo luận và phản biện: GV cùng HS trao đổi chia sẻ cách giải pháp của bài toán. Khuyến khích HS chia sẻ cách giải pháp của HS, thảo luận trao đổi về cách giải PT và đưa ra cách giải khác.

- Lời giải đúng:

Giải PT: $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12 \quad x \in]0; +\infty[$

Bước 1: Đặt ẩn phụ để đơn giản hóa biểu thức

Ta có: $3^{x+1} - 3 = 3 \cdot 3^x - 3 = 3(3^x - 1)$

Khi đó: $\log_3(3^{x+1} - 3) = \log_3[3(3^x - 1)] = \log_3 3 + \log_3(3^x - 1) = 1 + \log_3(3^x - 1)$

Bước 2: Đặt $t = \log_3(3^x - 1)$, với điều kiện: $3^x - 1 > 0 \Rightarrow 3^x > 1 \Rightarrow x > 0$ (thỏa mãn điều kiện đã cho)

Nên: $t \in \mathbb{R}$

Bước 3: Thay vào phương trình ban đầu

Phương trình trở thành: $t \cdot (1 + t) = 12$

Giải phương trình: $t^2 + t - 12 = 0$; $\Delta = 1^2 - 4(12) = 49$; $t = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$

Bước 4: Xét từng giá trị của t

Trường hợp 1: $t = 3 \Rightarrow \log_3(3^x - 1) = 3 \Rightarrow 3^3 - 1 = 3^3 = 27$

$$\Rightarrow 3^x = 28 \Rightarrow x = \log_3 28$$

Trường hợp 2: $t = -4 \Rightarrow \log_3(3^x - 1) = -4 \Rightarrow 3^3 - 1 = 3^{-4} = \frac{1}{81}$

$$\Rightarrow 3^x = 1 + \frac{1}{81} = \frac{82}{81} \Rightarrow 3^x = \log_3\left(\frac{82}{81}\right)$$

Bước 5: Kết luận tập nghiệm

Cả hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện $x > 0$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \log_3 28; \log_3\left(\frac{82}{81}\right) \right\}$

Tuy nhiên khi giải HS dễ mắc phải sai lầm khi chuyển sang bài toán mới không tương đương vì thiếu ĐK của biến.

? GV yêu cầu HS suy nghĩ, ý tưởng, khả năng tìm kiếm cách giải pháp khác.

?GV: Có cách giải nào khác không? (Câu hỏi mở để HS suy nghĩ sâu hơn về các PP giải và các lựa chọn khác nhau)

HS đưa ra cách khác: (kiểm tra bằng bảng biến thiên):

$$\text{Từ PT: } \log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 12 \quad x \in]0; +\infty[$$

Bước 1: Xét hàm số

$$\text{Gọi: } f(x) = \log_3(3^x - 1) \cdot [1 + \log_3(3^x - 1)]$$

$$\text{Tức là: } f(x) = t(t+1), \quad t = \log_3(3^x - 1)$$

Bước 2: Nhận xét

$$\text{Hàm số } y = t(t+1) = t^2 + t$$

$$\text{Ta có: } f(x) = 12 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0$$

Giải phương trình, ta tìm được: $t = 3$ hoặc $t = -4$

$$\text{Sau đó suy ra: } \log_3(3^x - 1) = 3 \Rightarrow x = \log_3(28)$$

$$\log_3(3^x - 1) = -4 \Rightarrow x = \log_3\left(\frac{82}{81}\right)$$

$$\text{Kết luận: Tập nghiệm vẫn là: } S = \left\{ \log_3 28; \log_3\left(\frac{82}{81}\right) \right\}$$

Bước 4: Nhận xét, đánh giá, hệ thống hóa và phân loại bài toán theo nhóm sai lầm

+ Khi học giải PT logarit, HS cần hiểu rõ bản chất của việc đặt ĐKXĐ PT, việc biến đổi thay tập xác định của PT logarit, nắm được các công thức và tính chất của PP giải của logarit.

+ Hệ thống hoá và phân loại dạng bài toán theo nhóm các sai lầm như sau:

- GV đưa ra bài toán có sai lầm, yêu cầu HS chỉ ra sai lầm phổ biến thường gặp khi giải PT và BPT logarit.

Tình huống 1: “Hãy tìm ra sai lầm (nếu có) trong lời giải sau:

$$\text{“Giải BPT: } \log_4\left(\frac{x+5}{x-3}\right) = 2$$

HS giải như sau: Xét điều kiện xác định (ĐKXĐ):

$$\text{Biểu thức trong log phải dương: } \frac{x+5}{x-3} > 0$$

+ Xét hai trường hợp:

$$1. \quad x+5 > 0 \quad \text{và} \quad x-3 > 0$$

$$\Rightarrow x > -5 \quad \text{và} \quad x > 3 \Rightarrow x > 3$$

$$2. \ x + 5 < 0 \text{ và } x - 3 < 0$$

$$\Rightarrow x < -5 \text{ và } x < 3 \Rightarrow x < -5$$

$$\text{ĐKXĐ: } x \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$$

$$\text{Bước 2: Giải phương trình } \log_4 \left(\frac{x+5}{x-3} \right) = 2$$

$$\text{Chuyển về dạng lũy thừa: } \frac{x+5}{x-3} = 4^2 = 16$$

Bước 3: Giải phương trình phân thức

$$x + 5 = 16(x - 3) \Rightarrow x + 5 = 16x - 48 \Rightarrow 16x - x = 5 + 48 \Rightarrow 15x = 53 \Rightarrow x = \frac{53}{15}$$

$$\text{Bước 4: Kiểm tra điều kiện xác định } \frac{53}{15} \approx 3.53 > 3$$

$$\text{Vậy, nghiệm của phương trình là: } x = \frac{53}{15}$$

Tình huống 2: “Hãy tìm ra sai lầm(nếu có) trong lời giải sau:

$$\text{“ Giải BPT: } \log_4 x \log_2 x + \frac{\log_4 x}{\log_2 x} = 2$$

HS giải như sau:

Bước 1: Đặt ẩn phụ để đơn giản biểu thức

$$\text{Đặt } t = \log_2 x$$

$$\Rightarrow \log_2 x = \frac{\log_2 x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$\text{Thay vào phương trình ban đầu: } \frac{t}{2} \cdot t + \frac{t}{2} = 2$$

$$\text{Bước 2: Rút gọn biểu thức } \frac{t^2}{2} + \frac{t/2}{t} = 2 \Rightarrow \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

Bước 3: Giải phương trình bậc hai theo t

$$\text{Nhân cả hai vế với 2 để khử mẫu: } t^2 + 1 = 4 \Rightarrow t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm \sqrt{3}$$

Bước 4: Trả lại biến x

$$t = \log_2 x$$

$$+ \text{ Với } \log_2 x = \sqrt{3} \Rightarrow x = 2^{\sqrt{3}}$$

+ Với $\log_2 x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = 2^{-\sqrt{3}}$

Bước 5: Kiểm tra điều kiện xác định

+ $x > 0$ (luôn đúng)

Cả hai nghiệm đều thỏa mãn.

Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là: $S = \{2^{\sqrt{3}}, 2^{-\sqrt{3}}\}$

- Yêu cầu HS chỉ ra phân loại dạng bài toán theo các sai lầm (hình thức cặp đôi/nhóm): Khi học về tính chất các công thức logarit nhiều HS không nắm được các công thức và phép biến đổi của hàm số logarit. Do đó *chuyển về bài toán không tương đương hoặc đặt ẩn phụ không phù hợp và quên không đặt ĐKXD của PT-BPT nên việc biến đổi sẽ tạo ra PT- BPT không tương đương với BPT ban đầu, dẫn đến tập nghiệm của PT- BPT có thêm những nghiệm ngoại lai.*

Ví này giúp HS phát triển TDPB thông qua việc kiểm tra điều kiện xác định, phân tích các bước giải hợp lý và tránh sai sót. Đồng thời, TDST được khuyến khích khi HS tìm ra cách biến đổi phù hợp để giải quyết bài toán nhanh chóng.

Ví dụ 2.6. Trong giờ luyện tập về “bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối” cho HS, GV có thể tổ chức hoạt động như sau:

Bước 0: Giáo viên chuẩn bị bài toán/tình huống chứa khó khăn, sai lầm

Mục tiêu: Gây hoài nghi, tạo động cơ tư duy; Chữa sai lầm phổ biến khi giải BPT chứa logarit và giá trị tuyệt đối; Phát triển TDPB và TDST.

Tiêu chí chọn bài toán: Có yếu tố dễ gây nhầm lẫn (ĐKXD, giá trị tuyệt đối); Không quá dễ hay quá khó với HS lớp 11; Cho phép nhiều cách giải, dễ mắc lỗi nếu không chặt chẽ.

Tổ chức hoạt động: Làm việc nhóm, có câu hỏi gợi mở như (“Đã xét đủ điều kiện xác định chưa?”, “Còn thiếu bước nào không?”); Dự đoán sai lầm thường gặp (Quên điều kiện logarit, Xét thiếu trường hợp, Không kiểm tra nghiệm).

Thời gian gợi ý: Gây hoài nghi: 3–5 phút; Thảo luận: 7–10 phút; Phản biện: 5–7 phút; Tổng kết: 3–5 phút.

Ví dụ: BPT chứa logarit và giá trị tuyệt đối; HS dễ giải nhanh nhưng bỏ sót ĐKXD hoặc xét thiếu trường hợp; Khuyến khích phân tích, phản biện lời giải của bạn.

Bước 1: Xác định mục tiêu của hoạt động

Mục tiêu của hoạt động là giúp HS có được PP giải bài tập về BPT chứa giá trị tuyệt đối, nhận dạng và khắc phục các lỗi phổ biến khi giải BPT (áp dụng sai công thức trong biến đổi, đặt ẩn phụ lại thiếu điều kiện,..) và lựa chọn PP giải tối ưu.

Bước 2: GV lựa chọn và đưa ra các tình huống chứa khó khăn, sai lầm phù hợp với nội dung bài học, trong đó có cơ hội để HS hoài nghi tích cực

- GV đưa ra tình huống sau: “Giải bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối:

$$\ln|x-2| + \ln|x+4| \leq 3\ln 2$$

Có lời giải như sau:

$$\text{Từ BPT trên, ta có: } \ln|x-2| + \ln|x+4| \leq 3\ln 2 \Leftrightarrow \ln|(x-2)(x+4)| \leq \ln 8$$

$$\Rightarrow |x^2 + 2x - 8| \leq 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 \leq 8 \\ x^2 + 2x - 8 \leq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 16 \leq 0 \\ x^2 + 2x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 16 \leq 0 \Rightarrow -1 - \sqrt{17} \leq x \leq -1 + \sqrt{17} \\ x^2 + 2x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ hay } x \geq -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy ta được: } -1 - \sqrt{17} \leq x \leq -2$$

Vậy theo các em lời giải của bạn đã đúng chưa? Các em có ý kiến như thế nào? (Thể hiện sự hoài nghi)

Bước 3: Tổ chức cho HS thảo luận tích cực để phát hiện, khắc phục và tìm kiếm giải pháp

GV chia lớp thành các nhóm nhỏ (3-4 HS nhóm). Yêu cầu phát hiện sai lầm (nếu có) và phân tích sai lầm và đề xuất cách sửa chữa.

Kết quả thu được:

- Ý kiến của HS thứ 1: Trong lời giải BPT logarit trên phải có ĐK theo pháp giải là

$$\text{Nếu } a > 1; \log_a f(x) < \log_a g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Vậy, theo bài toán, ta phải có ĐK là:

$$\ln|(x-2)(x+4)| \leq \ln 8 \Rightarrow \begin{cases} |(x-2)(x+4)| \geq 0 \\ |(x-2)(x+4)| \leq 8 \end{cases}$$

- Ý kiến của HS thứ 2: Theo lời giải trên khi giải BPT chứa giá trị tuyệt đối nên xác định ĐK theo hệ thức BPT như:

$$|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases} \text{ ,đó là: } |x^2 + 2x - 8| \leq 8 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 \leq 8 \\ x^2 + 2x - 8 \geq -8 \end{cases}$$

?GV nhận xét và đánh giá câu trả lời của HS:

- Sai lầm của HS: Trong lời của HS thiếu đặt ĐKXD của BPT để loại tập nghiệm của BPT như:

$(x-2)(x+4) > 0 \Rightarrow x \in]-\infty; -4[\cup]2; +\infty[$. Do đó, lời giải bài toán trên của HS khi xác định tập nghiệm của BPT chưa chính xác.

- Nguyên nhân sai lầm: Sai lầm do không nắm rõ bản chất của khái niệm toán học. Nhiều HS khi giải BPT hay quên bắt đặt ĐKXD của BPT để loại tập nghiệm của nó, và những sai lầm khi giải BPT chứa giá trị tuyệt đối là hay vận dụng sai tính đồng biến và nghịch biến của BPT chứa giá trị tuyệt đối.

+ Thảo luận và phản biện: Khuyến khích HS chia sẻ cách giải pháp BPT chứa giá trị tuyệt đối, thảo luận trao đổi về những thiếu sót, sai lầm khi giải BPT chứa giá trị tuyệt đối và đưa ra cách giải khác.

Lời giải đúng:

$$\text{PT; } \ln|x-2| + \ln|x+4| \leq 3\ln 2$$

Sử dụng tính chất logarit

$$\ln a + \ln b = \ln(a.b)$$

$$\text{Ta có: } \ln|x-2| + \ln|x+4| = \ln(|x-2||x+4|)$$

$$\text{Bất phương trình trở thành: } \ln(|x-2||x+4|) \leq 3\ln 2$$

Khử logarit hai vế:

$$\text{Điều kiện để lấy logarit: } |x-2||x+4| > 0 \text{ Tức là: } x \neq 2 \text{ và } x \neq -4$$

$$\text{Giờ ta khử logarit: } |x-2||x+4| \leq 2^3 = 8$$

Giải bất phương trình:

$$\text{Ta có: } |x-2||x+4| \leq 8$$

$$\text{Tương đương: } |(x-2)(x+4)| \leq 8$$

$$\text{Có hai trường hợp: } -8 \leq (x-2)(x+4) \leq 8$$

Giải hai bất phương trình

$$+ \text{Trường hợp 1: } (x-2)(x+4) \geq -8$$

$$\text{Khai triển: } x^2 + 4x - 2x - 8 \geq -8$$

$$\text{Tức là: } x^2 + 2x \geq 0 \Leftrightarrow x(x+2) \geq 0$$

Nghiệm: $x \leq -2$ hoặc $x \geq 0$

+ Trường hợp 2: $(x-2)(x+4) \leq 8$

Khai triển: $x^2 + 4x - 2x - 8 \leq 8 \quad x^2 + 2x - 16 \leq 0$

Giải phương trình: $\Delta = 2^2 - 4.1.(-16) = 4 + 64 = 68$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{68}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{17}}{2} = -1 \pm \sqrt{17}$$

Khoảng nghiệm: $-1 - \sqrt{17} \leq x \leq -1 + \sqrt{17}$

Giao hai nghiệm;

Giao của:

$x \leq -2$ hoặc $x \geq 0$ với $-1 - \sqrt{17} \leq x \leq -1 + \sqrt{17}$ ta được $0 \leq x \leq -1 + \sqrt{17}$

Theo ĐK $x \neq 2, x \neq -4$

Vậy tập nghiệm của BPT là: $x \in [-1 - \sqrt{17}; -2] \cup [0; -1 + \sqrt{17}]$

Tuy nhiên HS dễ mắc phải sai lầm khi chuyển sang bài toán mới không tương đương vì thiếu ĐK của biến, không kết luận nghiệm.

? GV yêu cầu HS suy nghĩ, ý tưởng, khả năng tìm kiếm cách giải pháp khác.

? GV: Có cách giải nào khác không? (Câu hỏi mở để HS suy nghĩ sâu hơn về các PP giải và các lựa chọn khác nhau)

HS đưa ra cách khác:

$$\ln|x-2| + \ln|x+4| \leq 3\ln 2 \Leftrightarrow \ln|(x-2)(x+4)| \leq \ln 8$$

$$\text{ĐK } (x-2)(x+4) > 0 \Rightarrow x \in]-\infty; -4[\cup]2; +\infty[$$

$$\Rightarrow |x^2 + 2x - 8| \leq 8$$

$$\Rightarrow -8 \leq x^2 + 2x - 8 \leq 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x \geq 0 \\ x^2 + 2x - 16 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2; x \geq 0 \\ -1 - \sqrt{17} \leq x \leq -1 + \sqrt{17} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của BPT là: $x \in [-1 - \sqrt{17}; -2] \cup [0; -1 + \sqrt{17}]$

Bước 4: Nhận xét, đánh giá, hệ thống hóa và phân loại bài toán theo nhóm sai lầm

+ Khi HS giải BPT chứa giá trị tuyệt đối HS cần hiểu rõ bản chất của việc đặt ĐKXD tập nghiệm của BPT và đặt ĐK hệ thức của BPT như:

$$|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

+ Hệ thống hoá và phân loại dạng bài toán theo nhóm các sai lầm:

- GV đưa ra một số lời giải có sai lầm, yêu cầu HS chỉ ra sai lầm và phân loại theo các sai lầm phổ biến thường gặp khi giải PT và BPT.

Tình huống: Hãy chỉ ra sai lầm (nếu có) trong lời giải sau:

“Giải bất phương trình mũ: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+5x-4} < \left(\frac{1}{81}\right)^{x+4}$

HS giải như sau:

Từ BPT:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+5x-4} &< \left(\frac{1}{81}\right)^{x+4} \\ \Leftrightarrow x^2 + 5x - 4 &< 4x + 16 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 20 &< 0 \\ \Leftrightarrow (x+5)(x-4) &< 0 \\ \Leftrightarrow x > -5; x < 4 \end{aligned}$$

Vậy BPT có tập nghiệm là: $x \in]-5, 4[$.”

- Yêu cầu HS chỉ ra phân loại dạng bài toán theo các sai lầm: Khi học về BPT nhiều HS mắc sai lầm khi tính đồng biến và nghịch biến của BPT không chú ý với PP đưa về cùng cơ số như:

$$\text{Nếu } \begin{cases} a > 1 \\ 0 < a < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^{f(x)} > a^{g(x)} \\ a^{f(x)} > a^{g(x)} \end{cases} \begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Trong lời giải trên bạn chưa nắm rõ công thức, PP giải BPT mũ và đã bị nhầm lẫn. Do đó, lời giải bài toán trên mắc sai lầm nếu không chú ý a khi đưa về cùng cơ số tính đồng biến và nghịch biến của BPT mũ.

Ví dụ này giúp HS phát triển TDPB thông qua việc kiểm tra điều kiện xác định, xử lý BPT đúng cách, đồng thời rèn luyện TDST bằng việc tìm cách tiếp cận nhanh và hiệu quả.

Biện pháp này sẽ giúp HS phát triển khả năng TDPB, tự tin trong QT học và giải quyết các vấn đề toán học, đặc biệt là trong việc giải PT và BPT.

PHỤ LỤC 21

Ví dụ 2.8. Sau khi dạy học bài “Phương trình Logarit” (SGK lớp 11) cho HS, GV có thể tổ chức hoạt động củng cố nhằm giúp HS hiểu và biết vận dụng định lí như sau:

Bước 0: Giáo viên chuẩn bị bài toán/tình huống

Trước khi tổ chức hoạt động phát triển TDST, giáo viên cần chọn bài toán phù hợp:

Tiêu chí lựa chọn: Có nhiều cách giải để học sinh so sánh, cải tiến; Không có một phương pháp tối ưu ngay từ đầu; Gây thách thức vừa phải, không quá dễ hoặc quá khó; Có thể phân tích, đánh giá sâu về cách tiếp cận.

Dạng bài toán phù hợp: Có nhiều cách giải (từ đơn giản đến sáng tạo); Cách giải chưa tối ưu, còn hạn chế; Bài toán thực tế với nhiều hướng tiếp cận.

Dự kiến tổ chức: GV xây dựng bảng tiêu chí đánh giá (tính chính xác, ngắn gọn, hiệu quả, tổng quát, sáng tạo); GV chuẩn bị câu hỏi gợi mở như: “Cách giải của em còn hạn chế gì?”; “Có cách nào ngắn gọn hoặc hiệu quả hơn không?”; “Nếu thay đổi giả thiết, cách giải còn dùng được không?”

Ví dụ bài toán lựa chọn: Giải phương trình có chứa căn thức, yêu cầu tìm nghiệm và điều kiện xác định.

Dự kiến các cách tiếp cận học sinh có thể đưa ra: Giải đại số thông thường; Dùng tính chất hàm số (đồng biến, nghịch biến); Vẽ đồ thị; Xét điều kiện xác định chi tiết trước khi giải.

Bước 1: GV đưa ra tình huống/bài toán và yêu cầu HS đưa ra cách giải quyết

GV đưa ra tình huống: “Cho PT logarit $\log_a(f(x)) = b$ với $a > 0, a \neq 1$, và $b \in \mathbb{R}$.

Làm thế nào để tìm nghiệm của PT này và ĐKXĐ của PT là gì? Các em có thể thảo luận theo nhóm bàn và đưa ra các phương án giải quyết bài toán mà các em nghĩ là hợp lý.”

- HS thảo luận: Các em có thể bắt đầu suy nghĩ về các đặc điểm của PT logarit, đặc biệt là ĐKXĐ $f(x) > 0$ và $a > 0, a \neq 1$.

- Một số phương án giải quyết có thể là:

(1) Dùng định nghĩa logarit: PT $\log_a(f(x)) = b$ tương đương với $f(x) = a^b$, từ đó tìm nghiệm của PT.

(2) Dùng ĐKXĐ: Xét ĐK $f(x) > 0$ và tìm miền giá trị của X thỏa mãn ĐK này trước khi giải PT.

Bước 2: Đánh giá lại toàn bộ QT GQVĐ

GV: Đánh giá cách giải bài toán PT logarit $\log_a(f(x)) = b$

“Các bạn đã đưa ra một phương án giải rất hợp lý bằng cách sử dụng các tính chất của hàm logarit và chuyển PT về dạng $f(x) = a^b$. Bây giờ, hãy đánh giá lại QT giải quyết bài toán của mình bằng cách trả lời các câu hỏi sau:

- Về giả thiết ban đầu: Các em đã hiểu rõ giả thiết của bài toán chưa? Tục tể ĐKXD của PT logarit là $f(x) > 0$ và $a > 0, a \neq 1$. Các nhóm đã kiểm tra ĐK này trước khi giải bài toán chưa? Nếu thiếu bước xét ĐK, các em có thể giải sai hoặc đưa ra nghiệm không thỏa mãn bài toán.

* HS trả lời:

Một số nhóm có thể quên xét ĐKXD $f(x) > 0$.

Một số nhóm chưa nêu rõ vai trò của $a > 0, a \neq 1$ trong việc sử dụng tính chất đồng biến/nghịch biến của hàm logarit.

* GV nhận xét:

“ĐKXD là bước rất quan trọng khi giải PT logarit. Nếu bỏ qua, bài giải có thể dẫn đến kết quả sai. Các em cần chú ý kiểm tra kỹ ĐK này ở các bước sau.”

- Các bước giải:

* GV hỏi:

Các bước giải của các nhóm đã đúng và logic chưa?

Ví dụ, khi $\log_a(f(x)) = b$, các nhóm đã chuyển về PT tương đương $f(x) = a^b$ như thế nào?

Việc sử dụng tính chất đồng biến/nghịch biến của $\log_a(x)$ với $a > 1$ (đồng biến) hoặc $0 < a < 1$ (nghịch biến) đã được giải thích rõ ràng chưa?

* HS trả lời:

Một số nhóm có thể giải thích chưa rõ ràng tại sao $\log_a(f(x)) = b$ dẫn đến $f(x) = a^b$, đặc biệt với các trường hợp $a > 1$ hoặc $0 < a < 1$.

Một số nhóm chưa sử dụng tính chất đồng biến/nghịch biến mà chỉ viết kết quả cuối cùng.

* GV nhận xét:

“Việc giải thích rõ ràng các bước là rất cần thiết. Đặc biệt, tính chất đồng biến/nghịch biến giúp các em hiểu bản chất của PT logarit và đảm bảo lời giải chính xác.”

- So sánh kết quả có hợp lý không?

* GV hỏi:

Các nhóm đã kiểm tra kết quả nghiệm có thỏa mãn ĐKXD $f(x) > 0$ hay chưa?

Nghiệm tìm được có đúng logic của bài toán không?

* HS trả lời:

Một số nhóm có thể chưa kiểm tra nghiệm với ĐKXD.

Một số nhóm có thể nhầm lẫn nghiệm ngoài miền xác định hoặc không loại nghiệm không phù hợp.

* GV nhận xét:

“Bất kỳ nghiệm nào không thỏa mãn ĐKXD đều phải bị loại. Việc kiểm tra lại nghiệm là bước cuối cùng nhưng rất quan trọng để đảm bảo tính chính xác.”

- PP áp dụng có phù hợp không? Việc sử dụng tính chất đồng biến/ng nghịch biến hoặc chuyển đổi PT logarit về dạng mũ có đơn giản và dễ hiểu không? Có thể có PP nào khác giải quyết bài toán này không?

Có nhóm nào đã thử dùng đồ thị để minh họa bài toán hoặc giải thích không?

* HS thảo luận:

Một số nhóm có thể cho rằng PP chuyển về dạng mũ $f(x) = a^b$ là dễ hiểu nhất.

Một số nhóm có thể đề xuất thêm việc sử dụng đồ thị $y = \log_a(f(x))$ và $y = b$ để minh họa nghiệm bằng giao điểm.

* GV nhận xét:

“PP dùng tính chất đồng biến/ng nghịch biến là cách giải hiệu quả, nhưng việc kết hợp với đồ thị giúp bài toán trở nên trực quan hơn, đặc biệt với các bạn còn yếu về TD đại số.”

- Tổng kết đánh giá

“Qua các câu hỏi trên, chúng ta đã phân tích toàn bộ QT giải bài toán. Những điểm mạnh là các nhóm đã biết cách sử dụng tính chất của logarit để giải bài toán. Tuy nhiên, một số điểm cần khắc phục là:

Chưa xét kỹ ĐKXD của bài toán.

Cách lập luận đôi khi chưa rõ ràng hoặc thiếu kiểm tra nghiệm cuối cùng.

Chưa kết hợp các PP minh họa trực quan như đồ thị để hỗ trợ giải thích.”

GV chốt: “Ở bước tiếp theo, chúng ta sẽ cùng nhau tìm ra những hạn chế trong cách giải cũ và thảo luận các PP khác để cải thiện cách giải bài toán logarit.”

Bước 3: Hướng dẫn HS tìm ra những hạn chế trong cách giải cũ và đề xuất PP giải quyết khác.

- GV: Hướng dẫn HS phân tích hạn chế trong cách giải cũ

Sau khi các em đã giải bài toán và đưa ra PP sử dụng định lý PT logarit hoặc tính chất đồng biến/ngịch biến của logarit, chúng ta hãy cùng nhau phân tích một số vấn đề có thể gặp phải trong cách giải này:

+ Giả thiết chưa rõ ràng?

* GV gợi ý:

Các giả thiết của bài toán đã được xác định rõ chưa? Chẳng hạn, bài toán yêu cầu giải PT $\log_a (f(x)) = b$. ĐKXĐ của PT là gì?

$f(x) > 0$ (vì logarit chỉ xác định với số dương).

$a > 0$ và $a \neq 1$ (vì cơ số của logarit phải dương và khác 1).

Nếu không làm rõ các ĐK này trước khi giải, kết quả có thể sai hoặc không thỏa mãn.

* HS thảo luận:

Các nhóm có thể kiểm tra xem trong cách giải của mình, các ĐKXĐ đã được xét đầy đủ và rõ ràng chưa. Nếu bỏ sót, hãy bổ sung.

+ Lập luận không chặt chẽ?

* GV gợi ý:

Trong QT giải, việc sử dụng tính chất đồng biến hoặc nghịch biến của logarit đã được giải thích rõ ràng chưa?

Ví dụ: Khi $a > 0$, logarit là hàm đồng biến, và khi $0 < a < 1$, logarit là hàm nghịch biến. Các em đã giải thích tại sao điều này dẫn đến việc so sánh $f(x)$ với a^b để tìm nghiệm chưa?

* HS thảo luận:

Một số nhóm có thể chưa giải thích kỹ tại sao cách lập luận của mình là đúng. Hãy bổ sung giải thích rõ ràng hơn về tính chất của logarit và ĐK để áp dụng.

+ PP giải đã tối ưu chưa?

* GV gợi ý:

PP giải hiện tại có đơn giản và dễ hiểu không?

Chúng ta có thể áp dụng các PP khác để minh họa rõ ràng hơn về bản chất của bài toán không?

+ GV thảo luận với HS về các PP khác

(3) Một cách tiếp cận khác có thể là sử dụng đồ thị hàm logarit

* GV: “Một cách tiếp cận khác là sử dụng đồ thị hàm số logarit $y = \log_2 (f(x))$ và đường thẳng $y = b$. Hãy phân tích:

Khi nào đồ thị hàm logarit giao với đường thẳng $y = b$?

Khi đó, nghiệm của PT $\log_a (f(x)) = b$ sẽ là hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị.”

* HS thảo luận:

Về đồ thị của $y = \log_a (f(x))$ và $y = b$, chú ý đến hình dạng đồ thị và vị trí giao điểm (nếu có).

Nhận xét: Khi $f(x) > 0$, nghiệm là các giá trị x sao cho $f(x) = a^b$.

(4) Sử dụng PP BPT tương đương

* GV: “Một cách khác là chuyển PP logarit về dạng $f(x) = a^b$. Sau đó:

Giải BPT $f(x) > 0$ (ĐKXĐ).

Giải PP $f(x) = a^b$. Điều này giúp chúng ta tìm nghiệm dễ dàng hơn khi $f(x)$ là một hàm số quen thuộc như bậc nhất, bậc hai.”

(5) PP Kết hợp tính chất đồng biến/nghịch biến và đồ thị

* GV: “Kết hợp cả hai cách trên, chúng ta có thể sử dụng đồng biến/nghịch biến của logarit để xác định khoảng nghiệm nhanh hơn và đồ thị để minh họa trực quan.”

GV đánh giá các PP

“Những PP bổ sung này có thể giúp chúng ta giải bài toán nhanh hơn hoặc hình dung rõ hơn về bản chất của PT logarit. Các em nghĩ PP nào dễ hiểu và hiệu quả nhất?”

HS thảo luận và chọn ra PP tối ưu:

Một số nhóm có thể ưu tiên cách giải hình học (đồ thị) để minh họa trực quan.

Nhóm khác có thể thấy PP đại số (BPT và đồng biến/nghịch biến) dễ áp dụng hơn.

GV kết luận: “Chúng ta đã tìm ra những cách giải mới, làm rõ ĐKXĐ và minh họa bài toán bằng nhiều cách khác nhau. Những PP này không chỉ giúp chúng ta giải đúng mà còn hiểu sâu hơn về bản chất của PT logarit.”

Bước 4: Tổng hợp các ý kiến và rút ra bài học kinh nghiệm

- GV tổng kết và nhận xét: “Như vậy, chúng ta đã thảo luận về nhiều cách giải khác nhau cho bài toán liên quan đến PT logarit và rút ra một số nhận xét quan trọng sau đây:”

+ Nhận xét về các phương pháp giải

Sử dụng định nghĩa logarit: Đây là PP cơ bản và chính xác khi giải PT logarit. Tuy nhiên, nếu không giải thích kỹ các ĐKXĐ ($f(x) > 0, a > 0, a \neq 1$), HS có thể dễ gặp nhầm lẫn.

Về đồ thị hàm số logarit: PP này giúp HS hình dung trực quan về bài toán, đặc biệt là mối liên hệ giữa $\log_2(f(x))$ và đường thẳng $y = b$. HS dễ dàng thấy nghiệm là điểm giao của hai đồ thị, từ đó hiểu rõ hơn về điều kiện xác định của hàm logarit.

Sử dụng tính chất đồng biến hoặc nghịch biến của hàm số logarit: Đây là cách giải nhanh chóng và logic, giúp HS hiểu rõ tính chất của logarit trong việc giải quyết bài toán.

- Bài học kinh nghiệm:

+ Khi giải quyết các bài toán liên quan đến PT Logarit cần hiểu rõ ĐKXD: Việc hiểu kỹ và xác định rõ các giả thiết ban đầu ($f(x) > 0, a > 0, a \neq 1$) là rất quan trọng. Nếu không, nghiệm tìm được có thể không chính xác hoặc không thỏa mãn bài toán.

+ Kết hợp lý thuyết với trực quan: Việc sử dụng các PP trực quan như vẽ đồ thị sẽ giúp HS không chỉ giải được bài toán mà còn hiểu sâu hơn về bản chất của hàm logarit.

+ Kiểm tra và giải thích rõ ràng: Sau khi giải xong bài toán, HS nên kiểm tra lại kết quả để đảm bảo đáp án thỏa mãn các ĐK đã cho. Mỗi bước trong QT giải nên được giải thích cặn kẽ để tránh những hiểu lầm hoặc nhầm lẫn.

- Kết luận:

“Qua QT thảo luận và phân tích, các em không chỉ hiểu về cách giải PT logarit mà còn biết cách đánh giá và cải tiến PP giải. Các em cũng học được cách áp dụng các PP trực quan như vẽ đồ thị để minh họa và giải quyết bài toán hiệu quả hơn.”

HS đạt được: Hiểu sâu hơn về định nghĩa logarit và các ĐKXD liên quan; Biết cách sử dụng tính chất đồng biến/nghịch biến của logarit và vẽ đồ thị để giải thích bài toán; Rèn luyện TD logic và cách phân tích, đánh giá PP giải.

GV động viên: “Hy vọng qua bài học này, các em sẽ tự tin hơn khi gặp các bài toán liên quan đến logarit. Hãy luôn kiểm tra kỹ các giả thiết và tìm cách giải thích kết quả một cách rõ ràng nhất nhé!”

Nhận thấy với cách thức tổ chức DH như vậy, GV đã rèn luyện cho HS đánh giá lại cách giải quen thuộc, phát hiện những hạn chế và khó khăn, so sánh các PP khác nhau để tìm ra PP phù hợp nhất, tìm ra các cách giải mới ngoài công thức truyền thống, áp dụng đồ thị, biến đổi phương trình hoặc xét tính chất của hàm số để có cách tiếp cận khác biệt.

Biện pháp này, HS được phát triển TDPB và TDST thông qua việc đánh giá lại quá trình giải toán và tìm ra PP mới để GQVD.

PHỤ LỤC 22

Ví dụ 2.10: Sau khi dạy cho HS cách giải PT bậc hai có ẩn ở mẫu, GV có thể tiến hành tổ chức hoạt động củng cố, vận dụng như sau:

Bước 0: Chuẩn bị tình huống/bài toán

- GV chọn bài toán có tính thách thức vừa phải, kích thích HS suy nghĩ theo nhiều hướng.

- Lưu ý khi chọn bài toán: Có thể giải bằng nhiều phương pháp khác nhau; Có tính linh hoạt, kích thích tư duy phân tích và sáng tạo.

→ Trong ví dụ này, GV chọn bài toán: $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$

- Đây là một phương trình chứa phân thức, HS có thể chọn các phương pháp khác nhau để giải như: Quy đồng mẫu; Đặt ẩn phụ; Biến đổi đại số trực tiếp

- Bài toán đủ thử thách nhưng vẫn phù hợp năng lực HS.

Bước 1: GV đưa ra bài toán và yêu cầu học sinh tìm nhiều cách giải khác nhau

GV đưa bài toán lên bảng hoặc slide, đặt vấn đề:

GV đưa ra tình huống: “Giải PT $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$. Yêu cầu HS suy nghĩ và trao

đổi, đưa ra ý tưởng về PP giải PT theo hình thức nhóm (từng bàn). Sau đó GV gọi đại diện một HS lên bảng giải PT.

Bước 2: Tổ chức cho HS hoạt động nhóm/cá nhân đề xuất các phương án giải quyết.

GV chia lớp làm 03 nhóm và giao nhiệm vụ đề xuất phương án giải và trình bày lời giải. Các nhóm thảo luận trong vòng 10-15 phút, sau đó treo sản phẩm lên bảng nhận xét, đánh giá, bổ sung.

Bước 3: Tạo cơ hội cho HS trình bày ý tưởng của mình trước lớp và nhận xét lẫn nhau, phân tích ưu điểm và hạn chế của từng phương án.

*** Lời giải của nhóm 1:**

Quy đồng mẫu và giải phương trình

+ Quy đồng mẫu thức chung $(x^2)(x+2)^2 + 4x^2 = 5(x+2)^2$

Khai triển các biểu thức $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

Khai triển về trái: $x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^4 + 4x^3 + 8x^2$

Khai triển về phải: $5(x^2 + 4x + 4) = 5x^2 + 20x + 20$

+ Chuyển về và rút gọn $x^4 + 4x^3 + 8x^2 - (5x^2 + 20x + 20) = 0$

$$x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 5x^2 - 20x - 20 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 20x - 20 = 0$$

+ Giải phương trình bậc 4 này

Thử phân tích nhân tử hoặc sử dụng phương pháp thử nghiệm nghiệm.

$$\text{Thử } x = 2: 2^4 + 4(2)^3 + 3(2)^2 - 20(2) - 20 \Rightarrow 16 + 32 + 12 - 40 - 20 = 0$$

$x = 2$ là nghiệm!

Chia đa thức cho $x - 2$:

$$\text{Dùng chia đa thức: } (x - 2)(x^3 + 6x^2 + 15x + 10) = 0$$

Giải phương trình bậc 3

$$\text{Giải phương trình } x^3 + 6x^2 + 15x + 10 = 0$$

$$\text{Thử } x = -1: (-1)^3 + 6(-1)^2 + 15(-1) + 10 = -1 + 6 - 15 + 10 = 0$$

$x = -1$ là nghiệm!

$$\text{Chia đa thức cho } x + 1: (x + 1)(x^2 + 5x + 10) = 0$$

$$\text{Giải phương trình } x^2 + 5x + 10 = 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4(1)(10) = 25 - 40 = -15 < 0$$

Vậy phương trình vô nghiệm thực.

Kết luận nghiệm thực là: $x = 2$ hoặc $x = -1$

Chú ý điều kiện: $x \neq -2$ vì mẫu có $(x + 2)^2$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 2$ hoặc $x = -1$

* Lời giải của nhóm 2:

- Đặt ẩn phụ và giải phương trình

$$+ \text{Đặt } t = \frac{x}{x+2}$$

$$\text{Suy ra: } x = \frac{2t}{1-t} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = t \Rightarrow x = \frac{2t}{1-t}$$

$$+ \text{Thay vào phương trình gốc } x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$$

$$+ x^2 = \left(\frac{2t}{1-t} \right)^2 = \frac{4t^2}{(1-t)^2}$$

$$+ \frac{4x^2}{(x+2)^2} \text{ ta biết } t = \frac{x}{x+2} \Rightarrow x+2 = \frac{x}{t} \Rightarrow (x+2)^2 = \frac{x^2}{t^2} \text{ do đó}$$

$$\frac{4x^2}{(x+2)^2} = 4x^2 \cdot \frac{t^2}{x^2} = 4t^2$$

$$\text{Thay vào: Ta được PT mới } \frac{4t^2}{(1-t)^2} + 4t^2 = 5$$

$$\text{Nhân hai vế với } (1-t)^2: 4t^2 + 4t^2(1-t)^2 = 5(1-t)^2$$

$$\text{Khai triển: } 4t^2 + 4t^2(1-2t+t^2) = 5(1-2t+t^2)$$

$$4t^2 + 4t^2 - 8t^3 + 4t^4 = 5 - 10t + 5t^2 \Rightarrow 8t^2 - 8t^3 + 4t^4 = 5 - 10t + 5t^2$$

+ Giải phương trình bậc 4 theo t

$$\text{Thử } t=1 \Rightarrow 4(1)^4 - 8(1)^3 + 3(1)^2 + 10(1) - 5 = 4 - 8 + 3 + 10 - 5 = 4 \text{ (Không thỏa.)}$$

$$\text{Thử } t=-1 \Rightarrow 4(-1)^4 - 8(-1)^3 + 3(-1)^2 + 10(-1) - 5 = 4 + 8 + 3 - 10 - 5 = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Từ } t=-1 \Rightarrow \frac{x}{x+2} = -1 \Rightarrow x = -(x+2) \Rightarrow x = -x-2 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

$$\text{Thử } t=2 \Rightarrow 4(2)^4 - 8(2)^3 + 3(2)^2 + 10(2) - 5 = 64 - 64 + 12 + 20 - 5 = 27 \text{ (Không thỏa.)}$$

$$\text{Thử } t = \frac{2}{3} \Rightarrow 4\left(\frac{2}{3}\right)^4 - 8\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 10\left(\frac{2}{3}\right) - 5 = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Từ } t = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 2$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 2$ hoặc $x = -1$

* Lời giải của nhóm 3:

- Đặt điều kiện và dùng phương pháp đánh giá (phân tích biểu thức)

+ Đặt $y = x + 2$

Suy ra: $x = y - 2$

+ Biểu diễn phương trình theo y

$$\text{Ta có: } x^2 = (y-2)^2 = y^2 - 4y + 4$$

$$\text{Và: } \frac{4x^2}{(x+2)^2} = \frac{4(y-2)^2}{y^2} = \frac{4(y^2 - 4y + 4)}{y^2}$$

$$\text{Phương trình trở thành: } (y^2 - 4y + 4) + \frac{4(y^2 - 4y + 4)}{y^2} = 5$$

+ Đặt $A = y^2 - 4y + 4 = (y - 2)^2$

Khi đó: $A + \frac{4A}{y^2} = 5$

Nhưng $y^2 = (y - 2)^2 + 4y - 4 = A + 4y - 4$

Thế vào: $A + \frac{4A}{A + 4y - 4} = 5$

Bây giờ ta cần tìm y sao cho phương trình đúng. Để đơn giản, ta thử các giá trị khả thi cho y

+ Thử các giá trị y

Nếu $y = 4 \Rightarrow x = 2$: Kiểm tra: $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 4 + \frac{4 \cdot 4}{16} = 4 + 1 = 5$ đúng!

Nếu $y = 1 \Rightarrow x = -1$: Kiểm tra: $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 1 + \frac{1 \cdot 4}{1} = 1 + 4 = 5$ đúng!

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 2$ hoặc $x = -1$

Bước 4. Kết luận, chốt lại kiến thức và mở rộng bài toán (nếu có)

Kết luận bài học:

- Chốt lại nghiệm bài toán (ví dụ nghiệm là $x = 2$ và nghiệm khác nếu có sau khi giải xong).
- Đúc kết các phương pháp giải:
 - + Khi có phân thức phức tạp $\rightarrow$ quy đồng, khử mẫu.
 - + Có thể đặt ẩn phụ để đơn giản biểu thức.

Mở rộng thêm:

- “Nếu thay $4x^2$ bằng kx^2 , phương trình sẽ có nghiệm nào?”
 - “Nếu đổi dấu hoặc thêm bớt số hạng khác, bài toán sẽ thay đổi thế nào?”
- $\rightarrow$ Khuyến khích HS suy nghĩ và phát triển bài toán mới, giúp tăng khả năng sáng tạo.

Thông qua hoạt động dạy học trên, HS được rèn luyện tư duy đa chiều, phân tích bài toán theo nhiều hướng. HS biết đánh giá, lựa chọn phương án tối ưu, tăng khả năng sáng tạo và tư duy logic. GV đóng vai trò hướng dẫn, điều phối để HS tự phát hiện và chiếm lĩnh kiến thức.

Ví dụ 2.11: Sau khi dạy cho HS cách giải PT logarit có dạng $\log_a M - \log_a N = 0$, GV có thể tiến hành tổ chức hoạt động củng cố, vận dụng như sau:

Bước 0: Chuẩn bị tình huống/bài toán

- Giáo viên chuẩn bị bài toán: $\log_3(4-3x-x^2) - \log_3(1-x) = 0$

Mục tiêu lựa chọn bài toán: Là một phương trình logarithm có thể giải quyết theo nhiều cách tiếp cận khác nhau; Có tính thách thức nhưng không quá khó, phù hợp để học sinh rèn luyện kỹ năng và phát triển tư duy sáng tạo.

Bước 1: Giáo viên đưa ra bài toán có thể giải bằng nhiều cách

- Giáo viên trình bày bài toán lên bảng “ $\log_3(4-3x-x^2) - \log_3(1-x) = 0$ ”. Yêu cầu HS suy nghĩ và trao đổi, đưa ra ý tưởng về PP giải PT theo hình thức nhóm (từng bàn). Sau đó GV gọi đại diện một HS lên bảng giải PT.

Bước 2: Tổ chức cho học sinh hoạt động nhóm/cá nhân đề xuất phương án giải quyết

GV chia lớp làm 03 nhóm và giao nhiệm vụ đề xuất phương án giải và trình bày lời giải. Các nhóm thảo luận trong vòng 10-15 phút, sau đó treo sản phẩm lên bảng nhận xét, đánh giá, bổ sung.

Bước 3: Tạo cơ hội cho HS trình bày ý tưởng của mình trước lớp và nhận xét lẫn nhau, phân tích ưu điểm và hạn chế của từng phương án.

Kết quả thu được:

Lời giải của nhóm 1:

+ Áp dụng công thức $\log_a M - \log_a N = \log_a \left(\frac{M}{N} \right)$

Phương trình trở thành: $\log_3 \left(\frac{4-3x-x^2}{1-x} \right) = 0$

Đưa về cơ số $\log_3 A = 0 \Rightarrow A = 1$ Vậy ta có: $\frac{4-3x-x^2}{1-x} = 1$

Giải phương trình

Nhân chéo: $4-3x-x^2 = 1-x$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = -x + 1 \Rightarrow -x^2 - 3x + 4 + x - 1 = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 3 = 0$$

Nhân cả hai vế với -1: $x^2 + 2x - 3 = 0$

Giải phương trình bậc 2: $(x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -3$ hoặc $x = 1$

Kiểm tra điều kiện xác định

Điều kiện của logarit: $4-3x-x^2 > 0$ và $1-x > 0$

Xét điều kiện thứ nhất:

$$-x^2 - 3x + 4 > 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow (x+4)(x-1) = 0 \Rightarrow -4 < x < 1$$

Xét điều kiện thứ hai: $1 - x > 0 \Rightarrow x < 1$

Điều kiện xác định là: $-4 < x < 1$

Nghiệm $x = -3$ thỏa mãn, nhưng $x = 1$ không thỏa mãn (vì 1 không thuộc khoảng nghiệm và làm mẫu bằng 0).

Vậy nghiệm của PT là: $x = -3$

Lời giải của nhóm 2:

- Đặt ẩn phụ

Điều kiện xác định:

Điều kiện của logarit: $4 - 3x - x^2 > 0$ và $1 - x > 0$

Xét điều kiện thứ nhất:

$$-x^2 - 3x + 4 > 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow (x+4)(x-1) = 0 \Rightarrow -4 < x < 1$$

Xét điều kiện thứ hai: $1 - x > 0 \Rightarrow x < 1$

Điều kiện xác định là: $-4 < x < 1$

$$\text{Đặt: } t = \log_3(1-x) \Rightarrow \begin{cases} 1-x = 3^t \\ x = 1-3^t \end{cases}$$

Biểu diễn biểu thức còn lại $\log_3(4 - 3x - x^2) = \log_3(4 - 3(1-3^t) - (1-3^t)^2)$

$$\begin{aligned} \text{Rút gọn: } &= \log_3(4 - 3 + 3 \cdot 3^t - (1 - 2 \cdot 3^t + 3^{2t})) = \log_3(1 + 3 \cdot 3^t - 1 + 2 \cdot 3^t - 3^{2t}) \\ &= \log_3(3 \cdot 3^t + 2 \cdot 3^t - 3^{2t}) = \log_3(5 \cdot 3^t - 3^{2t}) \end{aligned}$$

PT ban đầu trở thành $\log_3(5 \cdot 3^t - 3^{2t}) - t = 0 \Rightarrow \log_3(5 \cdot 3^t - 3^{2t}) = t$

$$\Rightarrow \log_3(5 \cdot 3^t - 3^{2t}) = t \Rightarrow 5 \cdot 3^t - 3^{2t} = 3^t$$

Giải PT:

$$\begin{aligned} \text{Chuyển vế: } 5 \cdot 3^t - 3^{2t} &= 3^t \Rightarrow 5 \cdot 3^t - 3^{2t} - 3^t = 0 \Rightarrow (5-1) \cdot 3^t - 3^{2t} = 0 \\ &\Rightarrow 4 \cdot 3^t - 3^{2t} = 0 \end{aligned}$$

Đưa về dạng quen thuộc: $4 \cdot 3^t = 3^{2t}$

Chia cả hai vế cho 3^t : $\Rightarrow 4 = 3^t$

Giải t : $t = \log_3 4$

Tìm x theo t : $x = 1 - 3^t$

Thay $t = \log_3 4$: $x = 1 - 3^{\log_3 4} = 1 - 4 = -3$ (thỏa mãn)

Vậy nghiệm của PT là: $x = -3$

Lời giải nhóm 3:

- Đặt điều kiện xác định rồi giải trực tiếp biểu thức

Xác định điều kiện xác định của phương trình

Biểu thức logarit xác định khi: $4 - 3x - x^2 > 0$ và $1 - x > 0$

Xét điều kiện thứ nhất:

$$-x^2 - 3x + 4 > 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow (x + 4)(x - 1) = 0 \Rightarrow -4 < x < 1$$

Xét điều kiện thứ hai: $1 - x > 0 \Rightarrow x < 1$

Vậy tập xác định là: $-4 < x < 1$

Giải phương trình:

Chuyển vế và đưa về phương trình: $\log_3(4 - 3x - x^2) = \log_3(1 - x)$

Vì logarit cơ số 3 là hàm đồng biến nên: $4 - 3x - x^2 = 1 - x$

Chuyển vế: $-x^2 - 3x + 4 = 1 - x \Rightarrow -x^2 - 3x + 4 - 1 + x = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 3 = 0$

Nhân hai vế với -1: $x^2 + 2x - 3 = 0$

Giải phương trình bậc hai: $(x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -3$ hoặc $x = 1$

Kiểm tra điều kiện: $x = -3$ (thỏa mãn)

$x = 1$ loại vì làm $1 - x = 0$ (log của 0 không xác định).

Vậy nghiệm của PT là: $x = -3$

? GV: Yêu cầu các nhóm nhận xét, bổ sung (nếu có) lời giải của các nhóm bạn.

Sau đó GV nhận xét, đánh giá và chốt lại kiến thức.

Bước 4. Kết luận, chốt lại kiến thức và mở rộng bài toán (nếu có)

- GV chốt kiến thức:

+ Nhấn mạnh các kỹ thuật giải phương trình log

⊕ Đưa về dạng log của thương.

⊕ Kiểm tra điều kiện xác định.

⊕ Giải phương trình bậc hai.

- Mở rộng bài toán:

+ GV: đề xuất các bài toán khác tương tự nhưng có điều kiện phức tạp hơn:

$$\log_a (f(x)) - \log_a (f(x)) = h$$

+ Yêu cầu HS tự đặt thêm bài toán ngược lại: cho phương trình, tìm điều kiện của tham số a để phương trình có nghiệm.

Thông qua hoạt động dạy học trên, giúp HS rèn luyện và phát triển TDST, thông qua việc: Nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều khía cạnh, thử nghiệm và so sánh các phương pháp, thảo luận, phản biện và cải tiến cách giải.

Biện pháp này không chỉ giúp HS nắm vững kiến thức toán học mà còn rèn luyện các kỹ năng TD quan trọng như sáng tạo, phản biện, linh hoạt và GQVĐ - những kỹ năng cần thiết trong học tập và cuộc sống.

PHỤ LỤC 23

Ví dụ 2.14. Khi dạy định lý về dấu của tam thức bậc hai (SGK 10-Bài 13-Chương 5) với mục tiêu giúp HS nắm được định lý, biết chứng minh định lý, biết vận dụng định lý để xét dấu tam thức bậc hai. *Định hướng phát triển TDPB) và TDST:* Biết kiểm tra, lý giải mối liên hệ giữa nghiệm và dấu của tam thức qua quan sát đồ thị; có khả năng đặt câu hỏi, phản biện và đề xuất cách biểu diễn khác. GV có thể tổ chức thực hiện như sau:

Hoạt động 1: Khởi động

GV: Các em hãy đọc và suy nghĩ trả lời các câu hỏi trong Phiếu học tập số 1. (Yêu cầu mỗi nhóm bàn trong lớp làm một bài ý).

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1	
Bài toán: Cho hàm số bậc hai: $f(x) = x^2 - 4x - 5$ CH1: Vẽ đồ thị của hàm số $f(x)$. CH2: Từ đồ thị, hãy xác định các khoảng mà tại đó: + $f(x) > 0$ + $f(x) = 0$ + $f(x) < 0$ CH3: So sánh dấu của $f(x)$ với vị trí của đồ thị so với trục hoành. Từ đó, nêu nhận xét về cách xét dấu của tam thức bậc hai.	

Tổ chức hoạt động

STT	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu1	- Giao nhiệm vụ cho các nhóm - Hướng dẫn nhắc lại cách vẽ parabol: xác định đỉnh, trục đối xứng, điểm cắt trục	- Vẽ đồ thị hàm số dạng parabol mở lên - Xác định đúng các điểm quan trọng để phác họa
Câu2	- Gợi ý: “$f(x) > 0$” nghĩa là đồ thị nằm phía trên trục hoành - Hướng dẫn HS đọc giá trị hàm số theo trục tung	- Quan sát và phân tích đồ thị - Xác định khoảng dấu của $f(x)$ theo hoành độ của điểm cắt trục hoành

Câu 3	- Gọi mở: “Khi nào $f(x)$ âm? Dựa vào đâu từ đồ thị?” - Yêu cầu HS tự nêu nhận xét quy luật về dấu	- Nêu kết luận: $f(x)$ cùng dấu với phía đồ thị nằm so với trục hoành - Tự rút ra quy tắc xét dấu từ đồ thị
--------------	---	--

HS: Suy nghĩ và trả lời các yêu cầu.

CH1: Vẽ đồ thị của hàm số $f(x) = x^2 - 4x - 5$

- Hàm số là một parabol có bề lõm hướng lên trên (vì hệ số của x^2 là dương).

- Tìm tọa độ đỉnh:

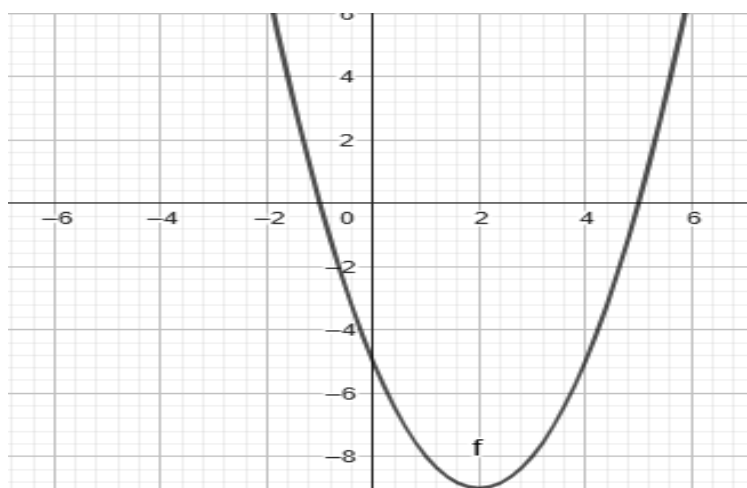
$$x = -b/2a = 4/2 = 2; f(2) = 2^2 - 4 \times 2 - 5 = -9 \Rightarrow \text{Đỉnh } I(2, -9)$$

- Tìm nghiệm:

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = (4 \pm \sqrt{36})/2 \Rightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 5$$

- Giao điểm với trục tung: $f(0) = -5 \Rightarrow (0, -5)$

$\Rightarrow$ Vẽ parabol qua các điểm: $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(2, -9)$, $(5, 0)$



CH2: Từ đồ thị, xác định các khoảng:

+ $f(x) > 0$: khi $x < -1$ hoặc $x > 5$

+ $f(x) = 0$: tại $x = -1$ và $x = 5$

+ $f(x) < 0$: khi $-1 < x < 5$

CH3: So sánh dấu của $f(x)$ với vị trí của đồ thị so với trục hoành

- Tại các điểm mà đồ thị nằm trên trục hoành $\rightarrow f(x) > 0$

- Tại các điểm mà đồ thị cắt trục hoành $\rightarrow f(x) = 0$

- Tại các điểm mà đồ thị nằm dưới trục hoành $\rightarrow f(x) < 0$

$\Rightarrow$ Rút ra cách xét dấu tam thức bậc hai:

Với $f(x) = ax^2 + bx + c$, nếu $a > 0$ và phương trình có hai nghiệm $x_1 < x_2$ thì:

- $f(x) > 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$
- $f(x) = 0$ khi $x = x_1$ hoặc $x = x_2$
- $f(x) < 0$ khi $x_1 < x < x_2$

GV: Mời một nhóm lên trình bày kết quả vẽ đồ thị, xác định các khoảng dấu của hàm số và nhận xét. Các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

GV chốt:

- Đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm hướng lên.
- Nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là $x = -1$ và $x = 5$.
- Suy ra:

- + $f(x) > 0$ khi $x < -1$ hoặc $x > 5$
- + $f(x) < 0$ khi $-1 < x < 5$
- + $f(x) = 0$ khi $x = -1$ hoặc $x = 5$

- Như vậy, có thể **xét dấu của tam thức dựa vào vị trí đồ thị so với trục hoành**.

GV: Tại sao dấu của $f(x)$ lại thay đổi theo vị trí như vậy? Có phải **bất kỳ tam thức bậc hai nào** cũng có cách xét dấu như thế này không? Có những trường hợp nào **không giống** với ví dụ vừa rồi không? **Để tìm ra câu trả lời**, chúng ta sẽ cùng nhau chuyển sang **hoạt động 2 để khảo sát thêm các trường hợp khác và khái quát thành định lý**.

Dụng ý sư phạm: Thông qua việc vẽ và phân tích đồ thị của hàm $f(x) = x^2 - 4x - 5$, học sinh tiếp cận định lý một cách trực quan. Đây là cơ hội để các em: So sánh, đối chiếu các khoảng dấu từ đồ thị TDPB; Tự diễn đạt mối liên hệ giữa dấu – nghiệm – đồ thị TDST.

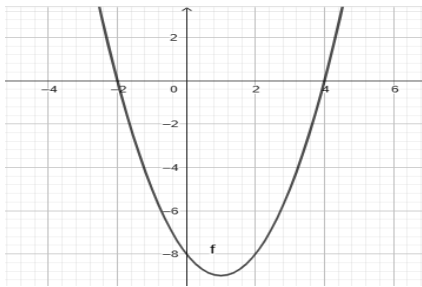
Hoạt động 2: Hình thành định lý

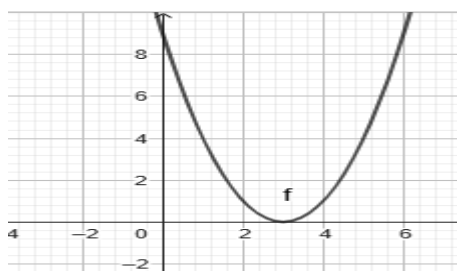
GV: Chia lớp thành 04 nhóm và yêu cầu hoàn thành phiếu học tập số 2:

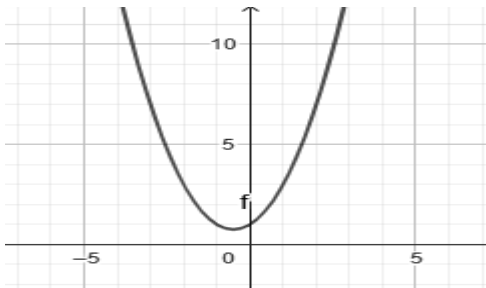
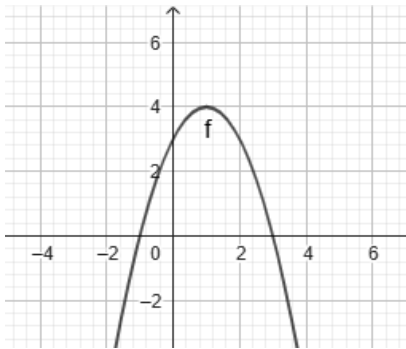
PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2					
STT	Tam thức	Δ	Nghiệm	Dấu của tam thức trên 3 khoảng (nếu có) hoặc toàn trục số	Nhận xét về dấu
1	$f(x) = x^2 - 2x - 8$	$\Delta > 0$	Hai nghiệm		

2	$f(x) = x^2 - 6x + 9$	$\Delta = 0$	Một nghiệm kép		
3	$f(x) = x^2 + x + 1$	$\Delta < 0$	Vô nghiệm		
4	$f(x) = -x^2 + 2x + 1$	$\Delta > 0$	Hai nghiệm		
Yêu cầu: + Tính Δ và xác định số nghiệm. – Dùng đồ thị hoặc phân tích biểu thức để xét dấu. – Ghi nhận xét quy luật dấu theo từng loại Δ và theo hệ số .					

Tổ chức hoạt động

Bước	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
1. Giao nhiệm vụ	- Chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập số 2 - Hướng dẫn HS cách hoàn thành: tính Δ , tìm nghiệm, phân tích dấu bằng đồ thị hoặc đại số	- Nhận phiếu, đọc yêu cầu, phân công công việc trong nhóm
2. Tính Δ và xác định nghiệm	- Nhắc lại công thức Δ và quy tắc xác định nghiệm - Gợi ý nếu HS gặp khó khăn về Δ - Theo dõi, hỗ trợ nhóm yếu	- Tính Δ , xác định số nghiệm, ghi vào bảng Câu 1. Tam thức: $f(x) = x^2 - 2x - 8$ $\Delta : \Delta = 36 > 0$ Nghiệm : Hai nghiệm: -2; 4 - Kiểm tra chéo trong nhóm → Đọc kỹ lời giải (có đúng hay chưa)
3. Phân tích dấu	- Hướng dẫn HS sử dụng đồ thị hoặc bảng xét dấu - Nhấn mạnh quy luật đổi dấu theo nghiệm - Gợi ý khi HS gặp	- Vẽ đồ thị (nếu cần), lập bảng xét dấu theo nghiệm đã tìm được 

Bước	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS																				
	khó với hàm không có nghiệm	Bảng xét dấu của $f(x) = x^2 - 2x - 8$ <table><tr><td>Khoảng xác định x</td><td>$(-\infty; -2)$</td><td>-2</td><td>$(-2; 4)$</td><td>4</td><td>$(4; +\infty)$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> - Hoàn thành cột “Dấu” + $\Delta = 36 > 0$: phương trình có 2 nghiệm phân biệt + Nghiệm: $x_1 = -2$; $x_2 = 4$ + Bảng xét dấu cho thấy: $f(x) > 0$ khi $x < -2$ hoặc $x > 4$. $f(x) = 0$ khi $x = -2$ hoặc $x = 4$. $f(x) < 0$ khi $-2 < x < 4$. Câu 2. Tam thức : $f(x) = x^2 - 6x + 9$ + Tìm Δ : $\Delta = 0$ Nghiệm : Nghiệm kép: 3 + Vẽ đồ thị và lập bảng xét dấu  Bảng xét dấu của $f(x) = x^2 - 6x + 9$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>Dấu của f(x)</td><td>+</td><td>0(nghiệm kép)</td><td>+</td></tr></table> - Hoàn thành cột “Dấu” + $\Delta = 0 \Rightarrow$ phương trình có 1 nghiệm kép $x = 3$ + Biểu thức $f(x) = x^2 - 6x + 9$ luôn không âm (vì có nghiệm kép và $a > 0$) Dấu của biểu thức: $f(x) = 0$ tại $x = 3$ $f(x) > 0$ với $x \neq 3$	Khoảng xác định x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 4)$	4	$(4; +\infty)$	f(x)	+	0	-	0	+	x	$-\infty$	3	$+\infty$	Dấu của f(x)	+	0(nghiệm kép)	+
Khoảng xác định x	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 4)$	4	$(4; +\infty)$																	
f(x)	+	0	-	0	+																	
x	$-\infty$	3	$+\infty$																			
Dấu của f(x)	+	0(nghiệm kép)	+																			

Bước	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS												
		Câu 3. Tam thức : $f(x) = x^2 + x + 1$ + $\Delta : \Delta = -3 < 0$ không có nghiệm + Vẽ đồ thị và lập bảng xét dấu  - Hoàn thành cột “Dấu” Vì $\Delta < 0$, tam thức không có nghiệm thực $a > 0 \Rightarrow$ biểu thức luôn dương Hay $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ Câu 4. Tam thức: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ $\Delta : \Delta = 16 > 0$ Nghiệm : Hai nghiệm: -1 ; 3 + Vẽ đồ thị và lập bảng xét dấu  Bảng xét dấu của $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ <table><tr><td>x</td><td>$(-\infty, -1)$</td><td>-1</td><td>$(-1, 3)$</td><td>3</td><td>$(3, +\infty)$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table> - Hoàn thành cột “Dấu” $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 3$ $f(x) < 0$ khi $x < -1$ hoặc $x > 3$ $f(x) = 0$ tại $x = -1$ và $x = 3$	x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 3)$	3	$(3, +\infty)$	$f(x)$	-	0	+	0	-
x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 3)$	3	$(3, +\infty)$									
$f(x)$	-	0	+	0	-									

Bước	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
4. Ghi nhận xét	- Gợi ý HS rút ra quy luật dấu theo từng loại Δ - Tổng hợp nhận xét từ các nhóm, chuẩn hóa ngôn ngữ toán học	- Rút ra quy luật: $\Delta < 0$ thì không đổi dấu; $\Delta = 0$ thì giữ dấu; $\Delta > 0$ thì đổi dấu khi qua nghiệm - Quy luật xét dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$. - Gọi $\Delta = b^2 - 4ac$ là biệt thức (delta). - TH 1: $\Delta < 0$ - Phương trình vô nghiệm thực. - Tam thức không đổi dấu trên toàn trục số. - Dấu của $f(x)$ phụ thuộc vào dấu của hệ số a: Nếu $a > 0$: $f(x) > 0 \forall x$. Nếu $a < 0$: $f(x) < 0 \forall x$. Kết luận: $\Delta < 0 \Rightarrow$ tam thức không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ - TH 2: $\Delta = 0$ - Phương trình có một nghiệm kép x_0 - Tam thức giữ nguyên dấu, chỉ bằng 0 tại $x = x_0$. - Dấu phụ thuộc vào a: Nếu $a > 0$: $f(x) \geq 0$. Nếu $a < 0$: $f(x) \leq 0$. Kết luận: $\Delta = 0 \Rightarrow$ tam thức giữ dấu, bằng 0 tại nghiệm kép. - TH 3: $\Delta > 0$ - Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2$ - Tam thức đổi dấu khi qua mỗi nghiệm. Nếu $a > 0$: dấu của tam thức là: $f(x) > 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$; $f(x) < 0$ khi $x_1 < x < x_2$. Nếu $a < 0$: dấu ngược lại. Kết luận: $\Delta > 0 \Rightarrow$ tam thức đổi dấu khi qua nghiệm.
5. Chốt kiến thức	- Yêu cầu đại diện nhóm trình bày - Nhận xét, hoàn thiện nội dung định lý về dấu của tam thức bậc hai	- Trình bày, bổ sung, phản biện ý kiến nhóm khác - Phản biện ý kiến nhóm khác (nếu có sai sót hoặc cần điều chỉnh) - Gợi ý ngôn ngữ sư phạm nên dùng khi phản biện → “Theo nhóm em thì...” → “Chúng em xin bổ sung thêm...” → “Chúng em nghĩ nhóm bạn có thể đã nhầm ở bước...” → “Có thể nhóm bạn chưa chú ý đến dấu của hệ số a...”

GV chuẩn hóa: Định lý về dấu của tam thức bậc hai:

Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$, khi đó:

* Nếu $\Delta > 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , thì:

+ $f(x)$ cùng dấu với a khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$;

+ $f(x)$ trái dấu với a khi $x_1 < x < x_2$;

+ $f(x) = 0$, tại x_1, x_2 .

* Nếu $\Delta = 0$, có nghiệm kép x_0 , thì:

+ $f(x)$ cùng dấu với a khi $x \neq x_0$

+ $f(x_0) = 0$.

* Nếu $\Delta < 0$, thì:

+ $f(x)$ luôn cùng dấu với a trên $\mathbb{R}$.

* Nếu $a > 0$: parabol hướng lên $\rightarrow f(x)$ dương ngoài khoảng giữa hai nghiệm.

* Nếu $a < 0$: parabol hướng xuống $\rightarrow f(x)$ dương giữa hai nghiệm.

Lưu ý: Định lý về dấu của tam thức bậc hai **chỉ áp dụng đầy đủ khi phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt hoặc nghiệm kép thực.**

✚ Khi $\Delta > 0$, ta có thể phân tích tam thức thành tích hai nhân tử thực $\rightarrow$ dễ dàng xét dấu theo ba khoảng.

✚ Khi $\Delta = 0$, ta phân tích được dưới dạng bình phương.

✚ Khi $\Delta < 0$, không phân tích được thành nhân tử thực, nhưng vẫn xét dấu được bằng cách xét dấu của a .

$\Rightarrow$ Vì vậy, cách xét dấu có thể **khác nhau** tùy theo **số nghiệm thực của phương trình**.

Dụng ý sư phạm: Hoạt động giúp học sinh phân tích nhiều tình huống cụ thể để **rút ra quy luật tổng quát** – biểu hiện của **TDPB**. Khi HS được yêu cầu **phát biểu định lý theo cách của nhóm mình**, các em đang bộc lộ **TDST**. Việc xét đồng thời Δ và hệ số a cũng giúp học sinh phát triển năng lực **phân tích điều kiện – suy luận logic** TDPB.

Hoạt động 3: Chứng minh định lý

GV: GV: Hãy chứng minh định lý trên?

GV: Giao nhiệm vụ nhóm theo bàn bằng cách hoàn thành phiếu học tập 3 sau:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3. Chứng minh định lý về dấu của tam thức bậc hai
Yêu cầu: Dựa vào công thức nghiệm và dạng tích của tam thức bậc hai, hãy tự lập luận để chứng minh định lý về dấu của tam thức bậc hai trong trường hợp có hai nghiệm phân biệt.
GV có thể gợi ý:

1. Xét tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$. Giả sử phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$.

2. Khi đó, ta có thể viết lại $f(x)$ dưới dạng tích:

3. Hãy xét dấu của $f(x)$ trên các khoảng khác nhau dựa vào dấu của các nhân tử:

Khoảng xét	$x < x_1$	$x = x_1$	$x_1 < x < x_2$	$x = x_2$	$x > x_2$
$x - x_1$					
$x - x_2$					
$(x - x_1)(x - x_2)$					
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) > 0$					
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) < 0$					

4. Phân tích từng trường hợp $a > 0$ và $a < 0$, rút ra nhận xét về dấu của $f(x)$ trên mỗi khoảng.

5. Từ đó, hãy tự phát biểu định lý sau khi đã chứng minh được:

- Nếu $a > 0$, thì $f(x) > 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$; $f(x) < 0$ khi $x \in (x_1; x_2)$

- Nếu $a < 0$, thì $f(x) < 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$; $f(x) > 0$ khi $x \in (x_1; x_2)$

Tổ chức hoạt động

Bước	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
1. Nêu nhiệm vụ	- Đặt câu hỏi: “ Hãy chứng minh định lý trên? ” (Câu hỏi phù hợp, cần giữ nguyên hoặc làm rõ hơn là “Hãy chứng minh định lý dấu của tam thức bậc hai với hai nghiệm phân biệt”) - Phát phiếu số 3, nêu rõ yêu cầu	- Lắng nghe, đọc kỹ yêu cầu chứng minh, xác định giả thiết và kết luận cần đạt
2. Hướng dẫn gợi ý	- Nhắc lại dạng tích của tam thức: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ - Hướng dẫn lập bảng xét dấu từng nhân tử và từng trường hợp $a > 0$, $a < 0$	- Viết lại $f(x)$ theo dạng tích - Lập bảng phân tích dấu như hướng dẫn - Thảo luận nhóm về từng khoảng xét
3. Phân tích bảng dấu	- Gợi mở: Dấu của $f(x)$ phụ thuộc vào dấu của tích hai nhân tử và hệ số a - Gợi ý HS suy luận từ bảng xét dấu sang kết luận tổng quát	- Phân tích từng dòng bảng: tìm quy luật dấu - Rút ra quy tắc chung về dấu của $f(x)$ trên từng khoảng

4. Phát biểu định lý	- Yêu cầu đại diện nhóm phát biểu định lý - Nhấn mạnh điều kiện: $a \neq 0$, hai nghiệm phân biệt	- Trình bày định lý hoàn chỉnh (chia làm hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$)
----------------------	---	--

HS: thực hiện các bước:

1. Giả sử tam thức bậc hai: $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$, và PT $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$

2. Dạng tích:

Khi đó, ta có thể viết: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

3. Xét dấu của $f(x)$ trên các khoảng:

Khoảng xét	$x < x_1$	$x = x_1$	$x_1 < x < x_2$	$x = x_2$	$x > x_2$
$x - x_1$	< 0	$= 0$	> 0	> 0	> 0
$x - x_2$	< 0	< 0	< 0	$= 0$	> 0
$(x - x_1)(x - x_2)$	> 0	$= 0$	< 0	$= 0$	> 0
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	cùng dấu với a	0	trái dấu với a	0	cùng dấu với a

4. Nhận xét:

- Nếu $a > 0$:
 + $f(x) > 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$
 + $f(x) < 0$ khi $x_1 < x < x_2$
- Nếu $a < 0$:
 + $f(x) < 0$ khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$
 + $f(x) > 0$ khi $x_1 < x < x_2$

5. Phát biểu định lý:

Nếu phương trình $f(x) = ax^2 + bx + c$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thì:

+ Nếu $a > 0$: $f(x) > 0$ với $x < x_1$ hoặc $x > x_2$ và $f(x) < 0$ khi $x_1 < x < x_2$

+ Nếu $a < 0$: $f(x) < 0$ với $x < x_1$ hoặc $x > x_2$ và $f(x) > 0$ khi $x_1 < x < x_2$

GV: GV treo đại diện bảng của một nhóm, các nhóm khác nhận xét bổ sung, sau đó GV nhận xét, đánh giá và chốt kết quả; đồng thời các nhóm còn lại tự sửa và đánh giá bài của nhóm mình để cùng rút kinh nghiệm.

GV: Vậy ngoài cách chứng minh trên các em còn có cách nào khác không?

GV nêu câu hỏi gợi ý: “Các em đã biết rằng để xét dấu của một tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, chúng ta có thể dựa vào đồ thị của hàm số bậc hai. Tuy nhiên, nếu không sử dụng đồ thị, liệu chúng ta có thể suy luận dấu của biểu thức này bằng phương pháp đại số hay không? Nếu có, thì cách lập luận sẽ như thế nào?”.

HS suy nghĩ và trả lời: Có bằng phương pháp đại số, không dùng đồ thị.

PHIẾU CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI 4	
Câu hỏi gợi ý	Câu trả lời
1. Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Hãy phân tích dấu của tam thức dựa vào định lý Vi-ét.	
2. Khi $a > 0$, hãy xét dấu $f(x)$ với các khoảng $x < x_1$; $x_1 < x < x_2$; $x > x_2$. Tương tự khi $a < 0$.	
3. Rút ra kết luận về dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.	
4. Trường hợp phương trình có nghiệm kép x_0 thì dấu của $f(x)$ như thế nào?	
5. Trường hợp phương trình vô nghiệm thì dấu của $f(x)$ như thế nào?	
6. Hãy đặt ít nhất 1 câu hỏi phản biện liên quan đến cách chứng minh bằng đại số (không dùng đồ thị).	

Tổ chức hoạt động

STT	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu 1	- Nhắc lại định lý Vi-ét - Hướng dẫn HS đặt $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ - Gợi mở cách xác định dấu từng nhân tử	- Vận dụng định lý Vi-ét - Viết lại biểu thức theo dạng tích - Xét dấu từng nhân tử
Câu 2	Yêu cầu HS xét dấu theo từng khoảng	- Lập bảng xét dấu - Phân tích sự thay đổi dấu qua nghiệm - So sánh hai trường hợp a dương/âm

STT	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
	- Gọi ý kiểm tra bằng bảng dấu - Nhấn mạnh sự khác biệt giữa $a > 0$ và $a < 0$	
Câu 3	- Gọi mở HS phát biểu định lý - Tổng hợp ý kiến từ nhiều nhóm	- Trình bày định lý: + $a > 0$: $f(x) > 0$ ngoài 2 nghiệm, < 0 giữa 2 nghiệm + Tương tự với $a < 0$
Câu 4	- Nhắc lại khi $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép - Yêu cầu HS xét dấu của $f(x) = a(x - x_0)^2$	- Lập bảng dấu từ $f(x) = a(x - x_0)^2$ - Nhận xét luôn cùng dấu với a, bằng 0 tại x_0
Câu 5	- Gọi ý HS xét $\Delta < 0$, không có nghiệm - Nhắc lại biểu thức luôn cùng dấu với a	- Suy luận từ đồ thị hoặc tính chất hàm bậc hai không cắt trục hoành - Ghi nhận $f(x)$ luôn cùng dấu với a
Câu 6	- Khuyến khích HS đặt câu hỏi phản biện như: “Tại sao có thể chứng minh bằng đại số mà không cần đồ thị?”, “Nếu $a = 0$ thì điều gì xảy ra?”	- Suy nghĩ và đặt câu hỏi phản biện - Có thể phản biện chéo giữa các nhóm hoặc chỉnh sửa giả thiết

HS thực hiện các bước:

1. Nếu phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì theo định lý Vi-ét:

$$- x_1 + x_2 = -b/a,$$

$$- x_1 \cdot x_2 = c/a.$$

$$\text{Viết } f(x) = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Dấu của $f(x)$ phụ thuộc vào dấu của a và vị trí của x so với x_1, x_2 .

2. Với $a > 0$:

$$- f(x) > 0 \text{ khi } x < x_1 \text{ hoặc } x > x_2,$$

$$- f(x) < 0 \text{ khi } x_1 < x < x_2. \text{ Với } a < 0:$$

$$- f(x) < 0 \text{ khi } x < x_1 \text{ hoặc } x > x_2,$$

$$- f(x) > 0 \text{ khi } x_1 < x < x_2.$$

3. Rút ra kết luận về dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

– Nếu phương trình có hai nghiệm phân biệt: $f(x)$ cùng dấu với a khi $x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$, trái dấu với a khi $x \in (x_1, x_2)$.

– Nếu có nghiệm kép x_0 : $f(x)$ luôn cùng dấu với a và bằng 0 tại $x = x_0$.

– Nếu vô nghiệm: $f(x)$ luôn cùng dấu với a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

4. Khi $\Delta = 0$: $f(x) = a(x - x_0)^2$

→ $f(x) \geq 0$ nếu $a > 0$; $f(x) \leq 0$ nếu $a < 0$; bằng 0 tại $x = x_0$.

5. Khi $\Delta < 0$: không tồn tại x để $f(x) = 0$.

→ $f(x)$ luôn cùng dấu với a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Kết luận: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ phụ thuộc vào hệ số a và số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$. Cụ thể:

- Nếu phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì:

+ $f(x)$ cùng dấu với a khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$,

+ $f(x)$ trái dấu với a khi $x \in (x_1, x_2)$.

- Nếu phương trình có nghiệm kép x_0 thì:

+ $f(x) = a(x - x_0)^2$ luôn cùng dấu với a với mọi x ,

+ $f(x) = 0$ khi $x = x_0$.

- Nếu phương trình vô nghiệm thực thì:

+ $f(x)$ luôn cùng dấu với a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Như vậy, để xét dấu của tam thức bậc hai, ta chỉ cần quan tâm đến dấu của hệ số a và số nghiệm thực của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (tức là giá trị của biệt thức Δ). Điều này giúp ta xét dấu nhanh chóng và chính xác mà không cần vẽ đồ thị.

GV: Cho các nhóm nhận xét, bổ sung, sau đó chốt lại vấn đề. Tuy nhiên để giúp HS hiểu bản chất cũng như cách chứng định lí, trong từng bước GV có thể đặt thêm các câu hỏi như sau:

? Vì sao ta được phép viết tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ dưới dạng tích $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ khi phương trình có hai nghiệm phân biệt?

? Nếu phương trình chỉ có một nghiệm kép (hai nghiệm trùng nhau), ta có thể viết tam thức dưới dạng tích tương tự không? Vì sao?

? Hãy giải thích dấu của các thừa số $(x - x_1)$ và $(x - x_2)$ trên từng khoảng: $x < x_1$, $x_1 < x < x_2$, $x > x_2$.

- ? Nếu hệ số $a = 1$: thì việc chứng minh định lý có trở nên đơn giản hơn không? Tại sao?
- ? Tại sao chúng ta cần khai triển biểu thức $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ và xét dấu trên các khoảng chứ không chỉ dựa vào công thức nghiệm?
- ? Nếu phương trình $f(x) = 0$ không có hai nghiệm phân biệt (ví dụ nghiệm kép hoặc vô nghiệm), thì định lý về dấu của tam thức bậc hai có còn áp dụng đúng như trên không? Vì sao?
- ? Khi hệ số a âm, tại sao dấu của tam thức lại đảo ngược so với trường hợp $a > 1$?
- ? Theo các em, cách chứng minh dựa trên dạng tích của tam thức bậc hai và xét dấu có gần gũi với kiến thức các em đã học không? So sánh với cách chứng minh sử dụng công thức nghiệm
- ? Trong thực tế, việc biết dấu của tam thức bậc hai trên các khoảng có thể giúp chúng ta giải quyết những bài toán nào?
- ? Nếu $a > 0$: và $f(x)$ có giá trị âm ở giữa hai nghiệm, thì đồ thị của $f(x)$ có hình dạng thế nào?
- ? Có cách nào khác ngoài sử dụng nghiệm để xác định dấu của tam thức bậc hai không?
- ? Theo các em hai cách giải trên cách nào gần gũi với kiến thức các em mới học?

Dụng ý sư phạm: HS hiểu rõ bản chất đại số của định lý qua lập luận nhân tử $\rightarrow$ biểu hiện TDPB (lập luận logic), TDPB (kiểm tra điều kiện áp dụng); Việc phản biện các trường hợp $a > 0$, $a < 0$ tạo điều kiện cho học sinh so sánh, đặt giả thiết ngược, tư duy điều kiện – biểu hiện TDPB, TDPB; Khi HS chủ động phân tích, phát biểu và lý giải bằng cách của mình, các em phát triển TDST (diễn đạt sáng tạo), TDST (mở rộng và liên hệ).

Hoạt động 4: Củng cố định lý

GV: giao bài tập và yêu cầu HS suy nghĩ, trả lời câu hỏi ra nháp:

1. Cho tam thức $f(x) = -x^2 + 3x + 10$, a) Tính Δ và xác định nghiệm (nếu có); b) Sử dụng định lý để xác định khoảng mà $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, $f(x) = 0$ mà không cần giải phương trình; c) Đối chiếu với đồ thị nếu cần, và rút ra nhận xét.
2. Hãy phát biểu lại định lý về dấu của tam thức bậc hai bằng ngôn ngữ của bản thân, hoặc vẽ sơ đồ tư duy thể hiện nội dung định lý.

3. Đặt câu hỏi phản biện: “Nếu $f(x)$ không đổi dấu, điều đó nói lên điều gì về Δ và a ?”, “Nếu tam thức luôn âm, thì dấu của hệ số a và điều kiện gì về Δ ?”, “Tam thức $x^2 + bx + c$ có thể đổi dấu nhưng không có nghiệm thực không? Vì sao?”

GV: Gọi đại diện 03 HS lên bảng trình bày và yêu cầu các em ở dưới theo dõi, nhận xét, bổ sung. Cuối cùng GV nhận xét và đánh giá.

Dụng ý sư phạm: HS được kiểm tra hiểu biết thực chất TDPB và làm rõ điều kiện áp dụng định lý TDPB; Việc tự phát biểu định lý bằng lời/vẽ sơ đồ giúp HS diễn đạt theo cách cá nhân TDST, từ đó củng cố hiểu biết sáng tạo; Các câu hỏi phản biện trong phần 3 khuyến khích HS suy nghĩ đa chiều, đặt giả thiết ngược và kiểm tra các trường hợp biên – thể hiện TDPB, TDPB, TDST.

Hoạt động 5: Vận dụng định lý

GV: Định lý về dấu của tam thức không chỉ dùng để xét dấu mà còn có thể vận dụng vào nhiều dạng toán khác như bất phương trình, tìm tham số, biểu diễn điều kiện...

Các em hãy cùng thực hiện các bài toán sau:

BÀI TOÁN 1: Xét dấu không cần giải phương trình

Cho các tam thức sau. Không giải phương trình, hãy xác định khoảng mà tại đó biểu thức âm, dương, hoặc bằng 0:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 15$

b) $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$

a) $f(x) = x^2 + 4x + 5$

Gợi ý: Xét Δ , xác định số nghiệm và sử dụng định lý để kết luận dấu.

BÀI TOÁN 2: Bất phương trình ẩn tham số

Tìm tất cả giá trị của m để bất phương trình sau đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$:

$$x^2 + 2x + m > 0$$

Gợi ý: Phân tích điều kiện để tam thức luôn dương $\rightarrow$ không có nghiệm thực $\rightarrow \Delta < 0$ và $a > 0$.

BÀI TOÁN 3: Dạng ngược – Suy dấu từ điều kiện

Biết rằng biểu thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hãy xác định dấu của hệ số a , và mối quan hệ giữa a, b, c (về Δ).

Câu hỏi mở rộng – phản biện & sáng tạo: “Có thể xét dấu của tam thức bằng cách biến đổi hoàn chỉnh bình phương không? Ưu điểm của cách này?” , “Nếu một tam thức đổi dấu hai lần, điều gì có thể xảy ra?”, “Với tam thức bậc 3 thì cách xét dấu có giống không? Vì sao?”

GV: Tổng kết: Nhấn mạnh vai trò định lý trong việc: Không cần giải phương trình vẫn suy ra được khoảng dấu; Giải quyết bài toán chứa tham số mà không cần thử nghiệm trực tiếp; Phân tích điều kiện tổng quát cho bài toán “luôn đúng” hoặc “luôn sai”.

Dụng ý sư phạm: HS áp dụng định lý vào nhiều tình huống bài toán thực tế và tổng quát TDST, Các bài toán đảo, bài toán chứa tham số giúp HS phát triển tư duy ngược – phản biện TDPB, Câu hỏi mở rộng buộc học sinh tư duy vượt khỏi khuôn khổ kiến thức SGK, phát triển TDST, suy luận và khái quát hóa.

Tổng kết: Qua 5 hoạt động, HS không chỉ tiếp thu định lý về dấu của tam thức mà còn được phát triển TDPB – TDST qua nhiều biểu hiện rõ ràng, gắn liền với tình huống học tập cụ thể.